

*В. В. Железняков*

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ  
ВОЛНЫ  
В КОСМИЧЕСКОЙ  
ПЛАЗМЕ**

В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ  
ВОЛНЫ  
В КОСМИЧЕСКОЙ  
ПЛАЗМЕ  
ГЕНЕРАЦИЯ  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
Москва 1977

**Электромагнитные волны в космической плазме.** (Генерация и распространение). Железняков В. В., Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1977, 432 стр.

Книга посвящена систематическому изложению процессов генерации и распространения электромагнитных волн в космической плазме (межзвездная среда, магнитосфера пульсаров, солнечная корона и пр.) Изложенный в книге материал необходим для понимания процессов излучения радиоволн в космических условиях; без него невозможна интерпретация результатов радиоастрономических исследований.

Монография рассчитана на научных работников — астрономов и физиков. Она будет представлять интерес также для студентов и аспирантов, специализирующихся в области физики плазмы, астрофизики и радиоастрономии.

Табл. 3, илл. 62, библи. 316.

*Владимир Васильевич Железняков*

Электромагнитные волны в космической плазме

М., 1977 г., 432 стр. с илл.

Редактор *И. Г. Вирко*

Техн. редактор *И. Ш. Аксельрод*

Корректор *Е. А. Белицкая*

Сдано в набор 7.10 1976 г. Подписано к печати 21.03 1977 г. Бумага 84 × 108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Физ. печ. л. 13,5. Условн. печ. л. 22,68. Уч.-изд. л. 23,0. Тираж 2500 экз. Т-03477.

Цена книги 2 р. 66 к. Заказ № 901

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы  
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Гатчинская ул., 26

Отпечатано с матриц во 2-ой типографии издательства «Наука», Москва, Г-99, Шубинский пер., 10. Заказ 2100

Ж  $\frac{20605-053}{053(02)-77}$  174-77

© Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
<b>Введение . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1. Параметры космической плазмы . . . . .	9
Основные свойства плазмы и характерные частоты (10). Конкретные значения параметров плазмы в космических условиях (14).	
§ 2. Электромагнитное излучение и его основные характери- стики. . . . .	25
Плотность энергии и интенсивность излучения (25). По- ляризация излучения Тензор поляризации и параметры Стокса (31).	
§ 3. Источники и механизмы излучения. Определения и общие свойства . . . . .	38
Спектральная мощность и плотность потока излучения от неподвижного и движущегося источников (38). Меха- низмы генерации излучения (47).	
<b>Г л а в а I. Электромагнитные волны в однородной плазме . . .</b>	<b>52</b>
§ 4. Диэлектрическая проницаемость плазмы. Дисперсионные уравнения . . . . .	53
Уравнения электромагнитного поля в среде (53). Диспер- сионные уравнения для нормальных волн (58). Тензор диэлектрической проницаемости плазмы (64).	
§ 5. Электромагнитные волны в однородной равновесной плазме. . . . .	79
Волны в изотропной плазме (79) Обыкновенные и не- обыкновенные волны в магнитоактивной плазме (84). Плазменные волны (94). Моды Бернштейна (97) Волны в релятивистской плазме (102).	
<b>Г л а в а II. Электромагнитные волны в регулярно неоднородной         космической плазме . . . . .</b>	<b>105</b>
§ 6. Приближение геометрической оптики в неоднородной среде. . . . .	105
Характер геометрико-оптического решения (105). При- ближение геометрической оптики в изотропной и маг- нитоактивной плазме (107). Лучевая трактовка (114). Эффект группового запаздывания сигналов (121).	
§ 7. Линейное взаимодействие волн в магнитоактивной плазме . . . . .	124

<p>Предельная поляризация излучения (126). Линейное взаимодействие в неоднородном магнитном поле (131). Прохождение волн через области с поперечным и нулевым магнитным полем (135). Расчет взаимодействия волн в области с поперечным магнитным полем (143). О роли линейного взаимодействия в космической плазме с неоднородным магнитным полем (153). Взаимодействие электромагнитных волн и проблема выхода радиоизлучения из плотной плазмы (158).</p>	
<b>Глава III. Перенос излучения в космической плазме . . . . .</b>	<b>165</b>
§ 8. Перенос интенсивности излучения . . . . .	166
<p>Уравнение переноса в изотропной плазме (166). Уравнение переноса в магнитоактивной плазме (174). Решение уравнений переноса излучения (178).</p>	
§ 9. Перенос поляризации излучения . . . . .	184
<p>Эффекты Фарадея и Коттона — Мутона в плазме (184). Уравнения переноса поляризации в магнитоактивной плазме (194). Решение уравнений переноса поляризации (204).</p>	
<b>Глава IV. Собственное излучение космической плазмы . . .</b>	<b>212</b>
§ 10. Излучение волн отдельными заряженными частицами	212
<p>Тормозное излучение (212). Черенковское излучение (218). Магнитотормозное излучение (222). Циклотронное излучение (230). Синхротронное излучение (234). Магнитодрейфовое излучение (246).</p>	
§ 11. Излучательная способность плазмы . . . . .	248
<p>Тормозная излучательная способность (249). Черенковская излучательная способность (252). Циклотронная излучательная способность (253). Синхротронная излучательная способность. Синхротронный механизм космического радиоизлучения (257).</p>	
<b>Глава V. Поглощение излучения в равновесной космической плазме . . . . .</b>	<b>266</b>
§ 12. Поглощение в изотропной плазме . . . . .	268
<p>Поглощение из-за соударений. Тормозной механизм излучения (268). Черенковское поглощение плазменных волн. Затухание Ландау (279).</p>	
§ 13. Поглощение в магнитоактивной плазме . . . . .	281
<p>Поглощение электромагнитных волн из-за столкновений между частицами (281). Циклотронное поглощение. Механизм теплового циклотронного излучения (284).</p>	
<b>Глава VI. Реабсорбция и усиление излучения в неравновесной плазме . . . . .</b>	<b>295</b>
§ 14. Метод кинетического уравнения и метод коэффициентов Эйнштейна . . . . .	296
<p>Метод кинетического уравнения. Усиление и конвективная неустойчивость (296) Метод коэффициентов</p>	

	Эйнштейна (302). Уравнение баланса населенностей (308).	
§ 15.	Черенковская неустойчивость . . . . . Неустойчивость и усиление в системе поток — плазма (313) Бунемановская неустойчивость (320). Ко- нусная неустойчивость (322). Квазилинейная теория пучковой неустойчивости (324). Плазменный механизм генерации радиоизлучения (332).	312
§ 16.	Циклотронная неустойчивость . . . . . Циклотронная неустойчивость продольных волн (335). Кинетическая неустойчивость на модах Бернштейна (337). Кинетическая неустойчивость в гибридной по- лосе (344). Гидродинамическая неустойчивость при двойном плазменном резонансе (348).	335
§ 17.	Синхротронная неустойчивость . . . . . Реабсорбция синхротронного излучения (353). Коэф- фициент реабсорбции для степенного энергетического спектра (356). Синхротронная неустойчивость (359). Отрицательная реабсорбция в системах с моноэнер- гетическим и степенным распределениями релятиви- стских электронов (363). Заключительные замеча- ния (367).	353
<b>Глава VII. Рассеяние излучения в плазме . . . . .</b>		<b>372</b>
§ 18.	Рассеяние волн на частицах плазмы . . . . . Спонтанное и индуцированное рассеяния (372). Кинети- ческое уравнение для фотонов и уравнение переноса излучения (375) Рассеяние излучения с одномер- ным спектром. Дифференциальная и интегральная перекачка (380). Стабилизация пучковой неустойчи- вости (384). Рэлеевское рассеяние в нерелятивистской плазме (389). Рассеяние на свободных частицах. Обрат- ный эффект Комптона (397).	372
§ 19.	Комбинационное рассеяние в плазме . . . . . Законы сохранения при элементарных актах рассея- ния (406). Кинетическое уравнение для фотонов и уравнение переноса излучения (410) Слияния и рас- пады в изотропной плазме (417).	405
Литература . . . . .		423

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Интерес к проблеме происхождения космического радиоизлучения возник давно, в тесной связи с открытием радиоизлучения Солнца и Галактики. В последнее десятилетие он резко повысился благодаря выдающимся успехам наблюдательной астрономии — обнаружению новых типов источников внеземного излучения (пульсаров, квазаров и пр.). Проблема происхождения их излучения (и, прежде всего, их мощного радиоизлучения) заняла одно из центральных мест в астрофизике, так как от ее решения зависят наши представления о природе излучающих объектов.

На вопрос о том, как возникает мощное радиоизлучение в космических условиях, за счет каких «механизмов» генерации оно появляется, отвечает теоретическая радиоастрономия. Механизмы радиоизлучения, приходящего к нам на Землю из космического пространства, действуют главным образом в сильно ионизованном газе — плазме. Поэтому теория генерации и распространения электромагнитных волн в космической плазме служит основой всех заключений теоретической радиоастрономии о происхождении наблюдаемого космического радиоизлучения, с одной стороны, и о физических условиях и электромагнитных процессах в космической плазме, — с другой.

Следует заметить, что в настоящее время область применения теории генерации и распространения электромагнитных волн в космических условиях уже вышла за рамки теоретической радиоастрономии и играет важную роль в астрофизике. Последнее связано не только с тем, что генерация электромагнитных волн представляет собой одно из важнейших явлений в физике космической плазмы. Это связано и с тем обстоятельством, что происхождение оптического и рентгеновского излучений целого ряда

объектов (Крабовидной туманности и пульсара PSR 0532 в ней, рентгеновских пульсаров и вообще рентгеновских источников и т. д.) невозможно понять без представлений, развитых в указанной теории. Вместе с тем общие результаты исследований генерации и распространения волн в космической плазме непосредственно могут быть перенесены и в земные условия, позволяя более полно понять сложные явления, с которыми имеет дело физика лабораторной плазмы. Сказанное делает очевидной важность исследования процессов генерации и распространения электромагнитных волн в космической плазме.

Эти исследования в значительной степени концентрируются в области «мазерных» механизмов генерации радиоизлучения. Если ранее интерес к таким механизмам поддерживался лишь исследованием спорадического солнечного радиоизлучения, то теперь, после открытия новых нестационарных объектов — мощных источников радиоизлучения (и прежде всего пульсаров), рамки применения мазерных механизмов значительно расширились. Конечно, и старые, известные механизмы радиоизлучения, действующие в условиях, когда в космической плазме нет инверсии населенностей, отнюдь не потеряли своего значения как при объяснении солнечного радиоизлучения, так и при интерпретации радиоизлучения галактик, оболочек сверхновых, магнитосферы Юпитера и т. д. Вместе с тем в настоящее время стало более отчетливым понимание той роли, которую играет космическая плазма в изменении характеристик излучения по пути от источника до наблюдателя.

Вопросы генерации электромагнитного излучения в космической плазме рассеяны по сотням статей. Они рассматривались в монографиях [1 — 7], обычно лишь в той мере, в какой это необходимо для интерпретации явлений в конкретных объектах — межзвездной среде, солнечной короне и хромосфере и т. п., а также излагались в многочисленных книгах по физике плазмы — как часть общей теории излучения электромагнитных волн. Однако разнообразие и сложность механизмов излучения и процессов распространения электромагнитных волн в космических условиях и их значение оправдывает попытку написать монографию, в которой последовательно, с единой точки зрения изложены общие принципы генера-



ции и распространения волн в космической плазме; проблема интерпретации излучения конкретных объектов затрагивается лишь для иллюстрации общих положений теории, а не рассматривается в качестве основной цели. Именно такой характер изложения принят в предлагаемой вниманию читателя книге. В ней, как нам кажется, приведен тот минимум, который необходим для понимания процессов излучения и распространения волн в космической плазме и без которого невозможна серьезная интерпретация результатов радиоастрономических наблюдений. Из сказанного, конечно, не следует, что сведений, приведенных в этой книге, вполне достаточно для работы в области теоретической радиоастрономии; то же самое, впрочем, можно сказать и о любом другом издании.

Библиография в книге не претендует на полноту. В ней преимущественно отражены работы, имеющие принципиальное значение, или работы, в которых тот или иной вопрос изложен полнее или в методически более удобной форме. На выборе последних работ неизбежно отразились привычки и вкусы автора.

Можно надеяться, что книга будет полезна для студентов, аспирантов и начинающих научных работников, желающих познакомиться с проблемой излучения и распространения электромагнитных волн в космической плазме. Вместе с тем эту книгу могут использовать в своей работе астрофизики, радиоастрономы и специалисты в области физики плазмы.

Автор искренне признателен В. Л. Гинзбургу, А. А. Андронову, В. В. Зайцеву, Е. Я. Злотник, В. Н. Сазонову, Е. В. Суворову, В. Ю. Трахтенгерцу и В. Е. Шапошникову, чьи советы, замечания и критика во многом способствовали улучшению рукописи.

*В. В. Железняков*

## ВВЕДЕНИЕ

Источниками внеземного радиоизлучения, как правило, служат области, занимаемые космической плазмой. Это вполне естественно, так как в состоянии плазмы находится большая часть вещества во Вселенной, в том числе атмосферы звезд, межзвездная и межпланетная среда, ионосферы и магнитосферы планет и т. д. (К немногим исключениям относятся лишь такие источники излучения, как поверхности и нижние атмосферы планет, которые мы здесь рассматривать не будем.) При этом совсем неудивительным оказывается разнообразие характера и масштабов явлений в космической плазме. Среди этих явлений основную роль играют электромагнитные процессы, определяющие динамику плазмы, условия движения и ускорения заряженных частиц в плазме, генерацию и распространение волн. Ограничиваясь в дальнейшем рассмотрением лишь таких проблем, которые связаны с генерацией и распространением электромагнитных волн в космической плазме, мы остановимся во Введении на тех характеристиках космической плазмы, которые в конечном счете определяют условия генерации и распространения электромагнитного излучения (§ 1), напомним основные характеристики электромагнитного излучения (§ 2), укажем на свойства источников космического излучения, которые связаны с их движением в пространстве, и введем основные определения, позволяющие дать общую классификацию механизмов излучения (§ 3).

### § 1. Параметры космической плазмы

Этот параграф мы начнем с определения понятия плазмы и указания условий, при которых наиболее отчетливо проявляются свойства плазмы, отличающие ее от других сред. В процессе изложения будут введены основные параметры,

характеризующие плазму. Затем мы кратко остановимся на свойствах космической плазмы и приведем конкретные значения параметров для межзвездной и корональной плазмы, плазмы в магнитосферах нейтронных звезд и т. д.

**Основные свойства плазмы и характерные частоты.** Плазмой обычно называют ионизованный газ, т. е. газ, содержащий свободные заряженные частицы. Чтобы пояснить это определение, заметим следующее. Если концентрация всех атомов (или молекул) в среде  $N_{\text{tot}}$ , а концентрация нейтральных частиц  $N_{\alpha}$ , то отношение

$$\delta_{\text{и}} = \frac{N_{\text{tot}} - N_{\alpha}}{N_{\text{tot}}} \equiv \frac{N_{+}}{N_{\text{tot}}} \quad (1.1)$$

есть степень ионизации среды ( $N_{+}$  — концентрация положительных ионов, т. е. число ионов в единице объема; наличие отрицательных ионов не учитываем для простоты). Значение  $\delta_{\text{и}} = 0$  соответствует обычному нейтральному газу;  $\delta_{\text{и}} = 1$  — полностью ионизованной плазме. Эта среда будет представлять собой идеальный газ, если средняя кинетическая энергия ее частиц много больше энергии взаимодействия между ближайшими частицами. Для полностью ионизованной плазмы с  $N_{+} = N_{\text{tot}}$  и  $N_{\alpha} = 0$ , нагретой до температуры  $T$ , средняя кинетическая энергия частиц  $\mathcal{E}_{\text{кин}} \sim \kappa T$  ( $\kappa$  — постоянная Больцмана), а среднее межчастичное расстояние  $r_0 \sim N_{+}^{-1/3}$ . Для двух ближайших частиц с зарядом  $e$  энергия кулоновского взаимодействия  $\mathcal{E}_{\text{кул}} \sim e^2/r_0$ , и, следовательно, условием газообразного состояния  $\mathcal{E}_{\text{кин}} \gg \mathcal{E}_{\text{кул}}$  служит неравенство

$$\kappa T \gg e^2 N_{+}^{1/3}. \quad (1.2)$$

В космических условиях плазма, как правило, квазинейтральна, т. е. в ней (в среднем по большому объему) выполнено условие

$$\rho_{+} + \rho_{e} \simeq 0. \quad (1.3)$$

Здесь  $\rho_{+} = ZeN_{+}$  — плотность электрического заряда, связанная с положительными ионами,  $\rho_{e} = -eN$  — плотность заряда, связанная с электронами ( $e$  — величина заряда электрона,  $Ze$  — заряд иона,  $N$  — концентрация электронов). Если в состав плазмы входят лишь однократно ионизованные атомы ( $Z = 1$ ), условие квазинейтральности (1.3)

означает, что  $N_+ \simeq N$ . Возможным исключением являются магнитосферы вращающихся нейтронных звезд (пульсаров): для некоторых моделей магнитосфер характерно наличие резкого пространственного разделения частиц с зарядами противоположного знака, т. е. нарушение условия квазинейтральности (1.3).

Данное выше определение плазмы как ионизованного газа не вполне удовлетворительно. Дело в том, что в реальных условиях газ всегда содержит некоторое количество ионизованных частиц и остается не ясным, при каких условиях он приобретает свойства, отличающие плазму от нейтрального газа. К таким свойствам плазмы относятся прежде всего 1) дебаевское экранирование, 2) плазменные колебания и 3) затухание Ландау. Как мы убедимся, условие, при котором ярко проявляются плазменные свойства и которое дополняет данное определение плазмы, сводится к требованию достаточно больших линейных размеров  $L$  для области, занимаемой ионизованным газом (Ленгмюр [12]):

$$L \gg D = \left( \frac{\kappa T}{8\pi e^2 N} \right)^{1/2}. \quad (1.4)$$

Неравенство (1.4) при заданных  $L$  и  $T$  определяет те значения  $N$ , при которых ионизованный газ приобретает качества, характерные для плазмы. В конкретных астрофизических условиях благодаря колоссальным размерам  $L$  неравенство (1.4) обычно хорошо выполняется (см. следующий раздел).

Введенная выше величина  $D$  называется дебаевским радиусом. Если в среде выполнено условие (1.3), то электрический потенциал  $\varphi$  от неподвижного заряда, внесенного в плазму, будет иметь вид

$$\varphi = q \frac{e^{-r/D}}{r}. \quad (1.5)$$

Из этой формулы следует, что заряд  $q$  экранируется возникающим вокруг него пространственным зарядом плазмы так, что на расстояниях  $r \gg D$  от него электрическое поле становится экспоненциально малым. Нетрудно убедиться, что неравенство (1.2) эквивалентно требованию большого числа частиц в сфере дебаевского радиуса. Указанный эффект дебаевского экранирования, очевидно, проявляется лишь в такой среде, где выполнен критерий (1.4).

Последний критерий делает возможным также существование в ионизованном газе слабозатухающих плазменных колебаний (плазменных волн) с циклической частотой, близкой к

$$\omega_L = \left( \frac{4\pi e^2 N}{m_e} \right)^{1/2}. \quad (1.6)$$

Здесь  $m_e$  — масса покоя электрона,  $\omega_L$  — так называемая ленгмювская или плазменная частота (см. подробнее § 5). Плазменные волны слабо затухают, если их длина волны  $\lambda \gg 2\pi D$ ; в случае же, когда  $\lambda \lesssim 2\pi D$ , возникает сильное бесстолкновительное затухание (затухание Ландау), вследствие чего эти волны поглощаются за время  $t \lesssim 1/\omega$  и практически не могут распространяться в плазме (см. замечания в § 5 и подробное рассмотрение этого затухания в гл. V).

До сих пор речь шла о плазме без постоянного магнитного поля. Если же в плазме есть магнитное поле с магнитной индукцией  $B_0$ , то оно существенно меняет траектории движения заряженных частиц; без учета столкновений между частицами они представляют собой винтовые линии с осью, параллельной вектору  $B_0$ . Частота вращения нерелятивистского электрона при движении по винтовой линии в магнитном поле (электронная гирочастота) равна

$$\omega_B = \frac{eB_0}{m_e c}. \quad (1.7)$$

Для релятивистского электрона с массой  $m = \mathcal{E}/c^2$  ( $\mathcal{E}$  — энергия частицы,  $c$  — скорость света) частота вращения определяется релятивистской гирочастотой

$$\Omega_B = eB_0/mc = \omega_B m_e c^2 / \mathcal{E}. \quad (1.8)$$

Для нерелятивистских ионов частота вращения совпадает с ионной гирочастотой

$$\omega_{B_i} = eB_0/m_i c, \quad (1.9)$$

для релятивистских ионов — с релятивистской ионной гирочастотой

$$\Omega_{B_i} = \omega_{B_i} m_i c^2 / \mathcal{E} \quad (1.10)$$

( $m_i$  — масса покоя иона).

Учитывая необходимость частого перехода от величины магнитного поля и электронной концентрации к значениям

электронной и ионной гирочастот и собственной частоты плазмы, приведем соответствующие численные формулы:

$$\omega_L \simeq 5,64 \cdot 10^4 N^{1/2} \text{ сек}^{-1}, \quad f_L = \omega_L/2\pi \simeq 8,97 \cdot 10^3 N^{1/2} \text{ гц}; \quad (1.11)$$

$$\omega_B \simeq 1,76 \cdot 10^7 B_0 \text{ сек}^{-1}, \quad f_B = \omega_B/2\pi \simeq 2,81 \cdot 10^6 B_0 \text{ гц}; \quad (1.12)$$

$$\omega_{B_i} \simeq 9,60 \cdot 10^3 B_0 \text{ сек}^{-1}, \quad f_{B_i} = \omega_{B_i}/2\pi \simeq 1,53 \cdot 10^3 B_0 \text{ гц}. \quad (1.13)$$

Здесь  $N$  — в  $\text{см}^{-3}$ ,  $B_0$  — в  $\text{гс}$ ; ионная гирочастота записана для протонов с массой  $m_i = m_p \simeq 1,8 \cdot 10^3 m_e$  (эту гирочастоту мы будем обозначать через  $\omega_{B_p}$  и  $f_{B_p}$ ).

Наряду с указанными выше характерными частотами при описании плазмы существенную роль играют и другие параметры, в частности, эффективная частота столкновений между частицами  $\nu_{\text{эфф}}$  (см. гл. V), а также тепловые скорости электронов и ионов в нерелятивистской равновесной плазме, равные соответственно

$$v_T = \sqrt{\kappa T/m_e} \simeq 3,89 \cdot 10^5 T^{1/2} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}; \quad (1.14)$$

$$v_{T_i} = \sqrt{\kappa T/m_i} \simeq 9,08 \cdot 10^3 T^{1/2} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}. \quad (1.15)$$

В формулах (1.14), (1.15) кинетическая температура плазмы  $T$  выражена в градусах. Формула (1.15) написана для протонов ( $m_i = m_p$ ); соответствующая тепловая скорость протонов обозначается через  $v_{T_p}$ .

Выше имелась в виду классическая плазма, для движения частиц которой квантовые эффекты несущественны. Движение частиц, очевидно, можно рассматривать в рамках классической физики, если длина волны де-Бройля  $\lambda_B = \hbar/p$  ( $\hbar$  — квантовая постоянная,  $p$  — импульс частицы) много меньше межчастичного расстояния  $r_0 \sim N^{-1/3}$ \*). Это условие означает, что

$$\frac{p^2}{2m_e} \gg \frac{\hbar^2 N^{2/3}}{2m_e}. \quad (1.16)$$

\* ) Для классического описания процесса столкновений частиц в плазме необходимо выполнение более жесткого условия (см. § 10, в частности, формулу (10.3)).

В правой части неравенства стоит энергия Ферми  $\mathcal{E}_F$ , в левой — энергия частиц  $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ , которая в равновесной плазме порядка  $\kappa T$ . Таким образом, приближение классической плазмы (1.16) принимает вид  $\kappa T \gg \mathcal{E}_F$ . В случае обратного неравенства газ становится вырожденным; однако в конкретных условиях космической плазмы нарушения критерия (1.16) можно ожидать только в областях с высокой концентрацией частиц — в недрах белых карликов и в нейтронных звездах. Эти области не представляют особого интереса для теории распространения электромагнитных волн; поэтому в дальнейшем мы всегда будем считать условие (1.16) выполненным.

**Конкретные значения параметров плазмы в космических условиях.** Из предыдущего раздела ясно, что важнейшими параметрами плазмы, в значительной степени определяющими ее электромагнитные свойства, являются концентрация электронов  $N$ , величина магнитного поля  $B_0$  и кинетическая температура  $T$  (последний параметр — для плазмы с равновесным распределением по скоростям). Масштабы изменения этих параметров в космической плазме колоссальны даже в том случае, если ограничиться теми областями, которые служат источниками радиоизлучения. Действительно, электронная концентрация опускается до значений  $N \sim (1-5) \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-3}$  в межзвездной среде (в областях H I) и достигает  $10^{12} \text{ см}^{-3}$  в основании солнечной хромосферы и в магнитосферах нейтронных звезд — пульсаров. Для нейтронных звезд здесь указаны возможные значения  $N$  в ближайшей окрестности звезды в соответствии с моделью магнитосферы нейтронной звезды, предложенной Голдрейхом и Джулианом [8] (см. ниже).

Существующие в настоящее время оценки магнитного поля на поверхности нейтронных звезд  $B_0 \sim 10^{11} - 10^{13} \text{ гс}$  (обычно принимается средняя цифра  $10^{12} \text{ гс}$ ) определяют, пожалуй, максимальные значения магнитного поля, которые могут реализоваться (или реализуются) в источниках космического излучения. Противоположным примером слабых магнитных полей может служить межзвездная среда, где обычное значение  $B_0 \sim 10^{-6} \text{ гс}$ .

В отношении кинетических температур разброс также велик — от  $10^2 \text{ }^\circ\text{К}$  в областях H I межзвездной среды до  $10^6 \text{ }^\circ\text{К}$  в солнечной короне. Мы не говорим уже о магнитосферах нейтронных звезд, где плазма, вполне вероятно,

является релятивистской (т. е. энергии электронов  $\mathcal{E} \gg \gg m_e c^2 \simeq 0,5 \text{ Мэв}$ ). Если бы такая плазма оказалась равновесной (что сомнительно), то указанные энергии электронов соответствовали бы кинетической температуре  $T \sim \mathcal{E}/k \gg 10^{10} \text{ }^\circ\text{К}$ .

При решении многих задач, связанных с генерацией и распространением электромагнитных волн в космической плазме, достаточно знать порядки величин характерных параметров. Ориентироваться в этих величинах поможет табл. 1, в которой указаны значения  $N$ ,  $B_0$  и  $T$  в космической плазме, а также величины связанных с ними частот  $f_L$ ,  $f_B$ ,  $f_{Bp}$  и тепловых скоростей  $v_T$ ,  $v_{Tp}$  (см. (1.11)–(1.15)). Ясно, однако, что во многих случаях даже для предварительного анализа условий генерации и распространения волн в космических условиях необходимы исходные данные о распределении электронной концентрации, магнитного поля и температуры в источнике излучения, имеющие более детальный характер. Такие данные получают или путем непосредственных измерений на космических ракетах, или их дает оптическая астрономия, или же построение модели излучающего источника ведется, исходя из каких-либо общих соображений о природе объекта, которые затем проверяются и изменяются в зависимости от степени соответствия выбранной модели источника и наблюдаемых характеристик его излучения.

При расчетах и оценках электронной концентрации в солнечной короне часто используют эмпирическую формулу Баумбаха — Аллена

$$N(R) = 10^8 \left[ 1,55 \left( \frac{R}{R_\odot} \right)^{-6} + 2,99 \left( \frac{R}{R_\odot} \right)^{-16} \right] \text{ см}^{-3}. \quad (1.17)$$

Определяемые (1.17) значения  $N(R)$  (где  $R$  — расстояние от центра Солнца;  $R_\odot$  — радиус фотосферы) занимают промежуточное положение между распределениями электронной концентрации в экваториальной зоне близ максимума и минимума солнечной активности. График зависимости электронной концентрации  $N(R/R_\odot)$  и плазменной частоты  $f_L(R/R_\odot)$ , соответствующей формуле Баумбаха — Аллена (1.17), приведен на рис. 1. Здесь же указано распределение  $N$  и  $f_L$  в корональном луче, опирающемся на центр активности



Таблица I

Объект	$N, \text{ см}^{-3}$	$V_0, \text{ гс}$	$f_L, \text{ гц}$	$f_B, \text{ гц}$	$\nu_B, \text{ гц}$	$T, \text{ }^\circ\text{К}$	$\nu T, \text{ см}\cdot\text{сек}^{-1}$	$\nu T', \text{ см}\cdot\text{сек}^{-1}$
Межзвездная среда (области H I области H II)	$10^{-2}$	$10^{-6}$ — $10^{-5}$	$9 \cdot 10^2$	3—30	$2 \cdot 10^{-3}$ — $2 \cdot 10^{-2}$	$10^2$	$4 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^4$
	$10^2$	$10^{-6}$	$9 \cdot 10^4$	3	$2 \cdot 10^{-3}$	$10^4$	$4 \cdot 10^7$	$9 \cdot 10^6$
Оболочки сверхновых (Крабовидная туманность)	$10^3$	$10^{-3}$	$3 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^3$	2	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^7$	$10^6$
Магнитосферы нейтронных звезд	$10^{12}$	$10^{12}$	$9 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{15}$	—	—	—
Межпланетная среда	$10^2$	$10^{-3}$	$9 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	2	$10^4$	$4 \cdot 10^7$	$10^6$
Солнце (хромосфера внутренняя корона)	$10^9$ — $10^{11}$	$1$ — $4 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^8$ — $3 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^6$ — $10^{10}$	$2 \cdot 10^3$ — $6 \cdot 10^6$	$10^4$	$4 \cdot 10^7$	$10^6$
	$10^8$	$1$ — $10^3$	$9 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^6$ — $3 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^3$ — $2 \cdot 10^6$	$10^6$	$4 \cdot 10^8$	$10^7$
Юпитер (ионосфера)	$10^6$	5	$3 \cdot 10^6$	$10^7$	$8 \cdot 10^3$	—	—	—

в фотосфере (распределение Ньюкирка [9]), а также распределения  $N$  и  $f_L$ , полученные при анализе радиоданных [10]\*).

Наличие в спектре короны широких эмиссионных линий многократно ионизованных атомов, большая протяженность короны и высокая интенсивность ее теплового радиоизлучения свидетельствуют о высокой кинетической температуре корональной плазмы  $T \sim 10^6$  °К. Она слабо

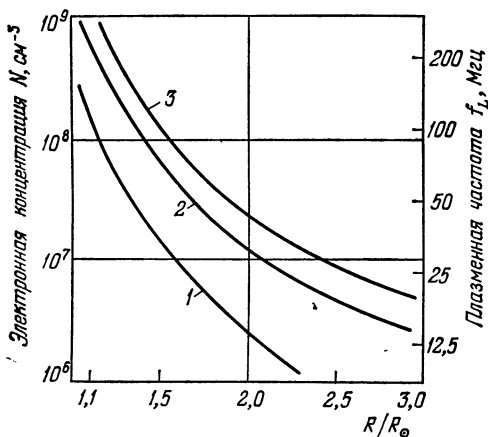


Рис. 1. Распределение электронной концентрации  $N$  и плазменной частоты  $f_L$  в спокойной короне и над центром активности: 1 — корона (Баумбах—Аллен), 2 — корональный луч (Ньюкирк), 3 — распределение над центром активности по радиоданным.

меняется с высотой, оставаясь близкой к  $10^6$  °К во внутренних областях короны и, по-видимому, в несколько раз повышается в слоях, расположенных над центрами активности. Высокая температура приводит к тому, что корональная материя (в основном водород) находится в состоянии почти полностью ионизованной плазмы: нейтральной остается только  $10^{-7}$  часть всех атомов водорода.

В высоких гелиографических широтах, где нет центров активности, общее магнитное поле Солнца, вероятно, близко к дипольному, а его величина на уровне фотосферы не пре-

\*) Распределения Баумбаха—Аллена и Ньюкирка основаны на измерениях интенсивности рассеяния солнечного света электронами короны.

вышает 1 *гс*. В низких широтах это поле маскируется более сильными полями, связанными с центрами активности.

Отыскание распределения магнитных полей в солнечной короне представляет собой трудную задачу. В последние годы с этой целью используются методы расчета магнитных полей в короне по известным из оптических наблюдений

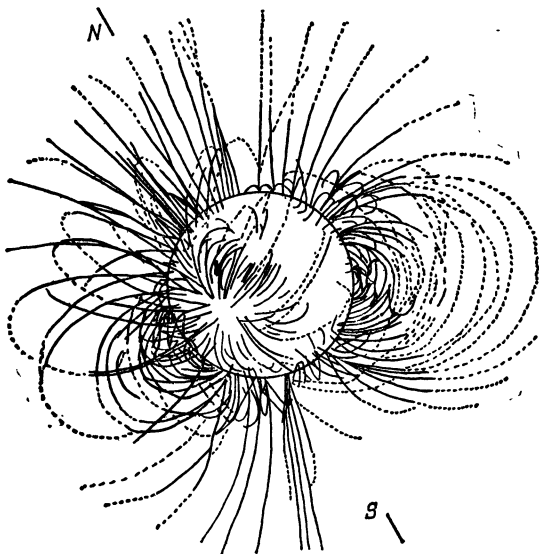


Рис. 2. Карта силовых линий магнитного поля Солнца [11].

магнитным полям на поверхности Солнца (в фотосфере) и в пренебрежении электрическими токами в корональной плазме [11] \*). Пример расчета магнитного поля Солнца приведен на рис. 2.

Предварительный анализ условий излучения из активных областей короны и хромосферы обычно основывается

\*) Такое приближение становится заведомо неверным на расстояниях  $R > (2,5 - 3,0) R_{\odot}$ , где плотность энергии магнитного поля  $B^2/8\pi$  становится меньше плотности кинетической энергии солнечного ветра  $\rho v^2/2$ ; благодаря последнему обстоятельству магнитное поле приобретает там квазирадиальный характер. При дальнейшем удалении от Солнца корона постепенно переходит в межпланетную плазму,  $\phi$  характере которой см. [13].

на более примитивных моделях магнитного поля, связанного с солнечными пятнами. Так, например, поле одиночного (униполярного) пятна аппроксимируется полем круглого стержневого магнита диаметром  $2b$  и длиной  $l \gg b$ , один полюс которого расположен на уровне фотосферы. При этом величина магнитного поля на оси пятна (т. е. на

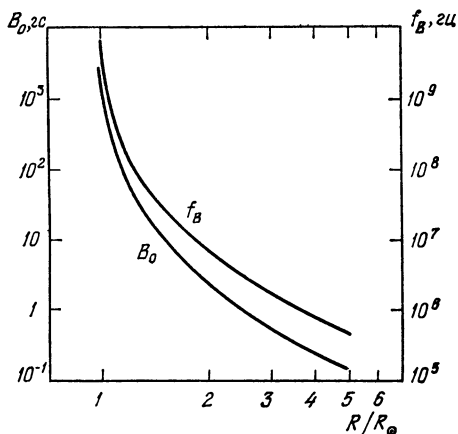


Рис. 3. Распределение магнитного поля  $B_0$  и гирочастоты  $f_B$  на оси униполярного солнечного пятна.

нормали к поверхности Солнца, проходящей через центр пятна) равна

$$B_0 = B_b \left( 1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + b^2}} \right), \quad (1.18)$$

где  $B_b$  — поле в основании пятна,  $h$  — высота над фотосферой. Значения магнитного поля  $B_0$  в хромосфере и короне, определенные по формуле (1.18), вместе с величиной электронной гирочастоты  $f_B$  (1.12) приведены на рис. 3 для  $B_b = 2,5 \cdot 10^3$  гс и  $b^2 = 10^{19}$  см<sup>2</sup>. Для конкретных расчетов иногда удобны другие модели магнитного поля над пятнами, в которых поле создается элементарными магнитными диполями, размещенными под фотосферой.

Конфигурацию силовых линий магнитного поля над биполярными группами пятен можно представить, обратившись к рис. 4. На рисунке учтено, что высоко в короне маг-

нитное поле приобретает квазирадиальный характер и над активными областями. Благодаря последнему обстоятельству над биполярными группами возможно появление поверхностей с нулевым магнитным полем (так называемых нейтральных поверхностей или слоев). Поверхности  $B_0 = 0$  могут разделять также соседние биполярные группы. Если статическое равновесие корональной плазмы в окрестности нейтральных слоев обеспечивается за счет повышения ее плотности, такие слои можно заметить на снимках

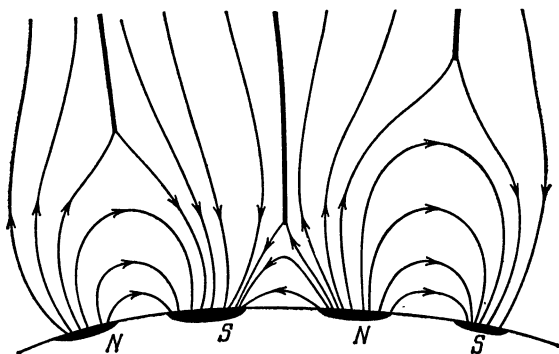


Рис. 4. Силовые линии магнитного поля над биполярными группами солнечных пятен (схематически). Жирными линиями отмечены пересечения нейтральных поверхностей с плоскостью чертежа.

солнечной короны. О нескольких случаях такой регистрации сообщалось, например, в [14].

Судя по результатам прямых измерений, проведенных на космической станции «Пионер-10», магнитное поле Юпитера имеет преимущественно дипольный характер, с дипольным моментом  $\mu$ , ориентированным противоположно земному. Центр диполя смещен от центра планеты на  $0,1 R_J$  ( $R_J$  — радиус Юпитера) к северу и на  $0,2 R_J$  в экваториальной плоскости; направление диполя составляет с осью вращения планеты угол в  $15^\circ$ . Среднее значение магнитного поля на поверхности Юпитера около  $4 \text{ гс}$ ; однако из-за значительного смещения диполя от центра планеты магнитное поле в разных точках поверхности меняется довольно сильно (в пределах от 2 до  $15 \text{ гс}$ ).

Сведения о концентрации частиц в ионосфере Юпитера практически отсутствуют. Правда, из анализа декаметрового радиоизлучения планеты следует ([3] § 32), что максимальное значение электронной концентрации на Юпитере, по-видимому, не превышает  $10^6 \text{ см}^{-3}$ . Что касается содержания частиц в радиационных поясах планеты, то некоторые данные об этом также получены при пролете «Пионер-10» около Юпитера: на расстоянии  $3R_J$  от планеты измеренный поток частиц с энергией  $\mathcal{E} > 30 \text{ Мэв}$  составлял  $4 \cdot 10^8 \text{ частиц} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$ , а поток частиц с  $\mathcal{E} > 3 \text{ Мэв}$  достигал  $5 \cdot 10^8 \text{ частиц} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$ . Отметим, что в целом результаты, полученные из проб на «Пионере-10», подтвердили и уточнили сведения о магнитном поле и содержании частиц в радиационных поясах Юпитера, которые ранее принесли исследования дециметрового радиоизлучения этой планеты (см. [3] § 33, [16, 17]).

При анализе процессов генерации и распространения электромагнитных волн в Галактике исходят из того, что близ галактической плоскости межзвездная среда состоит из областей двух типов, содержащих ионизованный (H II) и неионизованный (H I) водород с разной электронной концентрацией  $N$  и кинетической температурой  $T$  (см. табл. 1). Вдали от плоскости Галактики доля областей H II убывает, так как эти области образуются вокруг горячих звезд, составляющих плоскую подсистему. В областях H II степень ионизации  $\delta_{\text{и}} = N_+ / (N_+ + N_{\text{а}})^{-1}$  близка к единице. Наоборот, в областях H I величина  $\delta_{\text{и}} \sim 10^{-3}$ , т. е. содержание нейтральных атомов водорода в  $10^3$  раз превышает количество ионизованных частиц.

Относительно магнитного поля в межзвездной среде раньше предполагали обычно, что его силовые линии имеют хаотическую форму с областями квазиоднородного поля линейным размером  $10\text{--}100 \text{ пс}$ . Однако такую структуру поля в галактическом диске оказалось трудно согласовать с данными поляризационных наблюдений света звезд и космического радиоизлучения. В настоящее время считается, что в спиральных рукавах Галактики (или по крайней мере в местном рукаве, где расположено Солнце) магнитное поле преимущественно ориентировано вдоль рукавов и, возможно, обладает также винтовой компонентой с осью вдоль рукава. Соответственно неоднородности межзвездной среды («облака») в галактическом диске не имеют

изометрической формы (с одинаковым средним линейным размером во всех направлениях): они вытянуты вдоль силовых линий магнитного поля [18, 19].

Для более подробного знакомства с физическими условиями в межзвездной среде следует обратиться к монографии [2]. О свойствах областей H I см. [21]; об условиях в центре Галактики — [22]. Мы не останавливаемся здесь также на обсуждении характеристик космической плазмы в расширяющихся оболочках сверхновых и в межгалактической среде. Ознакомиться с этими вопросами можно по работам [23, 24].

Что касается параметров, строения и динамики магнитосферы вращающихся нейтронных звезд, то эта проблема еще далека от своего решения. Ясно, что она весьма важна не только в плане объяснения феномена пульсаров, но и с более общей точки зрения поведения релятивистской космической плазмы в сверхсильных магнитных полях. О предполагаемых условиях в магнитосферах нейтронных звезд см. [25, 26]; здесь мы ограничимся лишь некоторыми замечаниями.

Отождествление [27] пульсаров с вращающимися нейтронными звездами оправдано тем, что вращение массивной звезды обеспечивает наблюдаемую стабильность периода следования импульсов излучения пульсара, а среди звезд лишь нейтронные звезды сохраняют устойчивость при вращении с периодами, наблюдаемыми у всех пульсаров (от  $3 \cdot 10^{-2}$  до 5 сек). На существование магнитного поля у этих объектов указывают поляризационные измерения, причем ожидаемая величина магнитного поля на поверхности нейтронной звезды достигает  $10^{12}$  гс. Такая оценка основана на сохранении магнитного потока обычной звезды, обладающей высокой электропроводностью, при сжатии ее до размеров нейтронной звезды [15].

Поскольку радиус нейтронной звезды  $R_*$  составляет всего лишь около 10 км, а ее масса — порядка массы Солнца, ускорение силы тяжести на поверхности звезды достигает значений  $g \sim 10^{14}$  см · сек<sup>-2</sup>. В таких условиях приведенная высота атмосферы (с температурой  $T \sim 10^8$  °К) всего лишь около 1 см.

Отсюда ясно, что в случае, когда плотность частиц в магнитосфере определяется силой тяжести и температурой, то протяженная оболочка вокруг нейтронной звезды отсутст-

вует. В действительности же распределение частиц вблизи звезды может определяться не силой тяжести и температурой, а электромагнитными силами. Конкретно, для вращающейся звезды с сильным магнитным полем  $B_0 \sim 10^{12}$  гс и магнитным моментом  $\mu$ , ориентированным вдоль оси вращения  $\Omega$ , в создании магнитосферы решающую роль играет электрическое поле униполярной индукции  $E_0 \sim 10^{10}$  ед. CGSE [8]. Сила, действующая на электрон в таком поле, в  $10^{13}$  раз больше силы тяжести, причем проекция  $E_0$  на  $B_0$  вне звезды отлична от нуля. Ясно, что в таких условиях электрическое поле, а не сила тяжести, будет прежде всего определять движение частиц в окрестности звезды. Если  $\mu \parallel \Omega$ , то в районе полюсов поле  $E_0$  направлено к поверхности звезды и эту область будут покидать электроны. В более низких широтах из звезды выходят протоны и ядра. Пространственный заряд, созданный этими электронными и ядерными потоками, может заметно скомпенсировать поле униполярной индукции  $E_0$ , когда концентрация частиц в потоках достигает значений  $N \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup>. Эти частицы создадут магнитосферу нейтронной звезды. Последнее утверждение, разумеется, справедливо при условии, что истечение заряженных частиц с поверхности звезды свободное. Это далеко не очевидно и зависит от конкретной структуры поверхности звезды в присутствии сильного магнитного поля; при некоторых условиях эмиссия частиц с поверхности нейтронной звезды происходить не будет [28]. Тогда создание магнитосферы возможно лишь за счет аккреции межзвездной плазмы на звезду или в результате рождения электронно-позитронных пар [29].

Если, тем не менее, в окрестности нейтронной звезды существует протяженная оболочка с  $N \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup>, то возникает вопрос о распределении этих частиц и конфигурации магнитного поля близ звезды, т. е. вопрос о модели магнитосферы. Определенной модели пока нет, так как не найдено самосогласованное решение задач о движении и распределении плазмы и полей в окрестности вращающегося намагниченного шара.

Примером существующих моделей магнитосферы нейтронной звезды служит модель Голдрейха — Джулиана (рис. 5 [8]), согласно которой в экваториальных районах происходит «увлечение» плазмы — она будет вращаться вместе со звездой со скоростью  $v = [\Omega r]$ . Это увлечение



возможно, конечно, только до расстояний от оси вращения  $r < c/\Omega$ , т. е. до границы «светового цилиндра»\*. Область полного увлечения будет ограничена силовыми линиями, которые замыкаются на звезду, касаясь светового цилиндра. Вне этой области силовые линии уходят за цилиндр вместе с потоками частиц. Ясно, что здесь частицы

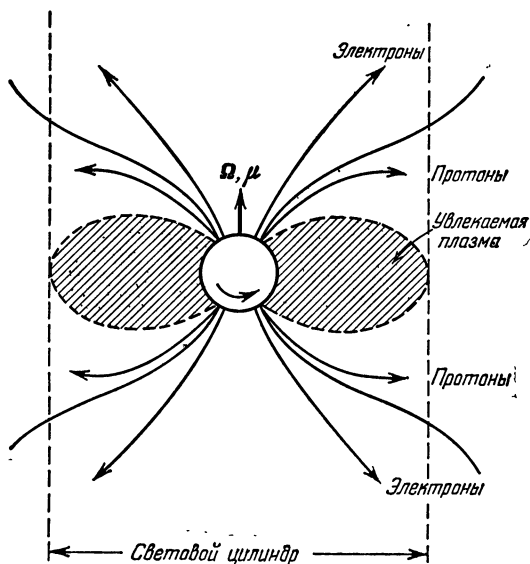


Рис. 5. Модель магнитосферы нейтронной звезды [8].

не могут по-прежнему следовать вдоль силовых линий магнитного поля, так как тогда их скорость превысит световую. Таким образом, в обсуждаемой модели имеет место увлечение плазмы в экваториальной области и существует система потоков (электронных и ядерных) в более высоких широтах.

Надо подчеркнуть, что эта картина — в основном интуитивная, и еще не ясно, насколько она соответствует действи-

\*) Световым цилиндром называется цилиндрическая поверхность, ось которой совпадает с осью вращения звезды; все точки этой поверхности при движении с угловой скоростью вращения звезды приобретают линейную скорость, равную световой.

тельности. Чтобы приблизиться к реальной модели пульсара, следует также отказаться от аксиальной симметрии и исследовать наклонный магнитный ротатор, т. е. случай, когда ось магнитного диполя  $\mu$  наклонена по отношению к оси вращения  $\Omega$ . В таких условиях, однако, решение задачи о распределении плазмы и конфигурации магнитного поля еще более усложняется тем обстоятельством, что вращающийся магнитный диполь излучает в окружающую среду низкочастотные электромагнитные волны. Сложность проблемы заставляет искать упрощенные самосогласованные решения для полей и зарядов в магнитосфере вращающейся нейтронной звезды ценой далеко идущих идеализаций. Однако существенных успехов на этом пути пока еще не достигнуто (см. [30, 32] и другие работы). О конфигурации магнитных полей в окрестности нейтронных звезд, вращающихся в вакууме, см. [33, 34].

В случае квазизвездных источников положение с оценкой характерных параметров плазмы и магнитных полей остается еще более неопределенным, чем для пульсаров, поскольку для квазаров остается неясной основная проблема — природа объектов, с которыми связаны эти источники (см. [35]).

## § 2. Электромагнитное излучение и его основные характеристики

Теперь мы познакомимся с общими характеристиками электромагнитного излучения безотносительно к конкретным условиям его генерации. Такими характеристиками служат частотный и угловой спектры излучения и его поляризационные параметры. Они содержат основную информацию, содержащуюся во внеземном излучении; поэтому исследование указанных характеристик служит главным источником наших знаний о природе космических объектов.

**Плотность энергии и интенсивность излучения.** Космические источники излучения создают электромагнитное поле  $E(\mathbf{r}, t)$ ,  $H(\mathbf{r}, t)$ , которое в однородной среде может быть представлено в виде разложения по плоским волнам:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \int E_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} d^3k, \\ H(\mathbf{r}, t) &= \int H_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} d^3k. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $E$  и  $H$  — соответственно напряженности электрического и магнитного полей,  $r$  — радиус-вектор,  $t$  — время,  $\omega$  и  $k$  — круговая частота и волновой вектор волны с комплексными амплитудами  $E_k, H_k, d^3k$  — элемент объема в пространстве волновых векторов. Интегрирование ведется по всему пространству волновых векторов  $k$ . Частота  $\omega$  связана с  $k$  соотношением  $\omega = \omega(k)$ ; оно является решением дисперсионного уравнения, речь о котором пойдет в § 4, 5 \*).

Если фазы волн (входящие в комплексные амплитуды  $E_k, H_k$ ) случайны, то энергию электромагнитного поля в объеме  $V$  можно записать следующим образом:

$$W = \int W_k d^3k dV = \int W_k dk d\Omega dV. \quad (2.2)$$

В формуле (2.2)  $W_k$  — спектральная плотность энергии электромагнитных волн, равная энергии, заключенной в единичном объеме координатного пространства и пространства волновых векторов. Соответственно  $W_k$  — это спектральная плотность энергии в единичном интервале волновых чисел  $k$  и единичном телесном угле  $\Omega$  в пространстве волновых векторов. Поскольку

$$d^3k = k^2 dk d\Omega \quad (2.3)$$

( $dk$  — интервал волновых чисел, а  $d\Omega$  — элемент телесного угла, в котором лежат волновые векторы из  $d^3k$ ), из (2.2) ясно, что

$$W_k = k^2 W_{k\Omega}. \quad (2.4)$$

Наряду с плотностью энергии  $W_k$ , приходящейся на единственный интервал волновых чисел  $k$ , можно ввести спектральную плотность энергии  $W_\omega$ , соответствующую единичному интервалу частот. Для установления связи между  $W_k$  и  $W_\omega$  достаточно потребовать:  $W_k |dk| = W_\omega |d\omega|$ , откуда следует, что

$$W_\omega = W_k \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|. \quad (2.5)$$

---

\*) Дисперсионное уравнение в присутствии среды (плазмы) имеет несколько решений  $\omega = \omega(k)$ , соответствующих нормальным волнам с разной поляризацией. Поэтому все величины, введенные в этом разделе, относятся к волнам с определенной поляризацией и взаимно-однозначной зависимостью  $\omega = \omega(k)$ . Предполагается также, что поглощение в среде отсутствует или оно достаточно слабое.

Заметим, что  $W_\omega$  по-прежнему характеризует плотность энергии, которая приходится на единичный телесный угол вдоль  $\mathbf{k}$ .

В теории излучения широко используется понятие спектральной интенсивности излучения  $I_k$ . Эту величину можно определить как количество энергии излучения с волновыми векторами  $\mathbf{k}$  из единичного объема в пространстве  $\mathbf{k}$ , проходящее в единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно к вектору групповой скорости  $\mathbf{v}_{гр} = d\omega/d\mathbf{k}$ .

С помощью  $I_k$  нетрудно написать выражение для потока энергии  $F$  через некоторую поверхность  $S$ , т. е. для количества энергии, проходящей через эту поверхность в единицу времени:

$$F = \int I_k \cos \delta d^3k dS. \quad (2.6)$$

Здесь  $\delta$  — угол между  $\mathbf{v}_{гр}$  и нормалью к поверхности  $dS$ ; интегрирование ведется по всей поверхности  $S$  и по тем волновым векторам  $\mathbf{k}$ , которым соответствуют положительные значения  $\cos \delta$ . Если направления  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}_{гр}$  совпадают (что имеет место в вакууме и в изотропной среде; см. § 5), то указанные волновые векторы  $\mathbf{k}$  сосредоточены в телесном угле  $\Omega = 2\pi$  на одной стороне поверхности  $S$ .

Учитывая соотношение (2.3), можно представить поток энергии  $F$  (2.6) в виде

$$F = \int I_k \cos \delta dk d\Omega dS. \quad (2.7)$$

Введенная здесь интенсивность  $I_k$ , как ясно из сопоставления (2.7) с (2.6), связана с  $I_k$  соотношением

$$I_k = k^2 I_\omega. \quad (2.8)$$

Она может быть определена как поток энергии через ту же площадку, что и для  $I_k$ , но отнесенный к единичному интервалу волновых чисел  $k$  и единичному телесному углу вдоль  $\mathbf{k}$ . Чаще, однако, спектральную интенсивность относят к единичному интервалу частот, обозначая ее через  $I_\omega$ :

$$I_\omega = I_k \left| \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|. \quad (2.9)$$

Как и величина  $I_k$ , интенсивность  $I_\omega$  относится к единичному телесному углу вдоль  $\mathbf{k}$  (или, что то же самое, вдоль вектора фазовой скорости  $\mathbf{v}_\phi = \frac{\omega}{k} \mathbf{s}$ , где  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{k}/k$ ).

Нередко используется также понятие плотности потока излучения  $F_\omega$ , определяемое посредством соотношения

$$F_\omega = \int I_\omega \cos \delta \, d\Omega. \quad (2.10)$$

С потоком энергии  $F$  величина  $F_\omega$  связана, очевидно, следующим образом:  $F = \int F_\omega \, d\omega \, dS$ .

Следует отметить, что введенное здесь определение интенсивности излучения  $I_\omega$  не вполне обычно, хотя оно применялось еще в [3]. Более традиционно другое определение спектральной интенсивности, отнесенной к единичному телесному углу по направлениям групповых скоростей  $\mathbf{v}_{гр}$ . Эта интенсивность отличается от  $I_\omega$  на величину, отношения  $d\Omega/d\Omega_{гр}$ , где  $d\Omega$  и  $d\Omega_{гр}$  — элементы телесных углов вдоль направлений фазовой и групповой скоростей соответственно. В вакууме и в изотропной среде эти определения фактически совпадают ( $d\Omega/d\Omega_{гр} = 1$  благодаря тому, что  $\mathbf{v}_\phi \parallel \mathbf{v}_{гр}$ ), однако в магнитоактивной плазме они различны (см. § 5). Основанием для использования понятия интенсивности, отнесенной к телесному углу вдоль  $\mathbf{k}$ , служит значительное упрощение формул, в которые входит  $I_\omega$  (см., например, соотношения (2.16) — (2.18)). В противном случае выражения, содержащие спектральную интенсивность, включали бы в себя величину  $d\Omega/d\Omega_{гр}$ , которая в магнитоактивной плазме сложным образом зависит от параметров плазмы и характера распространяющихся волн.

Плотность энергии и интенсивность связаны между собой соотношениями

$$I_k = W_k \left| \frac{d\omega}{dk} \right|; \quad I_k = W_k \left| \frac{d\omega}{dk} \right|; \quad I_\omega = W_\omega \left| \frac{d\omega}{dk} \right|, \quad (2.11)$$

которые отражают тот факт, что в прозрачной или слабо поглощающей среде скорость «переноса» энергии определяется величиной групповой скорости  $\mathbf{v}_{гр} = d\omega/d\mathbf{k}$ . Тогда, очевидно,  $\partial\omega/\partial k$  в соотношениях (2.5), (2.9) есть проекция  $\mathbf{v}_{гр}$

на направление  $\mathbf{k}$ :

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = v_{\text{гр}} \cos \vartheta, \quad (2.12)$$

где  $\vartheta$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}_{\text{гр}}$ , а  $v_{\text{гр}} = |d\omega/d\mathbf{k}|$ . Интересно отметить, что, как следует из (2.9), (2.11) и (2.12),

$$I_{\omega} = W_k |\cos \vartheta|^{-1} = W_k k^2 |\cos \vartheta|^{-1}. \quad (2.13)$$

Поэтому в изотропной среде, где всегда  $\vartheta = 0$ , величины  $W_k$  и  $I_{\omega}$  совпадают между собой.

Зависимость плотности энергии  $W_k$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$  характеризует спектр электромагнитного излучения. О спектре судят также по виду функции  $I_{\omega}$  от частоты  $\omega$  и направления волнового вектора  $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$ . (т. е. фазовой скорости  $\mathbf{v}_{\text{ф}}$ ). При этом зависимость  $I_{\omega}(\omega, \mathbf{s})$  от частоты определяет частотный спектр, а от направления  $\mathbf{s}$  — угловой спектр излучения.

Отыскание  $W_k(\mathbf{k})$  и  $I_{\omega}(\omega, \mathbf{s})$  в каждой точке среды по заданному характеру и распределению источников излучения представляет собой сложную многоплановую проблему. Различные стороны этой проблемы мы будем рассматривать в данной книге. Однако вид функций  $W_k(\mathbf{k})$  и  $I_{\omega}(\omega, \mathbf{s})$  становится вполне определенным, а их отыскание существенно упрощается, если излучение и среда находятся в состоянии полного термодинамического равновесия.

При условии  $\hbar\omega \ll \kappa T^*$ , когда влияние квантовых эффектов на характер равновесного излучения становится несущественным, энергия, приходящаяся на одно нормальное колебание в составе этого излучения, равна  $\kappa T$  (см., например, [36] § 4<sup>2</sup>, 60). Нетрудно убедиться, что число собственных колебаний (нормальных мод с определенной поляризацией; см. о них § 4), удовлетворяющих граничным условиям на поверхности, ограничивающей некоторый достаточно большой объем  $V$ , равно

$$dN = \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k = \frac{V k^2}{(2\pi)^3} dk d\Omega. \quad (2.14)$$

---

\* Это неравенство, определяющее в спектре равновесного излучения область применимости закона Рэлея—Джинса, хорошо выполняется на частотах, лежащих в радиодиапазоне. В самом деле, для  $\omega \lesssim 2 \cdot 10^{11}$  сек (т. е. на волнах  $\lambda \gtrsim 1$  см) это условие справедливо для температуры излучения  $T \gtrsim 1^\circ \text{К}$ .

Это — число колебаний с волновыми векторами, лежащими в интервале волновых чисел  $dk$  и в элементе телесного угла  $d\Omega$ . Из сказанного ясно, что плотность энергии равновесного излучения

$$W_k^{(0)} = \frac{\kappa T}{(2\pi)^3}; \quad W_k^{(0)} = \frac{k^2 \kappa T}{(2\pi)^3}, \quad (2.15)$$

а его интенсивность

$$I_\omega^{(0)} = \frac{n^2 \omega^2 \kappa T}{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta|}. \quad (2.16)$$

При переходе к последнему соотношению мы воспользовались формулой (2.13) и заменили  $k$  на  $\frac{\omega}{c} n$ . При этой замене учтено, что в прозрачной (непоглощающей) среде равенство  $k = \frac{\omega}{c} n$  служит определением показателя преломления плоской волны  $n = n(\omega, \mathbf{s})$  (см. § 4)

В радиоастрономии спектральную интенсивность излучения  $I_\omega(\omega, \mathbf{s})$  принято характеризовать величиной эффективной (или яркостной) температуры  $T_{\text{эфф}}$ . Она определяется как температура такого равновесного излучения, интенсивность (2.16) которого равна  $I_\omega(\omega, \mathbf{s})$ . Согласно данному определению  $T_{\text{эфф}}$  является функцией частоты  $\omega$  и направления фазовой скорости  $\mathbf{s}$  и связана с  $I_\omega(\omega, \mathbf{s})$  соотношением

$$I_\omega(\omega, \mathbf{s}) = \frac{n^2 \omega^2 \kappa T_{\text{эфф}}}{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta|}. \quad (2.17)$$

Особенно простой вид приобретает связь между интенсивностью излучения и эффективной температурой в случае вакуума ( $n = 1, \vartheta = 0$ ), если к тому же заменить  $\omega$  на длину волны  $\lambda = 2\pi c/\omega$  и отнести интенсивность к единичному интервалу частот  $f = \omega/2\pi$ . Тогда

$$I_f(f, \mathbf{s}) = \frac{\kappa T_{\text{эфф}}}{\lambda^2}, \quad (2.18)$$

где  $I_f = 2\pi I_\omega$ . Эффективную температуру, разумеется, можно ввести также, опираясь на выражение для плотности энергии равновесного излучения (2.15); при этом

$$W_k = \kappa T_{\text{эфф}} / (2\pi)^3. \quad (2.17a)$$

Специально подчеркнем, что здесь, как и в предыдущих формулах, интенсивность и плотность энергии относятся к излучению, содержащему волны только одной из ортогональных поляризаций (в среде — только нормальные волны одного типа; см. § 4, 5). Поэтому, например, для неполяризованного излучения в вакууме полная интенсивность излучения равна удвоенному значению (2.18).

Целесообразность введения эффективной температуры объясняется тем, что в случае теплового излучения  $T_{\text{эфф}}$  связана с кинетической температурой источника  $T$  весьма простым соотношением, а при достаточно больших размерах излучающей области равна  $T$  (см. § 8). Последнее обстоятельство раскрывает смысл применения величины  $T_{\text{эфф}}$  для характеристики интенсивности излучения из нетеплового источника: по величине  $T_{\text{эфф}}$  можно сразу же судить о той температуре, до которой следует нагреть источник, чтобы его равновесное излучение достигло на данной частоте  $\omega$  интенсивности, равной наблюдаемой.

**Поляризация излучения. Тензор поляризации и параметры Стокса.** Чтобы судить о поляризационных свойствах излучения, представим электрическое поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  (2.1) в виде интеграла по частотам  $\omega$  и телесным углам  $\Omega$ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{E}_{\omega} e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\omega d\Omega. \quad (2.19)$$

Здесь, очевидно,

$$\mathbf{E}_{\omega} = \mathbf{E}_{\mathbf{k}} k^2 \left| \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \omega} \right|,$$

так как  $d^3k = k^2 dk d\Omega = k^2 \left| \partial \mathbf{k} / \partial \omega \right| d\omega d\Omega$ . Рассмотрим далее ту часть излучения (2.19), которая состоит из плоских волн, распространяющихся в одном и том же направлении  $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$  и имеющих частоты в узкой полосе  $\Delta\omega \ll \omega$ . Электрическое поле этих волн в данной точке  $\mathbf{r}$

$$\mathbf{E}(t) = \int_{\Delta\omega} \mathbf{E}_{\omega} e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\omega$$

можно представить в форме

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0(t) e^{-i\omega_0 t}, \quad (2.20)$$

где  $\mathbf{E}_0(t)$  — комплексная амплитуда электрического поля, а  $\omega_0$  — некоторая средняя частота из интервала  $\Delta\omega$ .



Согласно (2.20) колебания составляющих электрического поля по двум взаимно перпендикулярным осям  $x$  и  $y$ , лежащим в плоскости волнового фронта (т. е. в плоскости, ортогональной  $\mathbf{k}$ ), запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_{0x}(t) e^{-i\omega_0 t + i\psi_x(t)}, \\ E_y(t) &= E_{0y}(t) e^{-i\omega_0 t + i\psi_y(t)}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Характерное время изменения фаз  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  и амплитуд  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$  (равно как и комплексной амплитуды  $E_0(t)$ ) — порядка  $1/\Delta\omega$ . Благодаря условию  $\Delta\omega \ll \omega_0$  все эти величины меняются во времени медленно по сравнению с периодом колебаний  $2\pi/\omega_0$ . Из сказанного следует, что электрический вектор  $\mathbf{E}(t)$  в плоскости  $xy$  описывает за время  $2\pi/\omega_0$  эллипс, размеры и форма которого медленно флуктуируют, существенно меняясь в течение  $\Delta t \sim 1/\Delta\omega$ .

Внеземное электромагнитное излучение состоит, вообще говоря, из двух частей — поляризованной и неполяризованной. Обе компоненты имеют сплошной частотный спектр. Однако в неполяризованной компоненте (которая называется также естественно или хаотически поляризованной) колебания  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  (2.21) некогерентны в том смысле, что при любом выборе системы координат  $x$ ,  $y$

$$\overline{E_x(t) E_y^*(t)} = 0. \quad (2.22)$$

Здесь черта означает усреднение по времени за период  $\Delta t \gg 1/\Delta\omega$ ; звездочкой отмечена величина, комплексно сопряженная с  $E_y(t)$ . Наоборот, в поляризованной компоненте излучения составляющие  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  когерентны, т. е. среднее по времени от произведения  $E_x(t)$  и  $E_y^*(t)$  при произвольной ориентации системы  $x$ ,  $y$  не равно нулю.

Отличие от нуля величины  $\overline{E_x(t) E_y^*(t)}$  в поляризованном излучении обусловлено тем, что в таком излучении отношение  $E_y/E_x$  не зависит от времени, т. е. отношение амплитуд  $E_{0y}/E_{0x}$  и разность фаз  $\psi_{xy} = \psi_x - \psi_y$  в (2.21) остаются постоянными. Отсюда следует, что в поляризованном излучении вектор  $\mathbf{E}(t)$  описывает в плоскости  $x$ ,  $y$  эллипс, размеры которого флуктуируют так, что остаются неизменными ориентация эллипса и отношение его осей.

Из сказанного ясно, что поляризованная часть излучения характеризуется тремя параметрами: ее интенсивно-

стью  $I_{\text{пол}}$ , ориентацией  $\chi$  и отношением осей  $p$  эллипса поляризации (рис. 6). Ориентация задается значением угла  $\chi$  между осью  $x$  и направлением большой оси эллипса; направление вращения вектора  $E(t)$  учитывается знаком  $p$  ( $p > 0$  для направления, указанного на рисунке).

В неполяризованной части излучения хаотически меняется как ориентация, так и отношение осей эллипса поляризации. Поэтому неполяризованная компонента характеризуется лишь ее интенсивностью  $I_{\text{ест}}$ . В целом излучение в полосе частот  $\Delta\omega$ , распространяющееся в направлении  $S$ , характеризуется четырьмя параметрами: общей интенсивностью  $I = I_{\text{пол}} + I_{\text{ест}}$ , степенью поляризации  $\zeta = I_{\text{пол}}/I$ , отношением осей  $p$  и ориентацией эллипса поляризации  $\chi$ . Если  $\zeta = 0$ , излучение не поляризовано; когда  $\zeta = 1$ , излучение полностью поляризовано; в остальных случаях оно частично поляризовано.

В качестве величин, характеризующих состояние поляризации излучения, часто используют так называемые параметры Стокса  $I, Q, U, V$ , связанные с  $I, \zeta, p, \chi$  соотношениями:

$$\begin{aligned} I &= I; \\ Q &= \zeta I \cos(2\sigma) \cos(2\chi); \\ U &= \zeta I \cos(2\sigma) \sin(2\chi); \\ V &= \zeta I \sin(2\sigma). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Эти соотношения, в которых  $\sigma = \text{arctg } p$ , могут рассматриваться как определение параметров Стокса. Согласно (2.23)

$$\begin{aligned} \zeta &= (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} I^{-1}; \\ \sin(2\sigma) &= V (Q^2 + U^2 + V^2)^{-1/2}; \\ \text{tg}(2\chi) &= UQ^{-1}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

В свою очередь параметры Стокса весьма просто выражаются через тензор поляризации ([37], § 50):

$$I_{\alpha\beta} = \overline{E_\alpha E_\beta^*}, \quad (2.25)$$

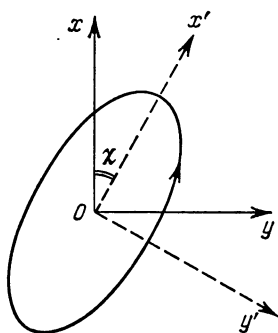


Рис. 6. Эллипс поляризации для излучения с волновым вектором  $k$ , направленным за чертеж

где  $\alpha, \beta = x, y$  в системе координат, ось  $z$  которой направлена вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$ , а  $E_\alpha, E_\beta$  — соответствующие компоненты электрического поля (2.21). Усреднение в (2.25) по-прежнему производится по интервалам времени  $\Delta t \gg 1/\Delta\omega$ . Выражения, связывающие  $I_{\alpha\beta}$  с параметрами Стокса, имеют вид \*)

$$\begin{aligned} I &= I_{xx} + I_{yy}; \\ Q &= I_{xx} - I_{yy}; \\ U &= I_{xy} + I_{yx}; \\ V &= i(I_{yx} - I_{xy}). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Следует отметить, что определение тензора поляризации в форме (2.25) обычно вводится для поперечных волн; в магнитоактивной же плазме электрическое поле имеет наряду с  $E_x, E_y$  продольную компоненту  $E_z$ . Поэтому для полной характеристики поляризации излучения в магнитоактивной плазме, вообще говоря, надо рассматривать также компоненты тензора поляризации  $I_{xz}, I_{yz}, I_{zz}$ . Однако можно поступить и иначе, изменив определение тензора поляризации в магнитоактивной плазме [38]:

$$I_{\alpha\beta} = \overline{D_\alpha D_\beta^*}. \quad (2.27)$$

Здесь  $D_\alpha, D_\beta$  — компоненты вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  в электромагнитном излучении, который и в магнитоактивной среде остается поперечным ( $\mathbf{kD} = 0$ ; см. § 4). При таком определении  $I_{\alpha\beta}$  все соотношения (2.23), (2.24), (2.26) остаются в силе; следует только помнить, что параметры Стокса и величины  $I, \zeta, \rho, \chi$  относятся теперь к вектору  $\mathbf{D}$ , а не  $\mathbf{E}$ .

Докажем теперь, пользуясь определением параметров Стокса (2.23) и определением тензора поляризации (2.25), справедливость соотношений (2.26).

---

\*) Отсюда и из определения (2.25) следует, что при анализе поляризации под полной интенсивностью  $I$  понимается среднее квадратичное от напряженности поля  $\mathbf{E}$  в плоскости  $xy$ . Ранее (см. (2.6), (2.7), (2.9)) мы ввели и будем использовать при исследовании переноса излучения (§ 8) другое определение интенсивности излучения как потока энергии через единичную площадку в единичном телесном угле и интервале частот. В магнитоактивной плазме это — разные величины, хотя в некоторых случаях, например, в вакууме, они практически совпадают (точнее, отличаются на постоянный множитель).

Первое из соотношений (2.26) отражает тот факт, что две взаимно перпендикулярные линейные компоненты имеют ортогональные поляризации и их интенсивности складываются \*.)

Для доказательства остальных трех соотношений введем прямоугольную систему координат  $x'$ ,  $y'$ , повернутую на угол  $\chi$  относительно системы  $x$ ,  $y$  (см. рис. 6). Новые оси координат будут ориентированы по осям эллипса поляризации поляризованной части излучения. При этом компоненты  $E_{x'}$  и  $E_{y'}$  электрического поля этой части излучения, очевидно, имеют вид

$$E_{x'} = E_0(t) \cos \sigma e^{-i\omega_0 t}; \quad E_{y'} = E_0(t) \sin \sigma e^{-i\omega_0 t - i\pi/2}, \quad (2.28)$$

где  $\sigma = \text{arctg } \rho$  и величина  $E_0(t)$  флуктуирует с характерным временем  $1/\Delta\omega$ . Тогда колебания поля  $E(t)$  в направлениях  $x$  и  $y$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x'} \cos \chi - E_{y'} \sin \chi = \\ &= E_0 (\cos \sigma \cos \chi e^{-i\omega_0 t} - \sin \sigma \sin \chi e^{-i\omega_0 t - i\pi/2}); \\ E_y &= E_{x'} \sin \chi + E_{y'} \cos \chi = \\ &= E_0 (\cos \sigma \sin \chi e^{-i\omega_0 t} + \sin \sigma \cos \chi e^{-i\omega_0 t - i\pi/2}), \end{aligned} \quad (2.29)$$

которые совпадут с (2.21), если в (2.21) положить

$$\begin{aligned} E_{0x} &= E_0 (\cos^2 \sigma \cos^2 \chi + \sin^2 \sigma \sin^2 \chi)^{1/2}; \\ E_{0y} &= E_0 (\cos^2 \sigma \sin^2 \chi + \sin^2 \sigma \cos^2 \chi)^{1/2}; \\ \text{tg } \psi_x &= \text{tg } \sigma \text{tg } \chi; \quad \text{tg } \psi_y = -\text{tg } \sigma \text{ctg } \chi. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Из (2.30) следует, что

$$\begin{aligned} \overline{E_{0x}^2} + \overline{E_{0y}^2} &= \overline{E_0^2}; \\ \overline{E_{0x}^2} - \overline{E_{0y}^2} &= \overline{E_0^2} \cos(2\sigma) \cos(2\chi); \\ 2\overline{E_{0x}E_{0y}} \cos \psi_{xy} &= \overline{E_0^2} \cos(2\sigma) \sin(2\chi); \\ 2\overline{E_{0x}E_{0y}} \sin \psi_{xy} &= \overline{E_0^2} \sin(2\sigma). \end{aligned} \quad (2.31)$$

\*) Две волны имеют ортогональные поляризации, если электрические векторы в этих волнах, вращаясь в противоположные стороны, описывают подобные эллипсы со взаимно перпендикулярными осями. В частности, ортогональными будут две круговые поляризации с разными знаками вращения, а также две линейные поляризации, ориентированные по двум взаимно перпендикулярным осям. Интенсивности ортогонально поляризованных волн складываются независимо от фазовых соотношений между ними.

Сумма  $\overline{E_{0x}^2} + \overline{E_{0y}^2} = I_{\text{пол}} = \zeta I$ , так что  $\overline{E_0^2} = \zeta I$ ; следовательно, правые части последних трех соотношений (2.31) совпадают с параметрами Стокса  $Q$ ,  $U$ ,  $V$ . С другой стороны, левые части этих же соотношений равны соответственно  $I_{xx} - I_{yy}$ ;  $I_{xy} + I_{yx}$ ;  $i(I_{yx} - I_{xy})$ . Если излучение полностью поляризовано, то последнее утверждение сразу следует из вида (2.21) и (2.25). Из сказанного становится ясной справедливость соотношений (2.26) для полностью поляризованного излучения. Если же в излучении есть неполяризованная компонента, то она, очевидно, не дает никакого вклада в величину  $I_{xx} - I_{yy}$ ,  $I_{xy} + I_{yx}$ ,  $i(I_{yx} - I_{xy})$ . Поэтому равенства (2.26) можно считать доказанными и для излучения с любым характером поляризации.

Надо сказать, что применение параметров Стокса для характеристики поляризации излучения объясняется в значительной мере традицией. Наглядный физический смысл имеют параметры  $I$ ,  $\zeta$ ,  $\rho$ ,  $\chi$ ; на эксперименте же непосредственно измеряются элементы тензора поляризации  $I_{\alpha\beta}$  (2.25), например, с помощью системы двух ортогональных диполей.

При радиоастрономических наблюдениях антенны часто конструируются так, что они принимают составляющие излучения, поляризованные по правому или левому кругу \*). Интенсивности этих составляющих будут соответственно

$$I_r = \overline{E_{0r}^2} + \frac{1}{2} I_{\text{ест}}; \quad I_l = \overline{E_{0l}^2} + \frac{1}{2} I_{\text{ест}}. \quad (2.32)$$

Здесь через  $E_{0r}$  и  $E_{0l}$  обозначены амплитуды электрического поля соответственно право- и левополяризованной компоненты излучения, флуктуирующие с характерным временем  $\Delta t \sim 1/\Delta\omega$ ; постоянную разность фаз между этими компонентами мы обозначим через  $\psi_{rl}$ . При этом параметры Стокса связаны с введенными величинами следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= I_r + I_l; \\ Q &= 2\overline{E_{0r}E_{0l}} \cos \psi_{rl}; \\ U &= 2\overline{E_{0r}E_{0l}} \sin \psi_{rl}; \\ V &= I_l - I_r. \end{aligned} \quad (2.33)$$

\*) Такой антенной может быть упомянутая выше система двух ортогональных диполей, выходы которых соединены вместе (через «отрезок в четверть волны», сдвигающий фазу принятого одним из диполей излучения на  $\pi/2$ ).

В справедливости соотношений (2.33) легко убедиться так же, как и в правильности формул (2.26); соответствующее доказательство проведено в [39].

Поляризационные наблюдения не дают полной информации о состоянии поляризации, если при этом определяются не все параметры Стокса. Так, при исследованиях солнечного радиоизлучения типичным является измерение только интенсивности двух круговых компонент  $I_r$ ,  $I_l$ , в результате чего находится «степень круговой поляризации»  $\zeta_k$ :

$$\zeta_k = \frac{I_l - I_r}{I_l + I_r} = \frac{V}{I}. \quad (2.34)$$

Эта величина связана с истинной степенью поляризации  $\zeta = I_{\text{пол}}/I$  соотношением

$$\zeta_k = \zeta \sin(2\sigma) \quad (2.35)$$

(см. (2.23)).

Модуль  $\zeta_k$  совпадает с  $\zeta$  только при  $\sigma = \pm \pi/4$ , т. е. при условии  $Q = U = 0$ . Поскольку  $\sigma = \arctg p$ , это означает, что  $|\zeta_k| = \zeta$  только в случае, когда излучение полностью или частично поляризовано по кругу ( $p = \pm 1$ ). В общем случае эллиптически-поляризованного излучения  $|\zeta_k| < \zeta$ . Это вполне естественно, так как разность  $I_l - I_r$  характеризует только интенсивность циркулярно поляризованной компоненты, никак не отражая наличие в эллиптически-поляризованном излучении линейной составляющей.

При измерениях интенсивностей линейных компонент поля вводится определение степени линейной поляризации

$$\zeta_l = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{xx} + I_{yy}} \frac{1}{\cos(2\chi)} = \frac{Q}{I \cos(2\chi)}. \quad (2.36)$$

Согласно (2.23)

$$\zeta_l = \zeta \cos(2\sigma) \quad (2.37)$$

и в общем случае  $|\zeta_l| \leq \zeta$ . Знак равенства имеет место при  $2\sigma = 0, \pi$ , т. е. когда  $p = 0, \infty$  и излучение линейно-поляризовано (полностью или частично).

### § 3. Источники и механизмы излучения. Определения и общие свойства

В этом параграфе введены основные понятия и определения, непосредственно характеризующие источники электромагнитного излучения как с точки зрения общей излучаемой энергии, так и в отношении способов и процессов генерации («механизмов») излучения. При этом будет показано, что соотношение между потерями энергии источником на излучение и потоком энергии излучения через фиксированную поверхность существенным образом зависит от движения источника относительно этой поверхности. Что касается механизмов излучения, то данные ниже определения позволяют установить их общую классификацию в соответствии с качественными различиями условий генерации внеземного излучения.

**Спектральная мощность и плотность потока излучения от неподвижного и движущегося источников.** Энергию излучения, испускаемого источником за единицу времени, мы будем называть полной мощностью излучения источника  $\mathcal{P}$ . Эта величина, разумеется, совпадает с потерями энергии источником на излучение за тот же промежуток времени. Для более детальной характеристики излучения источника введем спектральную мощность  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$ , определив ее как количество энергии, излучаемой источником в единичном интервале частот  $\omega$  в единицу времени  $t$  и телесного угла  $\Omega$ . Спектральная мощность связана с полной мощностью излучения соотношением

$$\mathcal{P} = \int \mathcal{P}_{\omega\Omega} d\omega d\Omega. \quad (3.1)$$

Наряду с  $\mathcal{P}$  и  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$  в дальнейшем используется также мощность излучения (в единичном интервале частот)

$$\mathcal{F}_{\omega} = \int \mathcal{P}_{\omega\Omega} d\Omega. \quad (3.2)$$

Формулы (3.1) и (3.2) относятся к источнику в целом. Если же речь пойдет об излучении отдельных частиц, то вместо  $\mathcal{P}$  будет использоваться обозначение  $P$  (а также  $P_{\omega}$ ,  $P_{\omega\Omega}$  и т. д.). Оговоримся, что здесь (как и в § 2) направление  $\mathbf{s}$ , которому соответствует элемент телесного угла  $d\Omega$ , определяется волновым вектором  $\mathbf{k}$ :  $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$ .

Спектральная мощность излучения зависит от состояния движения источника и будет различна в разных инерциальных системах отсчета. Для установления связи между значениями спектральной мощности в разных системах отсчета предположим, что в сопровождающей \*) системе отсчета  $A'$  энергия, излученная в телесном угле  $d\Omega'$  в интервале частот  $d\omega'$  за время  $dt'$ , равна

$$d\mathcal{E}' = \mathcal{P}_{\omega'\Omega'}(\omega', \mathbf{s}') d\Omega' d\omega' dt'. \quad (3.3)$$

В инерциальной системе отсчета  $A$ , относительно которой система  $A'$  и сам источник движутся со скоростью  $\mathbf{v}_0$ , энергии  $d\mathcal{E}'$  будет соответствовать излученная энергия

$$d\mathcal{E} = \mathcal{P}_{\omega\Omega}(\omega, \mathbf{s}) d\Omega d\omega dt. \quad (3.4)$$

Здесь все величины (спектральная мощность  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$ , телесный угол  $\Omega$ , частота  $\omega$ , время  $t$ ) относятся к системе  $A$ .

Законы релятивистского преобразования рассматриваемых величин из системы  $A'$  в систему  $A$  имеют следующий вид [37] § 67:

$$d\mathcal{E} = d\mathcal{E}' \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}; \quad (3.5)$$

$$d\omega = d\omega' \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}; \quad (3.6)$$

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad (3.7)$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{1-\beta^2} \sin \theta'}{1+\beta \cos \theta'}; \quad \varphi = \varphi'. \quad (3.8)$$

Здесь  $\beta = v_0/c$ ; углы  $\theta$ ,  $\varphi$  и  $\theta'$ ,  $\varphi'$  определяют направление излучения  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{s}'$  соответственно в системах  $A$  и  $A'$ . При этом  $\theta$  — угол между направлением  $\mathbf{s}$  и скоростью  $\mathbf{v}_0$ ;  $\varphi$  — угол, задающий направление проекции  $\mathbf{s}$  на плоскость, ортогональную скорости  $\mathbf{v}_0$ . Такой же смысл имеют углы  $\theta'$  и  $\varphi'$  в системе  $A'$  — но уже применительно к направлению  $\mathbf{s}'$ .

Соотношение (3.5) отражает сохранение числа излученных фотонов  $dN'$  и  $dN$  при переходе от одной системы  $A'$

\*) То есть в инерциальной системе, где источник покоится в данный момент  $t'$ .



к другой системе  $A$  при изменении энергии каждого фотона  $\hbar\omega' \rightarrow \hbar\omega$  в соответствии с эффектом Доплера:

$$\omega = \frac{\omega' \sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}. \quad (3.9)$$

Действительно, полагая  $d\mathcal{E} = \hbar\omega dN$  и  $d\mathcal{E}' = \hbar\omega' dN'$  и учитывая, в соответствии со сказанным, (3.9) и равенство  $dN = dN'$ , мы приходим к закону преобразования (3.5). Далее, соотношение (3.6) прямо следует из формулы Доплера (3.9); равенство (3.7) отражает закон сокращения временных интервалов в неподвижном источнике с точки зрения системы  $A$ , в которой источник движется. Наконец, (3.8) представляет собой закон аберрации, характеризующий изменение направления фазовой скорости волны при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

Используя соотношения (3.5)–(3.9), из (3.3), (3.4) получаем связь между спектральными мощностями излучения в системах отсчета  $A'$  и  $A$  [40]:

$$\mathcal{P}_{\omega\Omega}(\omega, \theta, \varphi) = \frac{(1-\beta^2)^{3/2}}{(1-\beta \cos \theta)^2} \mathcal{P}_{\omega'\Omega'}(\omega', \theta', \varphi'). \quad (3.10)$$

Эта формула справедлива при условии, что в направлении  $\theta'$ ,  $\varphi'$  излучается непрерывный спектр частот и спектральная мощность  $\mathcal{P}_{\omega'\Omega'}$  характеризует энергию, излученную в единичном интервале частот. Если же источник — монохроматический (т. е. в направлении  $\theta'$ ,  $\varphi'$  излучается одна частота  $\omega'$ ), то вместо  $\mathcal{P}_{\omega'\Omega'}$  следует ввести величину  $\mathcal{P}_{\Omega'}$ , определив ее как мощность излучения на частоте  $\omega'$  в единичном телесном угле  $\Omega'$ . Тогда закон преобразования  $\mathcal{P}_{\Omega'}$  к соответствующей мощности излучения  $\mathcal{P}_{\Omega}$  в системе  $A$  нетрудно получить из соотношений, аналогичных (3.3), (3.4), заменив в них  $\mathcal{P}_{\omega'\Omega'}$  на  $\mathcal{P}_{\Omega'}$  и  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$  на  $\mathcal{P}_{\Omega}$  и опустив интервалы  $d\omega'$  и  $d\omega$ . Тогда получим, что ([37], § 67) \*

$$\mathcal{P}_{\Omega}(\theta, \varphi) = \frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta \cos \theta)^3} \mathcal{P}_{\Omega'}(\theta', \varphi'). \quad (3.11)$$

Из (3.10) следует, что закон преобразования спектральной мощности оставляет неизменным частотный спектр

---

\*) Формулы (3.10), (3.11) получены для случая, когда источник излучения движется в вакууме. Влияние среды на законы преобразования мощности излучения учтено в [41].

излучения, если в системе отсчета, сопровождающей источник, он имел степенной характер. Действительно, если в системе  $A$  изотропно излучающий источник обладает степенным частотным спектром вида

$$\mathcal{F}_{\omega', \Omega'} = \mathcal{K} (\omega')^{-\alpha}, \quad (3.12)$$

то в системе  $A$  характер спектра сохранится прежним (он останется степенным с тем же индексом  $\alpha$ ):

$$\mathcal{F}_{\omega \Omega} = \frac{(1 - \beta^2)^{(3 + \alpha)/2}}{(1 - \beta \cos \theta)^{2 + \alpha}} \mathcal{K} \omega^{-\alpha}. \quad (3.13)$$

Для изотропного источника со степенным спектром ширина диаграммы направленности в системе  $A$ , где источник движется, определяется фактором  $(1 - \beta \cos \theta)^{2 + \alpha}$  (см. формулу (3.13)). Эту ширину  $\Delta \theta = 2\theta_{1/2}$  на уровне половинной мощности излучения можно найти из соотношения

$$(1 - \beta \cos \theta_{1/2})^{2 + \alpha} = 2(1 - \beta)^{2 + \alpha},$$

которое при  $1 - \beta \ll 1$  сводится к следующему:

$$\Delta \theta = 2\theta_{1/2} \simeq 2a \sqrt{1 - \beta^2}; \quad a^2 = \frac{2 + \alpha}{2} \sqrt{2} - 1. \quad (3.14)$$

Преобразование спектральной мощности от одной системы отсчета к другой играет важную роль для источников, движущихся с релятивистскими скоростями относительно наблюдателя. Такие источники в космических условиях вполне возможны. Среди них прежде всего надо упомянуть оболочки и струи плазмы, выбрасываемые при взрывах в галактических ядрах и ведущие к образованию радиогалактик, выбросы из квазизвездных объектов и пр.

Особую роль релятивистское движение источника играет в теории излучения пульсаров. В настоящее время представляется вероятным [26, 40, 42], что источники радио-, оптического и рентгеновского излучения пульсаров, принимая участие во вращении нейтронной звезды, движутся вокруг нее со скоростями, сравнимыми со скоростью света. Благодаря последнему обстоятельству даже источник, изотропно излучающий в сопровождающей системе отсчета, будет давать направленное излучение в системе отсчета, связанной с наблюдателем на Земле (см. (3.10)). Этот эффект релятивистского «сжатия» диаграммы направленности объясняет импульсный характер излучения пульсаров, связывая

направленность непосредственно с вращением нейтронной звезды и локализацией излучающей области на достаточном удалении от поверхности звезды (в районе светового цилиндра \*). Привлекательной стороной этой гипотезы является то, что здесь направленность и импульсный характер излучения пульсаров возникают как следствие эффектов, не зависящих от конкретных механизмов излучения.

Посмотрим теперь, какой поток через фиксированную поверхность  $S$  создается излучающим источником. Как мы убедимся, он существенно зависит от состояния движения последнего.

Прежде всего заметим, что спектральную мощность излучения  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$  стационарного неподвижного источника можно легко выразить через интенсивность излучения  $I_{\omega\Omega}$  на замкнутой поверхности  $S$ , окружающей источник. Для этого надо учесть, что полная мощность излучения такого источника  $\mathcal{P}$  (3.1) равна потоку излучения  $F$  через указанную поверхность:

$$F = \int I_{\omega\Omega} \cos \delta \, d\omega \, d\Omega \, dS \quad (3.15)$$

(см. в этой связи (2.7) и (2.10); напомним, что здесь  $\delta$  — угол между направлением групповой скорости  $\mathbf{v}_g$  и внешней нормалью к поверхности  $S$ ). Сопоставляя (3.15) с (3.1), убеждаемся, что

$$\mathcal{P}_{\omega\Omega} = \int I_{\omega\Omega} \cos \delta \, dS. \quad (3.16)$$

Интеграл в (3.16) берется по той части поверхности  $S$ , на которой  $\cos \delta > 0$ .

На первый взгляд кажется, что сделанная выше оговорка относительно стационарности источника излучения не нужна для справедливости равенства  $\mathcal{P} = F$ . Однако это не так, поскольку в общем случае мощность потерь

$$\mathcal{P} = F + \frac{dW}{dt}, \quad (3.17)$$

где  $W$  — энергия электромагнитного излучения в объеме  $V$ , ограниченном поверхностью  $S$ . Для неподвижного ста-

\* ) О понятии светового цилиндра см. в § 1.

ционарного источника распределение интенсивности  $I_{\omega\Omega}$  в пространстве не зависит от времени, благодаря чему  $W = \text{const}$ . Тогда, действительно,  $\mathcal{F} = F$ , откуда следует и справедливость соотношения (3.16). Наоборот, для нестационарного, в частности, движущегося источника величина  $W = W(t)$ , в результате чего  $\mathcal{F} \neq F$  и связь величин  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}$ ,  $I_{\omega\Omega}$  становится более сложной.

Чтобы познакомиться с характером этой связи, рассмотрим случай, когда источник, стационарный в сопровождающей системе отсчета  $A'$ , движется как целое со скоростью  $v_0$  в системе отсчета  $A$ . Найдем величину потока излучения через фиксированную поверхность  $S$ , неподвижную в системе отсчета  $A$  и достаточно удаленную от источника. Предположим для простоты, что источник излучает в вакууме. Тогда излучение, испущенное в момент  $t_{\text{изл}}$ , достигнет поверхности  $S$  (в точке, удаленной от источника на расстояние  $r \gg L$ ,  $L$  — линейный размер источника) в момент  $t = t_{\text{изл}} + r(t_{\text{изл}})/c$ . Отсюда ясно, что излучение, испущенное источником за время  $dt_{\text{изл}}$ , будет проходить через поверхность  $S$  в течение интервала

$$dt = dt_{\text{изл}} + \frac{1}{c} \frac{dr}{dt_{\text{изл}}} dt_{\text{изл}} = (1 - \beta \cos \theta) dt_{\text{изл}}. \quad (3.18)$$

При переходе к последнему выражению учтено, что изменение расстояния от источника до данной точки  $B$  на поверхности  $S$  связано с движением источника; поэтому  $dr/dt_{\text{изл}} = -v_0 \cos \theta$ , где  $v_0 = \beta c$  — скорость движения источника,  $\theta$  — угол между  $v_0$  и направлением  $r$  от источника до точки  $B$  на поверхности  $S$ . Энергия, излученная в течение времени  $dt_{\text{изл}}$  в телесном угле  $d\Omega$ , равна

$$d\mathcal{E} = \mathcal{F}_{\omega\Omega} d\Omega d\omega dt_{\text{изл}}, \quad (3.19)$$

где  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}$  — спектральная мощность излучения в системе отсчета  $A$ . Достигнув поверхности  $S$ , эта энергия создает в течение  $dt$  плотность потока излучения  $F_{\omega}$  (2.10) такую, что

$$d\mathcal{E} = F_{\omega} dS d\omega dt. \quad (3.20)$$

Здесь  $dt$  связано с  $dt_{\text{изл}}$  соотношением (3.18), а элемент площади  $dS$ , на который опирается телесный угол  $d\Omega$ , равен

$r^2 d\Omega$  (если он ортогонален  $r$ ). Принимая это во внимание, из (3.19), (3.20) получаем, что

$$F_{\omega} = \frac{\mathcal{F}_{\omega\Omega}}{r^2(1 - \beta \cos \theta)}. \quad (3.21)$$

Отсюда следует, что движение источника со скоростью  $v_0$ , сравнимой со скоростью света  $c$ , существенно меняет величину плотности потока энергии, измеряемой в фиксированной неподвижной точке  $B$ . Именно, величина  $F_{\omega}$  возрастает (по сравнению с соответствующей величиной  $F_{\omega} = \mathcal{F}_{\omega\Omega}/r^2$ , характерной для неподвижного источника, удаленного на то же расстояние  $r$ ), если источник приближается к наблюдателю в момент излучения  $t_{\text{изл}}$  ( $\cos \theta > 0$ ). И наоборот,  $F_{\omega}$  убывает, если источник удаляется от наблюдателя ( $\cos \theta < 0$ ).

Следует подчеркнуть, что этот эффект, на который было обращено внимание в [44—46], не связан с релятивистским преобразованием временных интервалов типа (3.7) и вообще с переходом от одной системы отсчета к другой. Такой переход был уже сделан выше для отыскания спектральной мощности излучения движущегося источника  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}$  по известной мощности излучения того же источника в сопровождающей системе координат  $\mathcal{F}_{\omega'\Omega'}$  (см. (3.10)). Эффект, который отражает формула (3.21), проявляется только в системе  $A$ , где источник движется. Результат (3.21), по существу, является следствием запаздывания, обусловленного конечной скоростью распространения электромагнитных волн. Благодаря последнему обстоятельству оказывается, что время излучения  $dt_{\text{изл}}$  движущимся источником не совпадает по длительности со временем регистрации того же излучения  $dt$  (3.18), что и приводит к формуле (3.21).

Посмотрим теперь, какую роль играет указанный эффект при круговом (орбитальном) движении источника. Такое движение реализуется, в частности, в модели пульсара с релятивистским «сжатием» диаграммы направленности источника, о котором уже упоминалось выше.

При орбитальном движении источника угол  $\theta$  между скоростью источника и направлением на наблюдателя, фигурирующий в выражении для плотности потока наблюдаемого излучения  $F_{\omega}$  (3.21), будет равен  $\frac{2\pi}{\tau} t_{\text{изл}}$  ( $\tau$  — период орбитального движения, т. е. период пульсара). Из (3.21)

ясно, что величина  $F_\omega$  будет периодически меняться со временем даже в том случае, если диаграмма направленности излучения изотропна в системе отсчета  $A$  ( $\mathcal{F}_{\omega\Omega}(\theta) = \text{const}$ ). Если же излучение имеет изотропный характер в системе отсчета  $A'$ , сопровождающей источник ( $\mathcal{F}_{\omega'\Omega'}(\theta') = \text{const}$ ), то диаграмма  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}(\theta)$  в системе  $A$ , где источник движется, будет вытянута вдоль скорости  $\mathbf{v}_0$  (эффект релятивистского «сжатия» диаграммы излучения). Для источника со степенным спектром (3.12) ширина диаграммы задается соотношением (3.14); зависимость мощности излучения  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}$  от угла  $\theta$  при этом определяется формулой (3.13). Совместное действие эффектов «сжатия» диаграммы (3.13) и сокращения времени регистрации излучения при движении источника на наблюдателя (3.18) приводит к следующей зависимости плотности потока наблюдаемого излучения (3.21) от времени:

$$F_\omega(t) = \frac{(1-\beta^2)^{(3+\alpha)/2}}{r^2(1-\beta\cos\theta)^{3+\alpha}} \mathcal{K} \omega^{-\alpha}, \quad (3.22)$$

где  $\theta = (2\pi/\tau) t_{\text{изл}}$  и  $t_{\text{изл}}$  связано с  $t$  следующим соотношением:

$$t = t_{\text{изл}} + r(t_{\text{изл}})/c.$$

Длительность наблюдаемых импульсов излучения  $\Delta t$  (определенная по уровню  $1/2$  от максимального значения  $F_\omega(t)$ ) нетрудно отыскать, исходя из соотношения

$$(1 - \beta \cos \theta_{1/2})^{3+\alpha} = 2(1 - \beta)^{3+\alpha}.$$

Из него следует, что при  $1 - \beta \ll 1$

$$\theta_{1/2} \simeq b \sqrt{1 - \beta^2}; \quad b^2 = \frac{3+\alpha}{\sqrt{2}} - 1. \quad (3.23)$$

В свою очередь

$$\Delta t_{\text{изл}} = \frac{\tau}{2\pi} \cdot 2\theta_{1/2}. \quad (3.24)$$

Величину  $\Delta t$  мы найдем, интегрируя (3.18):

$$\Delta t = \int_{-\Delta t_{\text{изл}}/2}^{+\Delta t_{\text{изл}}/2} (1 - \beta \cos \theta) dt_{\text{изл}}.$$

Производя замену переменной  $t_{\text{изл}} = (\tau/2\pi) \theta$ , получаем [40]:

$$\Delta t = \frac{\tau}{\pi} (\theta_{1/2} - \beta \sin \theta_{1/2}). \quad (3.25)$$

В релятивистском пределе (при  $1 - \beta \ll 1$ ) и с учетом выражения для  $\theta_{1/2}$  (3.23) эта формула примет следующий вид:

$$\Delta t = \frac{\tau}{2\pi} (1 - \beta^2)^{1/2} b \left(1 + \frac{b^2}{3}\right). \quad (3.26)$$

Таким образом, величина  $\Delta t$  (3.26) определяет продолжительность импульсов, которые регистрируются от удаленного источника, обладающего степенным частотным спектром излучения и движущегося с релятивистской скоростью по круговой орбите.

Для таких скоростей относительная длительность импульса  $\Delta t/\tau \sim (1 - \beta^2)^{1/2}$  получается малой даже при сравнительно широкой диаграмме направленности  $\Delta \theta \sim \sim (1 - \beta^2)^{1/2}$  (ср. (3.26) и (3.14)). Последнее происходит благодаря эффекту сокращения излученного импульса при движении источника на наблюдателя. В модели пульсаров с релятивистским формированием диаграммы направленности отмеченное обстоятельство делает возможным регистрацию излучения от значительной части существующих пульсаров (до 1/3), несмотря на вытянутый («карандашный») характер их диаграмм [42].

Отметим, наконец, что эффект сокращения импульса никак не сказывается на среднем значении наблюдаемого потока излучения при движении источника по замкнутой траектории. Например, в случае движения источника по круговой орбите средняя по периоду движения величина плотности потока излучения

$$F_{\omega} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} F_{\omega}(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{\mathcal{F}_{\omega\Omega}(\omega, \theta)}{r^2 (1 - \beta \cos \theta)} dt \quad (3.27)$$

(см. (3.21)). Однако  $dt$  связано с  $dt_{\text{изл}}$  соотношением (3.18); учитывая его в интеграле (3.27) и производя в последнем замену  $t_{\text{изл}} = (\tau/2\pi) \theta$ , получаем [47]

$$F_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathcal{F}_{\omega\Omega}(\omega, \theta)}{r^2} d\theta. \quad (3.28)$$

**Механизмы генерации излучения.** Познакомимся теперь с терминологией и основными понятиями, которые используются в астрофизике (и в теоретической радиоастрономии в особенности), когда речь идет о механизмах излучения, действующих в космической плазме, и о характере излучения, выходящего за пределы источника. Уточним, что под «механизмом» излучения обычно понимается физический процесс или группа физических процессов, которые приводят к появлению (генерации) электромагнитного излучения.

Излучение называется тепловым, если оно генерируется частицами, имеющими равновесное распределение по скоростям (максвелловское для нерелятивистских частиц). Если же распределение частиц неравновесное, то их излучение будет нетепловым. При этом элементарный процесс излучения каждой отдельной частицы может быть самым разнообразным: циклотронное и синхротронное излучение, черенковское излучение, тормозное излучение и т. п. Деление излучения на тепловое и нетепловое от типа процесса не зависит и определяется лишь характером распределения излучающих частиц.

Частным случаем теплового излучения является равновесное излучение с интенсивностью (2.16) и плотностью энергии (2.15). Эффективная температура равновесного излучения  $T_{эфф} = T$  — кинетической температуре излучающих частиц; в свою очередь  $T \simeq \bar{\mathcal{E}}/k$ , где  $\bar{\mathcal{E}}$  — средняя энергия теплового движения излучающих частиц. Для теплового излучения эффективная температура никогда не поднимается выше  $T$  (см. § 8):

$$T_{эфф} \leq T \simeq \frac{\bar{\mathcal{E}}}{k}. \quad (3.29)$$

Действующие в астрофизических условиях механизмы излучения подразделяются на когерентные и некогерентные [3, 48]. Механизм когерентный, если спектральная мощность излучения источника  $\mathcal{P}_{\omega\Omega}$  превышает суммарную мощность собственного (спонтанного \*) излучения отдельных частиц источника:

$$\mathcal{P}_{\omega\Omega} > \sum_i P_{\omega\Omega}^{(i)}. \quad (3.30)$$

\*) О спонтанном излучении см. § 14.



Здесь  $P_{\omega\Omega}^{(i)}$  — спектральная мощность излучения  $i$ -й частицы на частоте  $\omega$ ; суммирование ведется по всем частицам в источнике, излучающим в данном направлении на данной частоте

Этим когерентный механизм, по определению, отличается от некогерентного механизма, для которого спектральная мощность излучения источника не превышает сумму мощностей спонтанного излучения отдельных частиц:

$$\mathcal{P}_{\omega\Omega} \leq \sum_i P_{\omega\Omega}^{(i)}. \quad (3.31)$$

Примером источника, в котором действует некогерентный механизм, служит объект, содержащий излучающие частицы с равновесным распределением по скоростям (т. е. объект, дающий тепловое излучение). Дело в том, что такой объект всегда обладает положительной реабсорбцией: излучение, прежде чем выйти за пределы источника, частично поглощается в нем (см. § 8). Это приводит к критерию некогерентного механизма (3.31). В сущности, благодаря тому же обстоятельству здесь имеет место и соотношение (3.29). Заметим, что условие  $T_{\text{эфф}} \lesssim \bar{\epsilon}/k$  можно использовать и для других некогерентных механизмов, применяя его для грубой оценки ожидаемой величины  $T_{\text{эфф}}$  по средней энергии частиц  $\bar{\epsilon}$  или наоборот. Последнее допустимо, если распределение частиц в источнике не слишком сильно отличается от равновесного (в смысле удаленности от порога неустойчивости: см. гл. VI).

Из (3.29) ясно, что некогерентный механизм в состоянии обеспечить большие значения эффективной температуры только за счет высоких энергий излучающих частиц. Так, например, радиоизлучение пульсаров имеет  $T_{\text{эфф}}$  до  $10^{30}$  °K, что приводит (при некогерентном механизме излучения) к оценке средней энергии излучающих частиц  $\bar{\epsilon} \gtrsim 10^{26}$  эв. Поэтому при интерпретации излучения объектов с высокой эффективной температурой (в частности, радиоизлучения пульсаров) предпочтение отдается когерентным механизмам (3.30): они могут «поднять» поток излучения до наблюдаемого уровня без предположения об исключительно высокой энергии излучающих частиц.

Нельзя, разумеется, предложить универсальные рецепты для выбора между когерентным и некогерентным

механизмами при объяснении излучения космических источников. Так, приведенная выше аргументация в пользу когерентного механизма радиоизлучения пульсаров представляется вполне разумной благодаря исключительно высоким значениям  $T_{\text{эфф}}$ . Однако те же аргументы в применении к солнечному радиоизлучению теряют свою убедительность вследствие значительно более низких наблюдаемых значений  $T_{\text{эфф}}$ . Здесь основанием для привлечения когерентных механизмов служит прежде всего сложность частотных спектров, крайняя нестационарность явлений и т. п. Интерпретация излучения любого объекта (включая Солнце и пульсары) на базе того или иного когерентного или некогерентного механизма зависит в конечном счете от успеха в объяснении совокупности основных характеристик излучения, а не отдельных его параметров (в частности,  $T_{\text{эфф}}$ ), как бы важны они не были.

В этой связи уместно заметить, что независимо от конкретного механизма излучения в стационарно действующем источнике должны выполняться определенные соотношения между плотностью энергии излучающих частиц  $W_e$  и плотностью энергии поля излучения  $W$ . В источнике с линейным размером  $L$  потери энергии на излучение в единицу времени составляют величину порядка  $cWL^2$ . Если эти потери восполняются инжекцией излучающих частиц в источник извне, то снабжение энергией источника за счет поступления частиц составит в единицу времени  $vW_eL^2$ . Стационарный характер источника будет обеспечен, если  $vW_eL^2 \simeq cWL^2$ . Однако скорость частиц  $v$  не может превышать скорость света  $c$  и, следовательно, в стационарном источнике с инжекцией частиц извне плотность энергии излучения не может превышать плотность энергии излучающих частиц [49]:

$$W \lesssim W_e. \quad (3.32)$$

Возможна, конечно, и другая ситуация, когда стационарность источника является следствием эффективного ускорения излучающих частиц в самой области генерации. Если механизм ускорения — электромагнитный (скажем, имеет индукционный характер и действует за счет изменения магнитного поля в источнике), то убыль энергии этого поля должна компенсироваться потоком электромагнитной энергии в источник извне. Поток не превышает по порядку

величины  $cW_{EH}L^2$ , где  $W_{EH}$  — плотность энергии ускоряющего электромагнитного поля. Вспоминая, что потери на излучение составляют  $cWL^2$ , мы заключаем, что в стационарном источнике с электромагнитным ускорением частиц в области генерации плотность энергии излучения ограничена значениями плотности энергии ускоряющего поля:

$$W \lesssim W_{EH}. \quad (3.33)$$

Возвращаясь к когерентным механизмам, отметим, что в принципе возможны два варианта таких механизмов — антенный и мазерный [26, 50]. В антенном механизме когерентность обеспечивается за счет предварительной фазировки (группировки) частиц. При этом фазы спонтанного излучения отдельных частиц не имеют случайного характера и при сложении полей мощность излучения может оказаться выше суммы мощностей спонтанного излучения. Мазерный механизм, наоборот, действует и в отсутствие предварительной фазировки частиц источника: вначале создается и затем поддерживается лишь такое распределение частиц по импульсам и энергиям, которое обеспечивает инверсную населенность энергетических состояний. Реабсорбция (самопоглощение) в такой системе отрицательна. Благодаря этому происходит усиление спонтанного излучения, образующегося в источнике, при выходе за его пределы. Тогда снова реализуется когерентный механизм в том смысле, что выполняется неравенство (3.30). Последнее означает, что излучение объекта с мазерным механизмом генерации в какой-то мере тоже сфазировано; однако теперь, в отличие от антенного механизма, фазировка достигается автоматически, под действием самого усиливаемого излучения.

Конечно, на некотором этапе мазерный механизм сводится к антенному. Действительно, в установившемся режиме усиления движение электронов в источнике эквивалентно некоторой сложной системе сторонних микротоков, существенно меняющейся по величине и по фазе на расстояниях порядка длины излучаемой волны. Если искусственно, с помощью сторонних э. д. с., создать и поддерживать подобную систему токов, то их излучение даст то же, что и мазерный механизм. Однако создать такую систему токов без мазерного эффекта практически невозможно; в мазерной же системе необходимое для получения мощного излучения распределение микротоков возникает автоматически под

действием собственного излучения системы. Эти соображения [50] указывают на малую вероятность антенных механизмов излучения в космической плазме, хотя, конечно, они не могут полностью исключить такую возможность.

Сказанным оправдывается то обстоятельство, что в этой книге предпочтение будет отдано мазерным механизмам, которые подробно рассматриваются в главе VI. Здесь мы лишь заметим, что когерентные мазерные механизмы можно разделить на две группы. В первой группе усиление имеет место непосредственно на радиоволнах, которые беспрепятственно выходят за пределы излучающего объекта и наблюдаются на Земле. Во второй группе происходит усиление тех типов волн (в частности, плазменных), которые из плотной плазмы в разреженную межзвездную и межпланетную среду не выходят; наблюдаемое радиоизлучение при этом появляется в результате процесса конверсии (трансформации) одного типа волн в другой (например, плазменных в электромагнитные). Отсюда вполне ясно значение исследования процессов конверсии в космической плазме; результаты этих исследований изложены в § 7 главы II и в главе VII.

## ГЛАВА I

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В этой главе изложены основы линейной теории электромагнитных волн в однородной плазме. Предпочтение при этом отдается тем аспектам теории, которые необходимы для понимания дальнейшего. Сложность и разнообразие волновых процессов в плазме, особенно в присутствии постоянного магнитного поля, заставили нас ограничиться обсуждением только одной, хотя и весьма важной части теории, относящейся к высокочастотным волнам. Характер последних полностью определяется движением электронов, а влияние ионов оказывается несущественным. Такого рода ограничение в известной степени оправдано значением, которое имеют высокочастотные волны в проблеме генерации космического радиоизлучения. Из сказанного, разумеется, отнюдь не следует, что низкочастотные волны в космической плазме играют второстепенную роль. Примером в этом отношении служит земная магнитосфера, процессы возбуждения низкочастотных волн в которой определяют характеристики ее излучения и оказывают значительное влияние на динамику радиационных поясов. Проблема генерации и распространения низкочастотных волн в космической плазме вполне заслуживает рассмотрения в рамках отдельной книги. Такой книги еще нет, и читателя, интересующегося указанной проблемой, мы отсылаем к монографиям [57, 74, 207], содержащим общую теорию низкочастотных волн в плазме, и к многочисленным оригинальным работам.

#### § 4. Диэлектрическая проницаемость плазмы. Дисперсионные уравнения

Уравнения электромагнитного поля в среде. Анализ распространения электромагнитных волн в плазме основывается на уравнениях Максвелла, которые для гармонических процессов ( $\propto e^{-i\omega t}$ ) могут быть записаны в таком виде:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} - \frac{i\omega}{c} \mathbf{D}; \quad (4.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{B}; \quad (4.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho_e; \quad (4.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (4.4)$$

где

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}; \quad (4.5)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}, \quad (4.6)$$

$\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряженности электрического и магнитного полей,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  — электрическая и магнитная индукции,  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{M}$  — векторы поляризации и намагниченности среды,  $\mathbf{j}$  — плотность тока и  $\rho_e$  — плотность электрического заряда. Из уравнений (4.1) и (4.3) следует уравнение непрерывности для токов и зарядов:

$$-i\omega\rho_e + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (4.7)$$

Чтобы получить (4.7), надо взять дивергенцию от обеих частей уравнения (4.1) и исключить из него  $\operatorname{div} \mathbf{D}$  с помощью уравнения (4.3).

Для процессов, зависящих от времени и координат по закону  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$ , система уравнений (4.1) — (4.4) с учетом (4.7) принимает следующий вид:

$$[\mathbf{kH}] = -\frac{\omega}{c} \left( \mathbf{D} + i\frac{4\pi}{\omega} \mathbf{j} \right); \quad (4.8)$$

$$[\mathbf{kE}] = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}; \quad (4.9)$$

$$\mathbf{k} \left( \mathbf{D} + i\frac{4\pi}{\omega} \mathbf{j} \right) = 0; \quad (4.10)$$

$$\mathbf{kB} = 0. \quad (4.11)$$

Связь между  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{j}$ , — с одной стороны, и  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ , — с другой, задается материальными соотношениями, вид которых

определяется характером среды. В изотропной неподвижной плазме, где нет выделенного направления (благодаря отсутствию постоянного магнитного поля  $H_0$ ), эта связь такова:

$$D = \varepsilon(\omega, k) E; \quad B = \mu(\omega, k) H; \quad j = \sigma(\omega, k) E. \quad (4.12)$$

Здесь  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  — магнитная проницаемость и  $\sigma$  — проводимость среды.

Зависимость  $\varepsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  от частоты  $\omega$  характеризует временную дисперсию, а зависимость этих величин от волнового вектора  $k$  — пространственную дисперсию плазмы. Временная (или частотная) дисперсия отражает тот факт, что значения  $D$ ,  $B$ ,  $j$  в среде зависят не только от значений полей  $E$ ,  $H$  в данный момент, но определяются также характером изменения этих полей во времени. Соответственно наличие пространственной дисперсии указывает на связь значений  $D$ ,  $B$ ,  $j$  в данной точке с характером распределения полей  $E$ ,  $H$  в пространстве.

Материальные соотношения (4.12) позволяют представить систему уравнений (4.8)–(4.11) в форме

$$[kB] = -\mu \frac{\omega}{c} \varepsilon' E; \quad (4.13)$$

$$[kE] = \frac{\omega}{c} B; \quad (4.14)$$

$$\varepsilon' kE = 0, \quad (4.15)$$

$$kB = 0, \quad (4.16)$$

где через  $\varepsilon'$  обозначена комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon' = \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}. \quad (4.17)$$

В плазме сила, действующая на точечный заряд  $e$ , движущийся со скоростью  $v$  (сила Лоренца), равна

$$f = eE + \frac{e}{c} [vB]. \quad (4.18)$$

В (4.18) учтено, что действующее электрическое поле в плазме совпадает со средним макроскопическим (т. е. с вектором  $E^*$ ), а среднее макроскопическое от магнитного поля

\* Это обстоятельство выяснено в работах [51—53]

в среде есть  $\mathbf{B}$ , а не  $\mathbf{H}$ . Отсюда ясно, что в плазме непосредственным физическим смыслом обладают векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , тогда как  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  имеют лишь вспомогательное значение. Последнее позволяет, в частности, по-разному определять величину электрической индукции, исходя из соображений удобства записи и решения уравнений поля. Так, исследование электромагнитных процессов в плазме (особенно в анизотропной плазме с  $\mathbf{B}_0 \neq 0$ ) часто основывают не на уравнениях (4.1)–(4.4), а на несколько иной системе, в которую благодаря «переопределению» вектора электрической индукции поле  $\mathbf{H}$  и величина  $\mu$  явно не входят:

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = -i \frac{\omega}{c} \mathbf{D}'; \quad (4.19)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = i \frac{\omega}{c} \mathbf{B}; \quad (4.20)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D}' = 0; \quad (4.21)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (4.22)$$

Здесь вектор  $\mathbf{D}'$ , который мы тоже будем именовать электрической индукцией, связан с введенным ранее вектором  $\mathbf{D}$  соотношением:

$$-i \frac{\omega}{4\pi} \mathbf{D}' = -i \frac{\omega}{4\pi} \mathbf{D} + \mathbf{j} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}. \quad (4.23)$$

Из этого соотношения и из равенств (4.5) становится ясен смысл вектора  $\mathbf{D}'$ : величина  $-i \frac{\omega}{4\pi} \mathbf{D}'$  есть сумма тока смещения  $-i \frac{\omega}{4\pi} \mathbf{E}$  и полного тока, индуцированного электромагнитным полем в плазме  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$ . Следовательно,

$$\mathbf{D}' = \mathbf{E} + i \frac{4\pi}{\omega} \mathbf{j}_{\text{tot}}, \quad (4.23a)$$

где величина  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$  включает в себя ток поляризации  $-i\omega\mathbf{P}$ , ток проводимости  $\mathbf{j}$  и ток намагничения  $c \operatorname{rot} \mathbf{M}$ .

Нетрудно видеть, что уравнение (4.19) следует из (4.1), если в последнем исключить  $\mathbf{H}$  с помощью (4.6) и воспользоваться определением  $\mathbf{D}'$  (4.23). Далее, уравнения (4.20) и (4.22) тождественны соответствующим уравнениям (4.2) и (4.4). Что касается уравнения (4.21), то для гармонических процессов оно самостоятельной роли не играет, являясь следствием уравнения (4.19) (точно так же (4.22) есть следствие уравнения (4.20)).



Для  $B$  и  $D'$ , пропорциональных  $e^{ikr-i\omega t}$ , система (4.19) — (4.22) примет такой вид:

$$[kB] = -\frac{\omega}{c} D'; \quad (4.24)$$

$$[kE] = \frac{\omega}{c} B; \quad (4.25)$$

$$kD' = 0; \quad (4.26)$$

$$kB = 0. \quad (4.27)$$

Эти уравнения должны быть дополнены материальным соотношением, которое мы запишем в форме \*)

$$D'_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) E_\beta, \quad (4.28)$$

где  $D'_\alpha$ ,  $E_\beta$  — компоненты соответствующих векторов по ортогональным осям координат, а  $\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  — тензор диэлектрической проницаемости. Этот тензор является важнейшей характеристикой, определяющей особенности электромагнитных процессов в среде.

Тензорный характер связи между  $D'$  и  $E$  (4.28) представляется вполне естественным в магнитоактивной плазме (т. е. в плазме, где есть постоянное поле  $H_0$ , делающее среду анизотропной). В этих условиях неудивительно, что плотность полного тока  $\frac{1}{4\pi} \partial D' / \partial t = -i \frac{\omega}{4\pi} D'$ , индуцированного электрическим полем  $E$ , ориентирована под углом к направлению поля  $E$ . Однако тензорная связь между  $D'$  и  $E$  сохраняется, как мы сейчас убедимся, и в изотропной плазме, выступая здесь как следствие принятого определения  $D'$ , включающего в себя ток намагничивания с  $\text{rot } M$  (см. (4.23)). Чтобы установить вид тензора  $\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  в изотропной среде, будем искать его в форме [54]

$$\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \left( \delta_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \right) \varepsilon_\perp(\omega, \mathbf{k}) + \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \varepsilon_\parallel(\omega, \mathbf{k}), \quad (4.29)$$

учитывающей, что в такой среде, кроме тензора Кронекера  $\delta_{\alpha\beta}$  \*\*), можно составить также тензор  $k_\alpha k_\beta$ . Из (4.28), (4.29)

\*) Здесь, как обычно, предполагается суммирование по одинаковым индексам, т. е. соотношение (4.28) представляет собой сокращенную запись следующего равенства:

$$D'_\alpha = \varepsilon_{\alpha\alpha} E_\alpha + \varepsilon_{\alpha\beta} E_\beta + \varepsilon_{\alpha\gamma} E_\gamma.$$

\*\*) Тензор  $\delta_{\alpha\beta}$  обладает следующими свойствами:  $\delta_{\alpha\beta} = 0$ , если  $\alpha \neq \beta$ , и  $\delta_{\alpha\beta} = 1$ , если  $\alpha = \beta$ .

следует, что мы отыскиваем связь между  $D'$  и  $E$  в следующей форме:

$$D' = \varepsilon_{\perp} E - (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}) \frac{k(kE)}{k^2}. \quad (4.30)$$

Величина  $\varepsilon_{\perp}$  называется поперечной, а  $\varepsilon_{\parallel}$  — продольной диэлектрической проницаемостью. Смысл этих названий заключается в том, что  $\varepsilon_{\perp}(\omega, \mathbf{k})$  определяет характер поперечных, а  $\varepsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  — продольных волн в плазме (см. следующий раздел). Соотношение (4.30) позволит существенно упростить установление связи между  $\varepsilon'$  и  $\mu$ , с одной стороны, и  $\varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_{\parallel}$ , — с другой, существующей благодаря тождественности систем уравнений (4.13) — (4.16) и (4.24) — (4.27) в изотропной плазме.

Уравнения (4.24) — (4.27) с учетом выражения (4.30) приобретают следующий вид:

$$[k\mathbf{B}] = -\frac{\omega}{c} \left\{ \varepsilon_{\perp} E - (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}) \frac{k(kE)}{k^2} \right\}; \quad (4.31)$$

$$[kE] = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}; \quad (4.32)$$

$$\varepsilon_{\parallel} kE = 0; \quad (4.33)$$

$$k\mathbf{B} = 0. \quad (4.34)$$

Из тождественности уравнений (4.15) и (4.33) следует, что

$$\varepsilon' = \varepsilon_{\parallel}. \quad (4.35)$$

Далее, исключив из соответственных уравнений (4.13) и (4.31) магнитную индукцию  $\mathbf{B}$  с помощью уравнения  $[kE] = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}$ , вычитая почленно из (4.13) уравнение (4.31) и учитывая равенство  $\varepsilon' = \varepsilon_{\parallel}$ , получаем

$$\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) [k[kE]] = \frac{\omega^2}{c^2 k^2} (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \{k^2 E - k(kE)\}.$$

Поскольку  $[k[kE]] = -k^2 E + k(kE)$ , приведенное равенство тождественно выполняется при любых  $E$ , если ([55] § 12)

$$1 - \frac{1}{\mu} = \frac{\omega^2}{c^2 k^2} (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}). \quad (4.36)$$

Это соотношение связывает магнитную проницаемость изотропной плазмы с продольной и поперечной диэлектрической проницаемостью.

Из (4.36) ясно, что тензорный характер связи  $D'$  с  $E$  в изотропной плазме обусловлен отличием магнитной проницаемости  $\mu$  от единицы. Если же  $\mu = 1$ , то  $\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel}$ ; в этом случае согласно (4.29), (4.35)  $\epsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\epsilon_{\perp} = \delta_{\alpha\beta}\epsilon'$  и материальные соотношения (4.29) сводятся к виду  $D'_{\alpha} = \delta_{\alpha\beta}\epsilon' E_{\beta}$ , т. е. к векторной форме  $D' = \epsilon' E$ .

Забегая вперед, отметим, что в ионизованном газе при учете пространственной дисперсии  $\epsilon_{\parallel} \neq \epsilon_{\perp}$  (см. формулы (4.85), (4.86)); поэтому магнитная проницаемость изотропной плазмы, вообще говоря, отличается от единицы. Однако в условиях, когда параметр  $Z = \omega/\sqrt{2} kv_T \rightarrow \infty$  (т. е. для достаточно длинных волн в плазме с  $v_T \neq 0$ ), пространственная дисперсия исчезает:  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  не зависят от  $k$ . При этом  $\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{\perp} = 1 - \omega_L^2/\omega^2$  и, следовательно,  $\mu = 1$ . В статических полях  $\epsilon_{\parallel} \neq \epsilon_{\perp}$ ; тем не менее при  $\omega \rightarrow 0$  правая часть соотношения (4.36) снова обращается в нуль, что приводит к равенству  $\mu = 1$ . Последний случай соответствует известной теореме Бора — Ван-Левен об отсутствии магнитной восприимчивости классической равновесной системы частиц в постоянном магнитном поле.

**Дисперсионные уравнения для нормальных волн.** Чтобы установить характер волн, распространяющихся в плазме, будем исходить из системы уравнений (4.24) — (4.27), дополненных материальным соотношением (4.28). Эти уравнения записаны в предположении, что векторы  $B$ ,  $E$  и  $D'$  меняются во времени и пространстве по закону  $e^{ikr - i\omega t}$ . Исключая из уравнения (4.24) магнитную индукцию  $B$  с помощью (4.25), получим

$$[k [kE]] = -\frac{\omega^2}{c^2} D'$$

или, что то же самое,

$$k^2 E - k (kE) - \frac{\omega^2}{c^2} D' = 0. \quad (4.37)$$

Это векторное уравнение с учетом (4.28) можно представить в виде трех линейных алгебраических уравнений относительно компонент электрического поля  $E_{\beta}$ :

$$\left\{ k^2 \delta_{\alpha\beta} - k_{\alpha} k_{\beta} - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, k) \right\} E_{\beta} = 0. \quad (4.38)$$

Система однородных уравнений (4.38) будет иметь нетривиальное (ненулевое) решение только при условии, что определитель этой системы обращается в нуль:

$$\det \left\{ k^2 \delta_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) \right\} = 0. \quad (4.39)$$

Здесь  $\det$  обозначает определитель третьего порядка, элемент которого, стоящий на пересечении  $\alpha$ -й строки и  $\beta$ -го столбца, равен выражению, заключенному в фигурные скобки.

Соотношение (4.39) называется дисперсионным уравнением. Оно задает связь между частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  плоской монохроматической волны

$$\omega = \omega_j(\mathbf{k}). \quad (4.40)$$

Решений (4.40) дисперсионного уравнения может быть несколько («номер» решения  $j = 1, 2, \dots$ ); каждое из них определяет «нормальную» волну (моду), которая может существовать в плазме. Каждая нормальная волна отличается от других частотой  $\omega$  (при данном фиксированном  $\mathbf{k}$ ) и поляризацией, т. е. величиной отношения компонент электрического поля  $\mathbf{E}$  по координатным осям. Эти отношения могут быть найдены из системы (4.38) при значениях  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ , удовлетворяющих дисперсионному уравнению (4.39).

Надо отметить, что поскольку система (4.38) линейна относительно поля  $\mathbf{E}$  (если только тензор диэлектрической проницаемости сам не зависит от величины  $\mathbf{E}$  \*)), в однородной плазме каждая нормальная волна распространяется независимо от других волн. Общее решение для электромагнитного поля в плазме при этом представляет собой суперпозицию (линейную комбинацию) таких нормальных волн.

В изотропной плазме с тензором  $\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  в форме (4.29) система уравнений (4.38), определяющая нормальные волны, принимает следующий вид:

$$\left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \right) E_x = 0; \quad \left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \right) E_y = 0; \quad (4.41)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\parallel} E_z = 0. \quad (4.42)$$

При переходе от (4.38) к (4.41), (4.42) ориентация координатных осей  $x, y, z$  была выбрана так, что направление оси

\*) Эта независимость существует лишь в достаточно слабых полях (см. следующий раздел).

з совпало с направлением волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Дисперсионное уравнение для системы (4.41), (4.42)

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}\right)^2 \varepsilon_{\parallel} = 0$$

распадается на два:

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}(\omega, \mathbf{k}) = 0; \quad (4.43)$$

$$\varepsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (4.44)$$

Первое уравнение определяет поперечную электромагнитную волну, в которой поле  $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ . Это ясно из формул (4.41), (4.42), согласно которым при выполнении (4.43) компоненты  $E_x, E_y \neq 0$ , тогда как  $E_z = 0$ . Из (4.41) ясно также, что отношение компонент электрического поля  $E_x/E_y$  в плоскости, ортогональной вектору  $\mathbf{k}$ , может быть произвольным. Иными словами, поляризация электромагнитной волны в изотропной плазме может быть любой (линейной, круговой, эллиптической), однако всегда  $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ . Из уравнения (4.25) ясно, что магнитное поле  $\mathbf{B}$  в такой волне ортогонально векторам  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{E}$ .

Второе уравнение (4.44) задает продольную плазменную волну, в которой поле  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$ , а магнитное поле  $\mathbf{B}$  отсутствует. Продольный характер электрического поля ясен из (4.41), (4.42), поскольку при  $\varepsilon_{\parallel} = 0$  компонента  $E_z \neq 0$ , тогда как  $E_x = E_y = 0$ . Равенство  $\mathbf{B} = 0$  следует из уравнения (4.25) при  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{E}$ .

В присутствии постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  плазма становится магнитоактивной, и тензор  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  в виде (4.29) перестает быть справедливым. Тогда нормальные волны в плазме определяются уравнениями (4.38), (4.39) в общей форме. Выбирая систему координат  $x, y, z$  с осью  $z$  вдоль  $\mathbf{k}$ , запишем уравнения (4.38) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \varepsilon_{xx}\right) E_x - \varepsilon_{xy} E_y - \varepsilon_{xz} E_z &= 0; \\ -\varepsilon_{yx} E_x + \left(\frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \varepsilon_{yy}\right) E_y - \varepsilon_{yz} E_z &= 0; \\ -\varepsilon_{zx} E_x - \varepsilon_{zy} E_y - \varepsilon_{zz} E_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

Нормальные волны, соответствующие этой системе, очевидно, не будут чисто продольными или строго поперечными: вектор  $\mathbf{E}$  имеет, вообще говоря, все три компоненты

$E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ , за некоторыми исключениями, речь о которых пойдет в § 6. Здесь мы лишь остановимся на условиях, при которых и в магнитоактивной плазме нормальные волны близки к продольным.

Из (4.45) ясно, что в области больших значений  $c^2 k^2 / \omega^2$  (если при этом остаются конечными элементы тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$ ) первые два уравнения переходят в следующие:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} E_x = 0; \quad \frac{c^2 k^2}{\omega^2} E_y = 0.$$

Из них при  $c^2 k^2 / \omega^2 \rightarrow \infty$  получаем, что  $E_x \rightarrow 0$  и  $E_y \rightarrow 0$ , т. е. нормальная волна становится продольной. Тогда, очевидно, третье уравнение системы (4.45) сводится к виду

$$\epsilon_{zz} E_z = 0. \quad (4.46)$$

Ему соответствует дисперсионное уравнение

$$\epsilon_{zz}(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (4.47)$$

обеспечивающее существование в магнитоактивной плазме продольных волн с конечной амплитудой ( $E_z \neq 0$ ). Как ясно из сказанного, достаточным условием перехода от общего дисперсионного уравнения (4.39), (4.45) к уравнению для продольных волн (4.44) служит условие  $c^2 k^2 / \omega^2 \gg |\epsilon_{ij}|$  при любых значениях  $i, j$  \*). Отметим, что уравнение (4.46) напоминает уравнение (4.42) в изотропной плазме; при этом  $\epsilon_{zz}(\omega, \mathbf{k})$  играет роль  $\epsilon_{||}$ .

Считая условия существования продольных волн выполненными, найдем уравнение для электрического поля в этих волнах в случае произвольной ориентации координатных осей относительно вектора  $\mathbf{k}$ . Для этого помножим на  $k_\alpha$  уравнение (4.38) и просуммируем по одинаковым индексам  $\alpha$ . Тогда получим

$$k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) E_\beta = 0. \quad (4.48)$$

Считая электрическое поле продольным, положим  $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{k}}{k} E_k$ . В результате (4.48) преобразуется к виду

$$\frac{k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) k_\beta}{k^2} E_k = 0. \quad (4.49)$$

---

\*) Через  $\epsilon_{ij}$  мы будем здесь и в дальнейшем обозначать компоненты тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$ , записанные в координатной системе  $i, j, k$  с осью  $k$ , ориентированной вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$ .

Из сопоставления (4.49) с (4.42) ясно, что теперь роль  $\epsilon_{||}$  играет множитель, стоящий перед  $E_k$ ; его тоже обозначим через  $\epsilon_{||}$ :

$$\epsilon_{||} = \frac{k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) k_\beta}{k^2}. \quad (4.50)$$

Дисперсионное уравнение для продольных волн в магнитоактивной плазме тогда по-прежнему будет иметь вид

$$\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (4.51)$$

Легко убедиться, что в системе координат с осью  $z$ , направленной по  $\mathbf{k}$ , выражение для  $\epsilon_{||}$  (4.50) сводится к  $\epsilon_{zz}$ .

Дисперсионные уравнения, рассмотренные в настоящем разделе, связывают комплексные значения частоты  $\omega$  с комплексными значениями волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Если при действительных  $\omega$  волновой вектор  $\mathbf{k}$  тоже действительный, то среда называется прозрачной для данной частоты и данной нормальной волны. Если же при действительных  $\omega$  вектор  $\mathbf{k}$  — комплексный, то его можно представить в форме  $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''$ , где  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{k}''$  — действительные векторы. Волна  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} = e^{-\mathbf{k}''\mathbf{r} + i\mathbf{k}'\mathbf{r} - i\omega t}$  с  $\mathbf{k}' \parallel \mathbf{k}''$  называется однородной волной — в ней плоскость постоянной фазы  $\mathbf{k}'\mathbf{r} = \text{const}$  совпадает с плоскостью постоянной амплитуды  $\mathbf{k}''\mathbf{r} = \text{const}$  \*). Волны, в которых направления  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{k}''$  различны, называют неоднородными; решения в виде неоднородных волн появляются при наличии резких границ раздела между однородными средами или в плавно неоднородной среде.

Для однородных волн с  $\mathbf{k}'' \parallel \mathbf{k}'$  вектор  $\mathbf{k}$  можно представить в виде  $\mathbf{k} = k\mathbf{s}$ , где  $\mathbf{s}$  — единичный вектор вдоль направления  $\mathbf{k}$ , а величина

$$k \equiv \mathbf{k}' + i\mathbf{k}'' \equiv \frac{\omega}{c} (n + i\eta). \quad (4.52)$$

Введенные этим соотношением величины  $n$  и  $\eta$  называются соответственно показателем преломления и показателем поглощения волны. При заданном направлении распространения  $\mathbf{s}$  величину  $k$  (и вместе с ней  $n$  и  $\eta$ ) можно определить с помощью дисперсионного уравнения как функции действительной частоты  $\omega$ .

\* ) Волны, в которых  $\mathbf{k}'' = 0$ , очевидно, всегда будут однородными.

Если, наоборот, в нормальной волне при действительных значениях волнового вектора  $k$  частота  $\omega$  оказывается комплексной, то

$$\omega \equiv \Omega - i\gamma, \quad (4.53)$$

где величина  $\gamma$  называется декрементом (коэффициентом затухания). Если  $\gamma > 0$ , то амплитуда волны убывает со временем по закону  $e^{-\gamma t}$ .

При слабом поглощении, когда  $\gamma \ll \Omega$  для действительных  $k$  и  $\eta \ll n$  для действительных  $\omega$ , декремент  $\gamma$  связан с показателем поглощения  $\eta$  простым соотношением [56]

$$\gamma = \frac{\Omega}{c} \eta v_{гр k}. \quad (4.54)$$

Чтобы убедиться в этом, будем исходить из дисперсионного уравнения

$$\omega = \omega_j(k\mathbf{s}).$$

Пусть значение  $k$  действительное ( $k = \frac{\Omega}{c} n$ ); тогда соответствующее значение  $\omega = \Omega - i\gamma$ . Добавив к величине  $k$  малое приращение  $dk$ , получим новое значение частоты

$$\omega + d\omega = \omega_j((k + dk)\mathbf{s}).$$

Выберем приращение  $dk$  так, чтобы значение  $\omega + d\omega$  стало действительным; для этого, очевидно, следует положить  $\omega + d\omega = \Omega$ , т. е.  $d\omega = i\gamma$ , а  $dk = i \frac{\Omega}{c} \eta$ . Связь между  $d\omega$  и  $dk$  нетрудно установить, разлагая  $\omega_j$  в ряд по степеням  $dk$  и ограничиваясь линейным членом\*):

$$d\omega = \frac{d\omega_j}{dk} \mathbf{s} dk \simeq \frac{d\Omega}{dk} \mathbf{s} dk.$$

Учитывая выражения для  $d\omega$ ,  $dk$  и замечая, что в этой формуле величина  $\frac{d\Omega}{dk} \mathbf{s} = v_{гр k}$ , т. е. равна проекции групповой скорости на направление волнового вектора  $k$ , получим соотношение (4.54).

\*) Допустимость такого ограничения в случае, когда приращение  $dk = i(\Omega/c) \eta$ , определяет условия, при которых применима формула (4.54).



**Тензор диэлектрической проницаемости плазмы.** Электромагнитные свойства плазмы определяются конкретной формой материальных соотношений  $D'_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) E_\beta$ , т. е. характером тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$ . От того, насколько точно найдены компоненты тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$ , в значительной степени зависят полнота и точность описания электромагнитных процессов в плазме.

При отыскании  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  надо учесть следующее обстоятельство. Согласно (4.23а)

$$D' = E + i \frac{4\pi}{\omega} \mathbf{j}_{\text{tot}}; \quad (4.55)$$

в координатной форме для процессов типа  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) E_\beta = E_\alpha + i \frac{4\pi}{\omega} j_{\alpha \text{ tot}} \quad (4.56)$$

(см. (4.28)).

Из приведенных выражений ясно, что вид  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  можно установить, зная выражение для плотности полного тока  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$ , возникающего в плазме (включая ток, индуцированный магнитным полем  $\mathbf{B} = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k}E]$ ), при условии, что на плазму наложено электрическое поле  $E \propto e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$ .

В свою очередь величину  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$  можно получить, если обратиться к уравнениям, описывающим движение частиц плазмы в электромагнитном поле. В зависимости от требуемой полноты и строгости для нахождения  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$  и величины  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  в плазме используются три метода: элементарный, квазигидродинамический и кинетический. В элементарном методе тепловое движение частиц полностью игнорируется; при квазигидродинамическом подходе такое движение учитывается, хотя и не вполне последовательно, введением электронного давления. Последовательный учет движения частиц в плазме возможен лишь на базе кинетического уравнения, учитывающего существование в каждом элементе объема целого спектра скоростей частиц.

Прежде чем перейти к изложению указанных трех методов расчета  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в плазме, подчеркнем, что в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только высокочастотных электромагнитных процессов в космической плазме, удовлетворяющих неравенству

$$\omega \gg \omega_{B_i}; \quad (4.57)$$

(напомним, что  $\omega_{B_i} = eB/m_i c$  — ионная гирочастота). При этом условии движением тяжелых ионов ( $m_i \gg m_e$ ) под действием быстропеременных полей  $E$ ,  $B$  обычно можно пренебречь\*), вычисляя  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$  и  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в предположении, что движение ионов задано и не зависит от высокочастотных полей  $E$  и  $B$ . Это обстоятельство существенно упрощает рассмотрение, поскольку надобность в уравнениях для ионов тогда отпадает.

Отыскание компонент тензора диэлектрической проницаемости в плазме мы начнем с изложения элементарной теории, в рамках которой плотность полного тока в неподвижной плазме

$$\mathbf{j}_{\text{tot}} = -eN_0\mathbf{v}, \quad (4.58)$$

где  $N_0$  — невозмущенная электронная концентрация, находится в результате решения нерелятивистского уравнения движения электрона\*\*)

$$m_e \dot{\mathbf{v}} = -e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \right\} - \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}_0]. \quad (4.59)$$

В правой части этого уравнения стоит сила Лоренца (4.18), действующая на электрон со стороны высокочастотных полей  $E$  и  $B$ , и сила  $-\frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}_0]$ , учитывающая влияние на движение электрона постоянного магнитного поля  $B_0$  в плазме.

Считая высокочастотное поле слабым, пренебрежем членом  $\frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}]$  в уравнении движения (4.59). Это пренебрежение оправдано тем, что в отсутствие такого члена из (4.59) следует пропорциональность  $\mathbf{v}$  и  $E$ . Учитывая вместе с тем пропорциональность  $B$  и  $E$  в соответствии с уравнением Максвелла (4.25), отсюда получаем, что  $\frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \sim E^2$ .

\*) Условие (4.57) не всегда достаточно для пренебрежения вкладом ионов в диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{\alpha\beta}$ . Например, в плазме с  $\omega_L^2 \gg \omega_B^2$  для волн, распространяющихся поперек магнитного поля, это можно сделать лишь при более жестком условии  $\omega \gg \sqrt{\omega_B \omega_{B_i}} = \omega_B \sqrt{m_e/m_i}$  ([57] § 14).

\*\*) Влияние столкновений на величину диэлектрической проницаемости можно учесть, вводя в правую часть (4.59) член  $-\nu_{\text{эфф}} m_e \mathbf{v}$ . Он характеризует убыль количества движения электрона в единицу времени за счет его столкновений с другими частицами ( $\nu_{\text{эфф}}$  — эффективное число столкновений; (см. § 12)).

Поэтому при  $E \rightarrow 0$  член  $\frac{e}{c}[\mathbf{v}B]$  стремится к нулю быстрее, чем остальные члены уравнения (4.59).

Полагая поле  $E \propto e^{ikr - i\omega t}$ , найдем [58] в сделанных предположениях решение уравнения (4.59), принявшего теперь вид

$$i\omega\mathbf{v} = \frac{eE}{m_e} + [\mathbf{v}\omega_B], \quad (4.60)$$

где  $\omega_B \equiv \frac{eB_0}{m_e c}$ . Для этого умножим все члены уравнения векторно и скалярно на  $\omega_B$ :

$$\left. \begin{aligned} i\omega[\mathbf{v}\omega_B] &= \frac{e}{m_e}[E\omega_B] - \mathbf{v}\omega_B^2 + \omega_B(\mathbf{v}\omega_B); \\ i\omega(\mathbf{v}\omega_B) &= \frac{e}{m_e}(E\omega_B). \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

Исключим из (4.60), (4.61) величины  $[\mathbf{v}\omega_B]$  и  $(\mathbf{v}\omega_B)$ ; тогда найдем

$$\mathbf{v} = \frac{i\epsilon\omega}{m_e(\omega^2 - \omega_B^2)} \left\{ \frac{\omega_B(E\omega_B)}{\omega^2} - E \right\} - \frac{e}{m_e} \frac{[E\omega_B]}{\omega^2 - \omega_B^2}. \quad (4.62)$$

Подставив (с учетом (4.58)) скорость  $\mathbf{v}$  в выражение (4.55) для вектора электрической индукции  $D'$ , получим

$$D' = \left( 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \right) E + \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \frac{\omega_B(E\omega_B)}{\omega^2} + \frac{i\omega_L^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \frac{[E\omega_B]}{\omega}. \quad (4.63)$$

Здесь  $\omega_L = \sqrt{4\pi e^2 N_0 / m_e}$  — собственная частота плазмы.

С помощью (4.28) и (4.63) можно написать тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$ . В системе координат I, ось  $z$  которой ориентирована вдоль постоянного магнитного поля  $B_0$  (рис. 7, а)\*:

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \epsilon_1 & ig & 0 \\ -ig & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{vmatrix}, \quad (4.64)$$

где

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{v}{1-u}; \quad \epsilon_2 = 1 - v; \quad g = \frac{v\sqrt{u}}{1-u}. \quad (4.65)$$

\*) Поскольку  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.64) не зависит от  $\mathbf{k}$ , поворот системы I вокруг оси  $z$  не меняет вида этого тензора.

В формулах (4.65) введены следующие обозначения, которые будут широко использоваться в дальнейшем:

$$v = \frac{\omega_L^2}{\omega^2}; \quad u = \frac{\omega_B^2}{\omega^2}. \quad (4.66)$$

Нам будут нужны также компоненты тензора  $\epsilon_{ij}$  в системе координат II — с осью  $z$  вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$  и с магнитным полем  $\mathbf{B}_0$  в плоскости  $yz$  (рис. 7, б). Эти компоненты

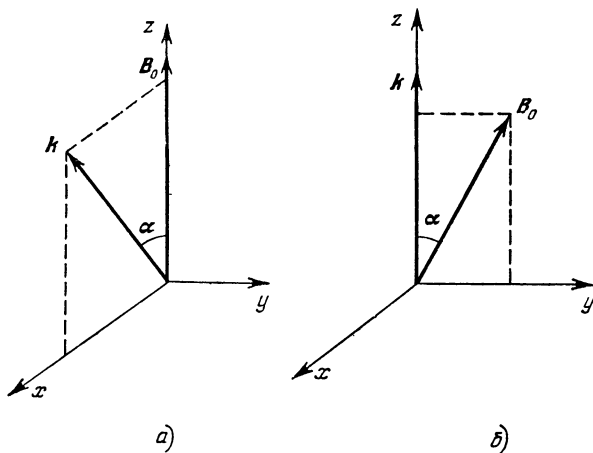


Рис. 7. Ориентация векторов  $\mathbf{B}_0$  и  $\mathbf{k}$  относительно координатных осей: а) система координат I; б) система координат II

можно получить непосредственно из соотношения (4.63), записав его в координатной форме, или преобразуя компоненты тензора (4.64) при повороте системы координат. Не останавливаясь подробно на этой процедуре (см. о ней [57] § 10), сразу выпишем компоненты искомого тензора:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \frac{v}{1-u}; & \epsilon_{yy} &= 1 - \frac{v(1-u \sin^2 \alpha)}{1-u}; \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{v(1-u \cos^2 \alpha)}{1-u}; & \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = i \frac{v \sqrt{u} \cos \alpha}{1-u}; \\ \epsilon_{xz} &= -\epsilon_{zx} = -i \frac{v \sqrt{u} \sin \alpha}{1-u}; & \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = \frac{uv \cos \alpha \sin \alpha}{1-u} \end{aligned} \right\} \quad (4.67)$$

( $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ ).

Из (4.64) — (4.67) ясно, что компоненты тензора диэлектрической проницаемости в рамках элементарной теории не зависят от волнового числа  $k$ . Это означает, что в этой теории пространственная дисперсия отсутствует — существует лишь временная дисперсия благодаря зависимости  $\epsilon_{\alpha\beta}$  от частоты  $\omega$ . Поэтому связь  $D'_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}(\omega) E_\beta$  будет иметь место при любой зависимости монохроматического поля  $E_\beta$  от координат (а не только для  $E_\beta \sim e^{ikr}$ ).

В отсутствие постоянного магнитного поля  $B_0$  тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega)$  становится диагональным, причем его компоненты не зависят от выбора системы координат \*):

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega) = (1 - \nu) \delta_{\alpha\beta}. \quad (4.68)$$

В последнем легко убедиться, полагая  $B_0 = 0$ , т. е.  $u = 0$  в формулах (4.64), (4.65) и (4.67). Далее, из сопоставления (4.68) с общей формой тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, k)$  (4.29) ясно, что для изотропной плазмы

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{\perp} = 1 - \nu. \quad (4.69)$$

Принимая во внимание соотношения (4.35), (4.36), отсюда получаем, что

$$\epsilon' = 1 - \nu = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}; \quad \mu = 1. \quad (4.70)$$

Приведенные выше формулы для компонент тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.64) и следующие из них получены на основе элементарной теории, в которой учитывается лишь вынужденное движение частиц под действием высокочастотного поля. Это означает, что развитая теория справедлива для неподвижной «холодной» плазмы, в которой не учитывается тепловое движение частиц.

Тепловое движение приближенно может быть учтено, если обратиться к квазигидродинамическому способу описания нерелятивистской плазмы. Он основан на представлении электронной и ионной компонент плазмы в виде

\*) Из (4.65), (4.67) ясно, что в рамках элементарной теории влиянием магнитного поля  $B_0$  на величину компонент тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (т. е. влиянием магнитного поля на распространение электромагнитных волн в плазме) обычно можно пренебречь, если  $\omega_B \ll \omega$ . Однако для некоторых эффектов в магнитоактивной плазме, например, для эффекта Фарадея, этого условия недостаточно (см. § 9).

«жидкостей», пронизывающих одна другую и взаимодействующих через посредство электромагнитных полей. Каждая компонента в отдельности подчиняется уравнениям гидродинамики — уравнению Эйлера и уравнению непрерывности. Для электронной «жидкости» их можно записать так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= - \frac{\nabla p}{m_e N} - \frac{e}{m_e} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}] \right); \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} (N \mathbf{v}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.71)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  — скорость движения электронной компоненты.  $N$  — концентрация электронов,  $p$  — электронное давление. Плотность полного тока  $\mathbf{j}_{\text{tot}}$  выражается через концентрации электронов и ионов  $N$ ,  $N_i$  и их скорости  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{v}_i$ :

$$\mathbf{j}_{\text{tot}} = -eN\mathbf{v} + eN_i\mathbf{v}_i. \quad (4.72)$$

Уравнения, аналогичные (4.71), имеют место и для ионов. Мы их выписывать не будем, помня сделанные ранее замечания о несущественности вклада ионов в плотность тока, индуцированного высокочастотными полями (см. (4.57)). На процедуре вычисления диэлектрической проницаемости квазигидродинамическим методом мы также останавливаться не станем (см. об этом [3, 57]). Заметим лишь, что обсуждаемый метод учитывает тепловое движение частиц в плазме очень грубо — только через электронное давление. Поэтому квазигидродинамическое приближение может претендовать на весьма приближенное описание эффектов, связанных с тепловым движением, да и то лишь в некоторых случаях.

Последовательный учет теплового движения можно провести кинетическим методом, в основе которого лежит кинетическое уравнение Больцмана — Власова для функции распределения частиц  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  ( $\mathbf{p}$  — импульс,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор частицы). Эта функция определяет плотность частиц в точке  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{r}$  фазового пространства в момент времени  $t$ , так что число частиц в элементе фазового пространства

$$dN = f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) d^3r d^3p.$$

Здесь  $d^3r \equiv dV$  — элемент объема в координатном пространстве,  $d^3p$  — элемент объема в импульсном пространстве. Концентрация частиц (электронов)  $N = \int f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) d^3p$ .

Кинетическое уравнение для электронов плазмы, записанное в форме, справедливой и при релятивистских скоростях, имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - I_{st}. \quad (4.73)$$

Здесь  $I_{st}$  — так называемый интеграл столкновений, описывающий изменение функции распределения вследствие ближних столкновений между частицами. Аналогичное уравнение имеет место и для ионов; однако по причинам, о которых уже говорилось ранее, мы будем считать движение ионов (их функцию распределения  $f_i$ ) заданным, пренебрегая воздействием на ионы высокочастотных полей.

Фигурирующая в выражении для индукции  $\mathbf{D}'$  (4.23а) плотность тока  $\mathbf{j}_{tot}$  выражается через  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  следующим образом:

$$\mathbf{j}_{tot} = -e \int \mathbf{v} (f - f_i) d^3p. \quad (4.74)$$

Уравнение (4.73) — нелинейное, что сильно затрудняет его решение. Однако для слабых электромагнитных возмущений его можно линеаризовать, представив функцию распределения  $f$  в форме  $f = f_0 + f'$ , где  $f_0(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  — стационарная невозмущенная функция распределения, подчиняющаяся уравнению

$$\mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} - e \left( \mathbf{E}_0 + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}_0] \right) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + I_0 = 0, \quad (4.75)$$

а  $f'$  — малая поправка к  $f_0$ , связанная с высокочастотным полем  $\mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{B}'$ . Отбросив в (4.73) члены, квадратичные по  $\mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{B}'$  и  $f'$ , и учитывая (4.75), найдем, что линеаризованное уравнение для  $f'$  имеет вид

$$\frac{\partial f'}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f'}{\partial \mathbf{r}} - e \left( \mathbf{E}_0 + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}_0] \right) \frac{\partial f'}{\partial \mathbf{p}} = e \left( \mathbf{E}' + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}'] \right) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} - I'. \quad (4.76)$$

Здесь  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{B}_0$  — стационарные поля в плазме, удовлетворяющие уравнениям Максвелла (4.19)–(4.22) с током  $\mathbf{j}_{0,tot} = -e \int \mathbf{v} (f_0 - f_i) d^3p$  (см. (4.74)).

Во многих случаях влияние соударений на характер электромагнитных возмущений в равновесной плазме (с

максвелловской функцией  $f_0$ ) достаточно точно можно учесть, представив в виде \*)  $I' = v_{\text{эфф}} f'$  часть интеграла столкновений, действующую на  $f'$ , и соответствующим образом подобрав величину  $v_{\text{эфф}}$ . При выборе последней используются явные выражения для интеграла столкновений  $I_{st}$  в плазме. После проведения такой операции анализ диссипативных процессов в плазме на базе кинетического уравнения (4.76) существенно упрощается (см. [20] § 4, [57] § 6, [55] § 16).

Тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  однородной плазмы в отсутствие соударений ( $v_{\text{эфф}} = 0$ ) удобно находить с помощью кинетического уравнения (4.76) следующим образом [59]. Рассмотрим изменение функции  $f'(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  во времени вдоль траектории невозмущенного движения частиц. Эта траектория определяется уравнениями

$$\frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \mathbf{v}(t); \quad \frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -e\mathbf{E}_0 - \frac{e}{c}[\mathbf{v}(t) \mathbf{B}_0], \quad (4.77)$$

с начальными условиями  $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$ .

Производная от функции  $f'(\mathbf{p}(t), \mathbf{r}(t), t)$  будет равна

$$\frac{df'}{dt} = \frac{\partial f'}{\partial t} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \frac{\partial f'}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \frac{\partial f'}{\partial \mathbf{p}}. \quad (4.78)$$

Из (4.76) и (4.77) следует, что  $df'/dt$  можно представить в виде

$$\frac{df'}{dt} = e \left\{ \mathbf{E}'(\mathbf{r}(t), t) + \frac{1}{c} [\mathbf{v}(t) \mathbf{B}'(\mathbf{r}(t), t)] \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}(t)}.$$

Если  $f' \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow -\infty$ , то решением этого уравнения будет функция \*\*)

$$f'(\mathbf{p}(t), \mathbf{r}(t), t) = e \int_{-\infty}^t \left\{ \mathbf{E}'(\mathbf{r}(\tilde{t}), \tilde{t}) + \frac{1}{c} [\mathbf{v}(\tilde{t}) \mathbf{B}'(\mathbf{r}(\tilde{t}), \tilde{t})] \right\} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}(\tilde{t})} d\tilde{t}. \quad (4.79)$$

\*) Это выражение характеризует изменение функции  $f'$  в единицу времени за счет выхода частиц из единичного объема фазового пространства вследствие столкновений с эффективной частотой  $v_{\text{эфф}}$ .

\*\*) Знак  $\sim$  мы ввели, чтобы отличить переменную интегрирования  $\tilde{t}$  от ее значения на верхнем пределе, равного  $t$ .



Тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  мы найдем, если будет известно выражение для тока  $\mathbf{j}'_{\text{tot}} = -e \int \mathbf{v} f' d^3 p$ , возникающего в плазме под действием высокочастотных полей  $\mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{B}' \sim e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$ . Полагая в (4.79)  $\mathbf{E}' = \mathbf{E}_\alpha e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}(t) - i\omega t}$  и учитывая, что  $\mathbf{B}' = \frac{c}{\omega} [\mathbf{k}\mathbf{E}']$  (4.25), получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}'_{\alpha \text{ tot}}(\mathbf{r}(t), t) = & \\ = -e^2 E_{\alpha, \beta} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}(t) - i\omega t} \int d^3 p(t) \int_{-\infty}^t e^{i\mathbf{k}[\mathbf{r}(\tilde{t}) - \mathbf{r}(t)] - i\omega(\tilde{t} - t)} \mathbf{v}_\alpha(t) \times & \\ \times \left\{ \left( 1 - \frac{k_\gamma v_\gamma(\tilde{t})}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial p_\beta(\tilde{t})} + \frac{k_\gamma v_\beta(\tilde{t})}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial p_\gamma(\tilde{t})} \right\} d\tilde{t}. & \quad (4.80) \end{aligned}$$

Выполнив замену переменного  $\tilde{t} \rightarrow \xi = t - \tilde{t}$ , получим в (4.80) интеграл по  $\xi$  в постоянных пределах от 0 до  $\infty$ . Меняя затем порядок интегрирования, замечаем, что интеграл по  $d\xi$  не должен зависеть от  $t$  как от параметра при любой стационарной функции распределения  $f_0$ , так как закон изменения тока  $\mathbf{j}'_{\alpha \text{ tot}}$  во времени, совпадающий с соответствующей зависимостью поля  $\mathbf{E}'(t)$ , уже содержится в множителе перед интегралом. Поскольку интеграл по  $\xi$  берется в постоянных пределах, отсюда следует, что и подинтегральное выражение не должно зависеть от  $t$ . Величину  $t$  в этом выражении поэтому можно выбирать произвольно; мы положим  $\xi = t$ . Тогда из (4.80), (4.56) с учетом (4.77) получим, что тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в релятивистской плазме имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta} - i \frac{4\pi e^2}{\omega} \int d^3 p_0 \int_0^\infty v_{\alpha} e^{i\omega t - i \int_0^t \mathbf{k}\mathbf{v}(t') dt'} \times & \\ \times \left\{ \left( 1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_0}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial p_{0\beta}} + \frac{k v_{0\beta}}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial p_0} \right\} dt. & \quad (4.81) \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{v}_0$  — импульс и скорость частиц в момент  $t = 0$ ;  $\mathbf{v}(t)$  — зависимость скорости невозмущенного движения частиц от времени, заданная уравнением (4.77).

Строго говоря, мы доказали соотношение (4.81) только вдоль данной траектории невозмущенного движения электрона, удовлетворяющего начальным условиям  $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$ ;  $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$  (поскольку зависимость поля от координат и

времени выбиралась в форме  $e^{ikr(t)-i\omega t}$ ). Варьируя, однако, начальные значения  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{v}_0$ , можно убедиться в справедливости (4.81) при любых значениях  $\mathbf{r}$  и  $t$ .

Если в плазме содержится несколько сортов частиц (электроны, ионы) или же один сорт частиц, который удобно рассматривать в виде нескольких компонент, каждая со своей собственной функцией распределения  $f_0$ , то для получения  $\epsilon_{\alpha\beta}$  следует просуммировать по всем сортам или компонентам выражение, стоящее справа от  $\delta_{\alpha\beta}$  в (4.81).

Напомним, что выражение (4.81) получено при условии, что  $f' \rightarrow 0$ , если  $t \rightarrow -\infty$ . Это означает, что волна нарастает во времени, т. е. что  $\text{Im } \omega > 0$  (декремент  $\gamma = -\text{Im } \omega$  отрицателен). Для затухающих волн с  $\text{Im } \omega < 0$  тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  можно рассматривать как аналитическое продолжение функции  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  (4.81) в нижнюю полуплоскость комплексных значений  $\omega$ . Указанный способ получения  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  в области  $\text{Im } \omega < 0$ , конечно, представляет собой лишь рецепт, в справедливости которого можно убедиться, решая задачу об установлении тока  $\mathbf{j}_{\text{tot}}(\mathbf{r}, t)$  в плазме при включении полей в начальный момент времени  $t = t_0$  (см. в этой связи [60]).

В изотропной плазме, где  $\mathbf{E}_0 = 0$ ,  $\mathbf{B}_0 = 0$  и функция распределения  $f_0(\mathbf{p})$  не зависит от направления  $\mathbf{p}$ , тензор (4.81) упрощается. В такой плазме  $\mathbf{v}(t) = \text{const} = \mathbf{v}_0$ . Тогда

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta} - i \frac{4\pi e^2}{\omega} \int d^3 p_0 \int_0^{\infty} v_{\alpha}^0 \frac{\partial f_0}{\partial p_{0\beta}} e^{i(\omega - k v_0) t} dt.$$

Здесь учтено, что  $\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{\mathbf{p}}{p}$  и  $\frac{\partial f_0}{\partial p_{\alpha}} = \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{p_{\alpha}}{p}$ . Далее, при  $\text{Im } \omega > 0$

$$\int_0^{\infty} e^{i(\omega - k v_0) t} dt = \frac{i}{\omega - k v_0}$$

и, следовательно \*),

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta} + \frac{4\pi e^2}{\omega} \int \frac{v_{\alpha} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\beta}}}{\omega - k v} d^3 p. \quad (4.82)$$

\*) Индексы «0» у скоростей и импульсов здесь опущены для упрощения записи.

Сопоставляя (4.82) с выражением  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.29), получим, что продольная и поперечная диэлектрические проницаемости в изотропной плазме имеют вид ([55], § 11):

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) &= 1 + \frac{4\pi e^2}{\omega k^2} \int \frac{(k\mathbf{v})^2}{\omega - k\mathbf{v}} \frac{df_0}{d\mathcal{E}} d^3\rho, \\ \epsilon_{\perp}(\omega, \mathbf{k}) &= 1 + \frac{2\pi e^2}{\omega k^2} \int \frac{[k\mathbf{v}]^2}{\omega - k\mathbf{v}} \frac{df_0}{d\mathcal{E}} d^3\rho. \end{aligned} \right\} \quad (4.83)$$

В этих формулах через  $df_0/d\mathcal{E}$  обозначена производная по энергии частиц  $\mathcal{E}$ ; очевидно, что  $\partial f_0/\partial \mathbf{p} = \mathbf{v} df_0/d\mathcal{E}$ .

Формулы (4.83) получены при условии, что  $\text{Im } \omega > 0$  (т. е. для полей, нарастающих во времени) и интегрирование ведется по действительным значениям импульсов  $\mathbf{p}$ . Если же  $\text{Im } \omega < 0$ , то полюс в подынтегральном выражении  $v_k = \omega/k$ , который раньше лежал в верхней полуплоскости комплексных значений импульса  $p_k$ , теперь переместится в нижнюю полуплоскость ( $v_k$  и  $p_k$  — проекции  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{p}$  на направление  $\mathbf{k}$ ). Для получения аналитического продолжения  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$  из области  $\text{Im } \omega > 0$  в область  $\text{Im } \omega < 0$  необходимо, чтобы контур интегрирования  $G$  в плоскости  $p_k$  не прошел через полюс при переходе последнего в нижнюю полуплоскость  $\omega$ . Для этого достаточно, чтобы контур  $G$  всегда огибал полюс снизу (при  $k > 0$ ).

Для нерелятивистской плазмы с максвелловским распределением по скоростям

$$F_0(\mathbf{v}) = \frac{N_0}{(2\pi kT/m_e)^{3/2}} e^{-m_e v^2/2kT} \quad (4.84)$$

величины  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  примут вид \*)

$$\epsilon_{\parallel} = 1 + \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} \left( 1 - \frac{Z}{\sqrt{\pi}} \int_G \frac{e^{-y^2}}{Z-y} dy \right); \quad (4.85)$$

$$\epsilon_{\perp} = 1 - \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} \frac{1}{2\sqrt{\pi} Z} \int_G \frac{e^{-y^2}}{Z-y} dy, \quad (4.86)$$

\*) Нетрудно убедиться, что выражения для  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  в пределе  $|Z| \gg 1$ ,  $|\text{Im } Z| \ll 1$  одинаковы; при этом магнитная проницаемость  $\mu \rightarrow 1$  (см. 4.36)). Однако в случае  $|Z| \lesssim 1$  величины  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  различны; это означает, что в указанных условиях  $\mu \neq 1$ .

где  $v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$ ,  $y = v_k/\sqrt{2} v_T$  ( $v_k$  — проекция скорости электрона на направление  $\mathbf{k}$ ),  $Z = \omega/\sqrt{2} kv_T$ . При переходе от (4.83) к этим формулам учтено, что функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$  и  $F_0(\mathbf{v})$  связаны между собой соотношением  $f_0(\mathbf{p}) d^3p = F_0(\mathbf{v}) d^3v$ , где  $\mathbf{p} = m_e \mathbf{v}$  и, следовательно,  $f_0(\mathbf{p}) = m_e^{-3} F_0(\mathbf{v})$ . Фигурирующий в (4.85), (4.86) интеграл

$$\int_G \frac{e^{-y^2}}{Z-y} dy = -i\pi\omega(Z), \quad (4.87)$$

где  $\omega(Z)$  — интеграл вероятностей от комплексного аргумента (функция Крампа):

$$\omega(Z) = e^{-z^2} \left( 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{x^2} dx \right). \quad (4.88)$$

При малых значениях  $|Z| \ll 1$

$$\omega(Z) = 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} Z + \dots \quad (4.89)$$

При  $|Z| \gg 1$ ,  $|\text{Im } Z| \ll 1$  имеет место асимптотическое разложение

$$\omega(Z) = e^{-z^2} + \frac{i}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{Z} + \frac{1}{2Z^3} + \frac{3}{4Z^5} + \dots \right). \quad (4.90)$$

В случае, если изотропная плазма с максвелловским распределением по скоростям движется как целое со скоростью  $\mathbf{v}_0$ , ее распределение по скоростям будет иметь вид (4.84) с заменой в показателе экспоненты  $v^2$  на  $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2$ . В этом случае для волн с волновым вектором  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{v}_0$  величина  $\epsilon_{\perp}$  сохранится прежней (см. (4.83), (4.86)), а  $\epsilon_{\parallel}$  может быть получена из (4.85) заменой  $Z = \omega/\sqrt{2} kv_T$  на  $Z = (\omega - kv_0)/\sqrt{2} kv_T$ .

В присутствии постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  траектории невозмущенного движения частиц представляют собой винтовые линии с осью вдоль  $\mathbf{B}_0$ . Если учесть это обстоятельство в формуле для  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.81) и провести необходимые преобразования, то в системе координат  $I$  с осью  $z$  вдоль  $\mathbf{B}_0$  и осью  $x$  в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}$  (рис. 7, а) тензор

диэлектрической проницаемости неравновесной магнитоактивной плазмы примет вид (см., например, [61])

$$\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta} - i^{\alpha+\beta} L_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k});$$

$$L_{\alpha\beta} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dp_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\parallel} \frac{D'_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}, p_{\parallel}, p_{\perp})}{\omega - \omega_l(\mathbf{k}, p_{\parallel}, p_{\perp})}, \quad (4.91)$$

где

$$D'_{\alpha\beta} = \frac{8\pi^2 e^2 p_{\perp}}{m_e^2 \omega^2} \times$$

$$\times \begin{cases} A p_{\perp} J_l^2 l^2 \xi^{-2}; & -A p_{\perp} J_l J_l' l \xi^{-1}; & C p_{\perp} J_l^2 l^2 \xi^{-2} - B p_{\perp} J_l^2 l \xi^{-1}; \\ A p_{\perp} J_l J_l' l \xi^{-1}; & -A p_{\perp} J_l'^2; & C p_{\perp} J_l J_l' l \xi^{-1} - B p_{\perp} J_l J_l'; \\ -A p_{\parallel} J_l^2 l \xi^{-1}; & A p_{\parallel} J_l J_l'; & -C p_{\parallel} J_l^2 l \xi^{-1} + B p_{\parallel} J_l^2, \end{cases} \quad (4.92)$$

$$A = (m\omega - k_{\parallel} p_{\parallel}) \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} + k_{\parallel} p_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}};$$

$$B = m\omega \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}}; \quad C = k_{\perp} \left( p_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} - p_{\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right);$$

$$\omega_l = l\Omega_B + k_{\parallel} \frac{p_{\parallel}}{m}; \quad \xi = \frac{k_{\perp} p_{\perp}}{m\Omega_B}.$$

В приведенных выражениях  $J_l$  и  $J_l'$  — функция Бесселя аргумента  $\xi$  и ее производная по  $\xi$ ;  $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  — проекции импульса  $\mathbf{p}$  на направление  $\mathbf{B}_0$  и на плоскость, ортогональную  $\mathbf{B}_0$ ; тот же смысл имеют проекции  $k_{\parallel}$  и  $k_{\perp}$  волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Наконец, через  $\Omega_B$  обозначена релятивистская гирочастота, равная  $eB_0/mc$ , где  $m$  — релятивистская масса электрона:  $m = m_e/\sqrt{1-\beta^2}$ ,  $\beta = v/c$ . Невозмущенная функция распределения электронов по импульсам  $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p_{\parallel}, p_{\perp})$  имеет нормировку

$$\int f_0(\mathbf{p}) d^3p = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\parallel} \int_0^{\infty} p_{\perp} f(p_{\parallel}, p_{\perp}) dp_{\perp} = N_0.$$

Продольная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\parallel}$  (4.50) в рассматриваемой системе координат I может быть записана следующим образом:

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{xx} \sin^2 \alpha + \epsilon_{zz} \cos^2 \alpha + (\epsilon_{xz} + \epsilon_{zx}) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (4.93)$$

где  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ ; отсюда с учетом (4.91) — (4.92)

$$\begin{aligned} \epsilon_{||} = 1 + \frac{8\pi^2 e^2}{k^2} m_e \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dp_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{||} J_l^2 \left( \frac{k_{\perp} p_{\perp}}{m\Omega_B} \right) \times \\ \times \frac{k_{||} p_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial p_{||}} + l m \Omega_B \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}}}{m\omega - l m \Omega_B - k_{||} p_{||}} \end{aligned} \quad (4.94)$$

(см., например, [62]).

В случае  $\text{Im } \omega > 0$  (нарастающие поля) интегрирование в формулах (4.91) и (4.94) проводится по действительным значениям  $p_{\perp}$  и  $p_{||}$ . Для получения аналитического продолжения  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  и  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k})$  в область  $\text{Im } \omega \leq 0$  контур интегрирования в комплексной плоскости  $p_{\perp}$  или  $p_{||}$  следует деформировать таким образом, чтобы при перемещении  $\omega$  в нижнюю полуплоскость этот контур ни разу не пересек полюсов подынтегральных выражений в  $\epsilon_{\alpha\beta}$  и  $\epsilon_{||}$ .

Для равновесной нерелятивистской плазмы с максвелловской функцией распределения (4.84) в тензоре  $\epsilon_{\alpha\beta}$  можно провести интегрирование по  $p_{||}$  и  $p_{\perp}$ . В результате он запишется так [63]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{j\omega_L^2}{\omega k_{||} v_T} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \omega_l e^{-\chi} \frac{l^2}{\chi} I_l; \\ \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_L^2}{\omega k_{||} v_T} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \omega_l e^{-\chi} l (I_l - I_l'); \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{xx} + \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{i\omega_L^2}{\omega k_{||} v_T} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \omega_l e^{-\chi} 2\chi (I_l - I_l'); \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_L^2}{\omega \omega_B} \frac{k_{\perp}}{k_{||}} (1 + i\sqrt{\pi} \omega_l Z_l) \frac{l}{\chi} e^{-\chi} I_l; \\ \epsilon_{yz} &= -\epsilon_{zy} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{i\omega_L^2}{\omega \omega_B} \frac{k_{\perp}}{k_{||}} (1 + i\sqrt{\pi} \omega_l Z_l) e^{-\chi} (I_l - I_l'); \\ \epsilon_{zz} &= 1 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{2} \omega_L^2}{\omega k_{||} v_T} e^{-\chi} I_l Z_l (1 + i\sqrt{\pi} \omega_l Z_l). \end{aligned} \right\} (4.95)$$

Здесь  $\omega_l(Z_l)$  — интеграл вероятности (4.88);  $I_l(\chi)$  и  $I'_l(\chi)$  — модифицированная функция Бесселя порядка  $l$  и ее производная по аргументу  $\chi$ ,

$$Z_l = \frac{\omega - l\omega_B}{\sqrt{2} k_{||} v_T}, \quad \chi = \frac{k_{\perp}^2 v_{\perp}^2}{\omega_B^2}, \quad v_T^2 = \frac{\kappa T}{m_e}. \quad (4.96)$$

При  $v_T \rightarrow 0$  этот тензор переходит в тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.64) — (4.66) «холодной» магнитоактивной плазмы.

Продольная диэлектрическая проницаемость (4.94) в максвелловской плазме приобретает следующий вид:

$$\epsilon_{||} = 1 + \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} \left\{ 1 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} i \sqrt{\pi} Z_0 I_l(\chi) e^{-\chi} \omega(Z_l) \right\}. \quad (4.97)$$

Можно показать (см. в этой связи [64]), что эта формула, справедливая в магнитоактивной плазме, переходит в формулу (4.85) для  $\epsilon_{||}$  изотропной плазмы, если выполнено любое из неравенств:

$$\frac{\text{Im } \omega}{\omega_B} \gg 1; \quad \frac{k_{||} v_T}{\omega_B} \gg 1. \quad (4.98)$$

Первое неравенство означает, что за время существенного изменения амплитуды поля частица не успевает совершить ни одного оборота в магнитном поле. В этом случае приближение  $\mathbf{B}_0 = 0$  справедливо во всем интервале углов  $\alpha$  между  $\mathbf{B}_0$  и  $\mathbf{k}$ . Если же указанное неравенство нарушено, то влияние магнитного поля на характер продольных волн оказывается несущественным только в области углов вблизи направления поля  $\mathbf{B}_0$ , где выполнено второе неравенство (4.98). При этом условии роль теплового движения в формировании продольных волн оказывается более существенной, чем влияние постоянного магнитного поля.

Наоборот, в области углов  $\alpha$ , достаточно близких к  $\pi/2$ , учет влияния магнитного поля необходим, если  $\text{Im } \omega \lesssim \omega_B$ . При строго поперечном распространении [65]

$$\epsilon_{||} = 1 - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2\omega_L^2 l^2 I_l(\chi) e^{-\chi}}{(\omega^2 - l^2 \omega_B^2) \chi}. \quad (4.99)$$

К этому выражению можно прийти, устремив в (4.97)  $k_{||} \rightarrow 0$ , т. е.  $|Z_l| \rightarrow \infty$  и используя тождество  $\sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l(\chi) e^{-\chi} = 1$ .

Выражения для диэлектрической проницаемости плазмы, полученные в этом параграфе, будут использованы в дальнейшем при рассмотрении характера нормальных волн, их поглощения и усиления, условий распространения волн в плазме и т. д.

### § 5. Электромагнитные волны в однородной равновесной плазме

**Волны в изотропной плазме.** Во втором разделе § 4 было выяснено, что в изотропной плазме могут существовать лишь два типа нормальных волн: поперечные электромагнитные и продольные плазменные волны. В поперечных волнах векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  перпендикулярны к волновому вектору  $\mathbf{k}$ ; в остальном их поляризация остается произвольной, так что при разложении заданного электромагнитного поля в качестве поперечных нормальных волн можно взять любые две волны  $\mathbf{E} \propto e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$  с ортогональными поляризациями (о волнах с ортогональными поляризациями см. в § 2). Однако в случае, если волны в изотропной плазме рассматриваются как предельный переход от магнитоактивной плазмы (при стремлении постоянного поля  $\mathbf{B}_0 \rightarrow 0$ ), поляризация поперечных волн будет вполне определенной (см. следующий раздел). Наконец, в продольных волнах электрическое поле  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$ , а магнитное поле отсутствует.

Связь между частотой и волновым вектором для электромагнитных волн определяется дисперсионным уравнением (4.43). Входящая в него поперечная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\perp}$  для «холодной» плазмы задается формулой (4.69). Из нее следует, что дисперсионное уравнение для поперечных волн (4.43) имеет вид \*):

$$\omega^2 = \omega_L^2 + c^2 k^2. \quad (5.1)$$

Это уравнение приводит к действительным решениям  $k$  при действительных значениях  $\omega \geq \omega_L$ . При этом можно ввести показатель преломления электромагнитной волны

---

\*) Учет теплового движения на основе кинетического уравнения приводит к появлению в правой части (5.1) члена  $v_T^2 k^2$ , которым в нерелятивистской плазме ( $v_T^2/c^2 \ll 1$ ) вполне можно пренебречь по сравнению с членом  $c^2 k^2$  ([55], § 12).



$n_{эл}$ , определив его как  $n_{эл} = ck/\omega$  (см. (4.52)). Согласно (5.1) и (4.70)

$$n_{эл}^2 = \epsilon_{\perp} = \epsilon = 1 - \omega_L^2/\omega^2, \quad (5.2)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость изотропной плазмы в отсутствие теплового движения. Зависимость  $n_{эл}^2$  от параметра  $\nu = \omega_L^2/\omega^2$  представлена на рис. 8.

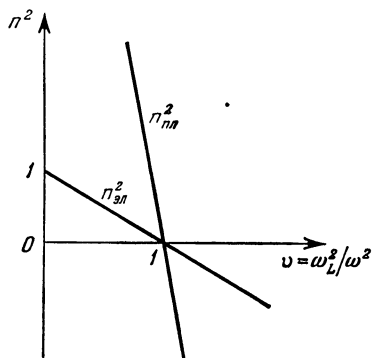


Рис. 8. Зависимость квадрата показателя преломления  $n^2$  от параметра  $\nu$  в изотропной плазме.

Длина электромагнитной волны  $\lambda_{эл} = 2\pi/k = = 2\pi c/\omega\sqrt{\epsilon}$ . Фазовая скорость

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} \mathbf{s} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \mathbf{s}, \quad (5.3)$$

где  $\mathbf{s}$  — единичный вектор в направлении  $\mathbf{k}$ . Из (5.3) следует, что  $v_{\phi} \geq c$ . В свою очередь групповая скорость

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = c \frac{d\omega}{d(\omega n_{эл})} \mathbf{s}, \quad (5.4)$$

т. е. она направлена вдоль вектора фазовой скорости  $\mathbf{v}_{\phi}$ . С учетом (5.2) получаем, что  $v_{гр} = c\sqrt{\epsilon} \leq c$ , причем произведение  $v_{\phi}v_{гр} = c^2$ .

Заметим, что при  $\omega < \omega_L$  величина  $n_{эл}^2 < 0$ , т. е.  $n_{эл}$  становится чисто мнимым. Это означает, в соответствии с определением (4.52) показателей преломления и поглощения  $n$ ,  $\eta$ , что в этой области частот  $n = 0$ ,  $\eta^2 = 1 - \omega_L^2/\omega^2$  и  $\text{Re } k = 0$ . При этом электромагнитное поле не осциллирует в пространстве, а экспоненциально затухает, причем фазы колебаний полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  в данной точке сдвинуты на  $\pi/2$  \*). Благодаря такому сдвигу фаз средний по времени поток энергии в поперечной волне при  $\omega < \omega_L$  обращается в нуль.

Плотность энергии в поперечных волнах со случайными фазами [57, 66]

$$W_{\perp} = \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2)_k \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon_{\perp}) \right)_{\omega=\omega(k)} d^3k. \quad (5.5)$$

\*) Это следует из уравнения (4.25) при мнимых значениях  $k$ .

Здесь  $(E^2)_k$  определяется соотношением  $\langle E_k E_k^* \rangle = (E^2)_k \delta(k' - k)$ , в котором  $E_k$  — комплексная амплитуда разложения (2.1); скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по фазам плоских волн \*); связь  $\omega = \omega(k)$  определяется дисперсионным уравнением (5.1). Из (5.5) следует, что спектральная плотность энергии в поперечных волнах

$$W_k = \frac{1}{8\pi} (E^2)_k \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon_{\perp}) \right)_{\omega = \omega(k)}. \quad (5.6)$$

С учетом (5.2)

$$W_k = \frac{1}{4\pi} (E^2)_k. \quad (5.7)$$

Соответственно спектральная интенсивность в этих волнах будет равна (см. (2.11))

$$I_k = W_k v_{гр} = \frac{c \sqrt{\epsilon}}{4\pi} (E^2)_k, \quad (5.8)$$

поскольку  $v_{гр} = c \sqrt{\epsilon}$ .

Перейдем теперь к плазменным волнам, в которых  $E_k \parallel k$ . Для таких волн в квазигидродинамическом приближении дисперсионное уравнение (4.44) запишется в форме, справедливой (в рамках этого приближения) при любых  $\omega$  и  $k$ :

$$\omega^2 = \omega_L^2 + v_T^2 k^2. \quad (5.9)$$

Несовершенство квазигидродинамического подхода называется и на величине коэффициентов в дисперсионном уравнении (5.9), и на границах его применимости. В самом деле, последовательный учет теплового движения в равновесной плазме на основе кинетического уравнения приводит к выражению (4.85) для  $\epsilon_{||}$ . С учетом (4.87) дисперсионное уравнение для продольных волн в изотропной плазме запишется в виде

$$\epsilon_{||} = 1 + \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} [1 + i \sqrt{\pi} Z w(Z)] = 0, \quad (5.10)$$

\*) Для того чтобы в разложение (2.1) входили только поперечные волны ( $E_k \perp k$ ), следует взять ту часть  $E(r, t)$ , для которой  $\text{div } E = 0$ . Другая часть поля, в которой  $\text{rot } E = 0$ , даст при разложении продольные волны ( $E_k \parallel k$ ).

где  $Z = \omega/\sqrt{2}kv_T$ . В области

$$Z \gg 1, \quad |\operatorname{Im} Z| \ll 1, \quad (5.11)$$

соответствующей слабому затуханию и большим фазовым скоростям  $v_\phi \gg v_T$ , уравнение (5.10) можно представить следующим образом:

$$\varepsilon_{||} = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} - \frac{3\omega_L^2 k^2 v_T^2}{\omega^4} + \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} i \sqrt{\pi} Z e^{-Z^2} = 0. \quad (5.12)$$

При переходе от (5.8) к (5.10) было использовано асимптотическое представление (4.90) функции Крампа  $\omega(Z)$ .

Экспоненциально малое слагаемое с мнимой единицей в (5.10) приводит к слабому затуханию плазменных волн (появлению  $\operatorname{Im} \omega < 0$  при действительных  $k$ ), не связанному с соударениями частиц плазмы. Это — так называемое затухание Ландау: его мы пока рассматривать не будем, отложив обсуждение его роли и физического смысла до гл. V, посвященной поглощению волн в космической плазме. Учитывая вместе с тем, что при условии (5.11) частота  $\omega$  близка к  $\omega_L$ , представим дисперсионное уравнение (5.12) в приближенной форме:

$$\omega^2 \approx \omega_L^2 + 3v_T^2 k^2. \quad (5.13)$$

Это уравнение задает показатель преломления плазменной волны:

$$n_{\text{пл}}^2 = \frac{1 - \omega_L^2/\omega^2}{3\beta_T^2} = \frac{n_{\text{эл}}^2}{3\beta_T^2}; \quad \beta_T = \frac{v_T}{c}. \quad (5.14)$$

Зависимость квадрата показателя преломления  $n_{\text{пл}}^2$  от параметра  $\nu = \omega_L^2/\omega^2$  представлена на рис. 8. Длина плазменной волны  $\lambda_{\text{пл}} = 2\pi \sqrt{3}v_T/\omega \sqrt{\varepsilon}$  в  $(\sqrt{3}\beta_T)^{-1}$  раз меньше длины электромагнитной волны той же частоты; соответственно показатель преломления плазменной волны в  $(\sqrt{3}\beta_T)^{-1}$  раз больше показателя преломления электромагнитной волны. В условиях солнечной короны, где температура  $T \sim 10^8$  °К,  $v_T \sim 4 \cdot 10^8$  см/сек и  $\beta_T \sim 10^{-2}$ , величина  $n_{\text{пл}}$  примерно на два порядка больше, чем  $n_{\text{эл}}$ . В областях, где космическая плазма имеет меньшую температуру (например, в солнечной хромосфере или в областях III межзвездной среды), это различие еще сильнее.

Как и для поперечных волн, в плазменных волнах  $v_\phi \parallel v_{гр} \parallel k$ . Фазовая и групповая скорости плазменных волн по величине равны соответственно

$$\left. \begin{aligned} v_\phi &= \frac{\omega}{k} = \sqrt{3} \frac{v_T}{\sqrt{\epsilon}}; \\ v_{гр} &= \frac{d\omega}{dk} = \frac{cd\omega}{d(\omega n_{пл})} = \sqrt{3\epsilon} v_T; \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

их произведение  $v_\phi v_{гр} = 3v_T^2$ .

Приведем, наконец, выражения для плотности энергии и потока энергии плазменных волн. Величина спектральной плотности энергии определяется выражением, аналогичным приведенному для  $W_k$  (5.6) [57,66]:

$$W_k = \frac{1}{8\pi} (E^2)_k \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon_{||}) \right)_{\omega = \omega(k)}.$$

Однако теперь величина  $(E^2)_k$  служит характеристикой продольного электрического поля (в котором  $\text{rot } E = 0$ ), а функция  $\omega(k)$  — решением дисперсионного уравнения для плазменных волн  $\epsilon_{||} = 0$  (5.10). При условии (5.11), когда  $\epsilon_{||}$  имеет вид (5.12), получаем (пренебрегая экспоненциально малым членом в (5.12)):

$$W_k = \frac{1}{4\pi} (E^2)_k (1 + \epsilon) \approx \frac{1}{4\pi} (E^2)_k. \quad (5.16)$$

Соответственно спектральная интенсивность плазменных волн будет иметь вид

$$I_k = \frac{\sqrt{3\epsilon} v_T}{4\pi} (E^2)_k (1 + \epsilon) \approx \frac{\sqrt{3\epsilon} v_T}{4\pi} (E^2)_k, \quad (5.17)$$

поскольку  $I_k = W_k v_{гр}$  (2.11) и  $v_{гр} = \sqrt{3\epsilon} v_T$ . При переходе к последним выражениям в (5.16), (5.17) учтено, что в плазменных волнах при  $\omega \gg \sqrt{2k} v_T$  (5.11) частота  $\omega$  близка к  $\omega_L$ , т. е.  $\epsilon \ll 1$ .

При  $\omega \sim \sqrt{2k} v_T$ , т. е. в случае, когда фазовая скорость волны  $v_\phi = \omega/k$  сравнима с тепловой скоростью электронов  $v_T$ , формула (5.13) для частоты плазменных волн становится неверной. Вместе с тем, в этой области резко возрастает роль затухания Ландау и волна поглощается за время

порядка  $1/\omega \sim 1/\omega_L$ . Указанное обстоятельство следует из простых физических соображений. Если в начальный момент в плазме задана продольная волна с длиной  $1/k \sim \sim v_T/\omega_L \sim v_T/\omega$  (т. е. с фазовой скоростью  $v_\phi \sim v_T$ ), то за время  $1/\omega$  электроны, участвующие в тепловом движении, переместятся на расстояние  $\sim 1/k$ . Тем самым, за время  $1/\omega$  частицы перенесут свою упорядоченную скорость, приобретенную под действием поля волны и характерную для данной фазы волны  $\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$ , в область, где фаза существенно иная. Это приведет к резкому затуханию заданного распределения поля  $\mathbf{E}$  в течение  $t \sim 1/\omega$ .

Следует отметить, что по причинам, которые будут указаны в § 12, затухание Ландау существует только для тех волн, фазовая скорость которых меньше скорости света. Поэтому для плазменных волн затухание Ландау отсутствует на тех частотах, для которых  $n_{пл} = c/v_\phi < 1$ . Для электромагнитных волн в изотропной плазме всегда  $n_{эл} < 1$  и затухание Ландау невозможно.

**Обыкновенные и необыкновенные волны в магнитоактивной плазме.** Присутствие в плазме постоянного магнитного поля радикально меняет ее электромагнитные свойства, делая ее магнитоактивной (гиротропной и анизотропной) средой. Гиротропия плазмы проявляется в эллиптической поляризации нормальных волн, а анизотропия — в зависимости их характеристик (поляризации, показателей преломления и поглощения) от направления распространения.

В «холодной» магнитоактивной плазме с тензором диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega)$  в форме (4.64) дисперсионное уравнение (4.39) позволяет найти показатель преломления нормальных волн  $n_j$  ( $j$  — «номер» нормальной волны). Без учета соударений в такой плазме поглощение отсутствует (показатель поглощения  $\eta_j = 0$  и  $n_j = ck_j/\omega$ ). При этом дисперсионное уравнение (4.39) сводится к виду ([57] § 12)

$$(1 - u - v + uv \cos^2 \alpha) n^4 - [2(1 - v)^2 - u(2 - v - v \cos^2 \alpha)] n^2 - (1 - v)[u - (1 - v)^2] = 0, \quad (5.18)$$

где  $\alpha$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и полем  $\mathbf{B}_0$ . Это уравнение определяет два значения квадрата показателя преломления  $n_j^2$  ( $j = 1, 2$ ), соответствующие двум нормальным волнам, которые могут распространяться в одно-

родной магнитоактивной плазме (без учета теплового движения):

$$n_j^2 = 1 - \frac{2\nu(1-\nu)}{2(1-\nu) - u \sin^2 \alpha \mp \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-\nu)^2 \cos^2 \alpha}}. \quad (5.19)$$

Здесь знак минус и индекс  $j = 1$  отвечают необыкновенной волне, знак плюс и индекс  $j = 2$  — обыкновенной волне. При  $u = \omega_B^2/\omega^2 \ll 1$  выражение для  $n_j^2$  переходит в форму (5.2) для поперечных электромагнитных волн в изотропной

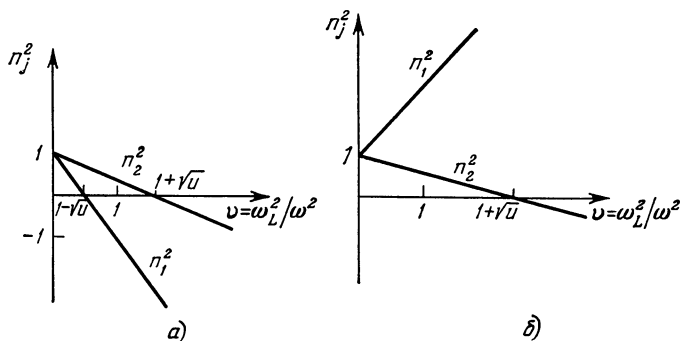


Рис. 9. Зависимость  $n_j^2(\nu)$  при продольном распространении в магнитном поле: а)  $u < 1$ ; б)  $u > 1$

плазме. Графики зависимости  $n_j^2(\nu)$  в случае продольного ( $\alpha = 0$ ) и поперечного ( $\alpha = \pi/2$ ) распространения относительно магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  представлены на рис. 9 и 10. Зависимости  $n_j^2(\nu)$  при произвольном (но малом) угле  $\alpha$  даны на рис. 11.

Показатели преломления обращаются в нуль при  $\nu = \nu_0$ , где

$$\nu_0 = 1, \quad \nu_0 = 1 \mp \sqrt{u}, \quad (5.20)$$

и становятся бесконечно большими при значениях  $u, \nu$ , удовлетворяющих соотношению

$$1 - u - \nu + u\nu \cos^2 \alpha = 0, \quad (5.21)$$

г. е. при  $\nu = \nu_\infty$ , где

$$\nu_\infty = \frac{1-u}{1-u \cos^2 \alpha}. \quad (5.22)$$

Из рисунков следует, что характер дисперсионных кривых  $n_j^2(v)$  существенно меняется с переходом от  $u < 1$  к  $u > 1$ . В последнем случае также следует различать два варианта:  $u \cos^2 \alpha < 1$  и  $u \cos^2 \alpha > 1$ . Поскольку параметр  $v$  не может быть отрицательным, в области  $u > 1$ ,  $u \cos^2 \alpha < 1$  нет полюсов функции  $n_j^2(v)$  (см. (5.22)). При малых углах  $\alpha$  указанная область мало существенна, так как она реализуется лишь в весьма узком интервале значений параметра  $u$ .

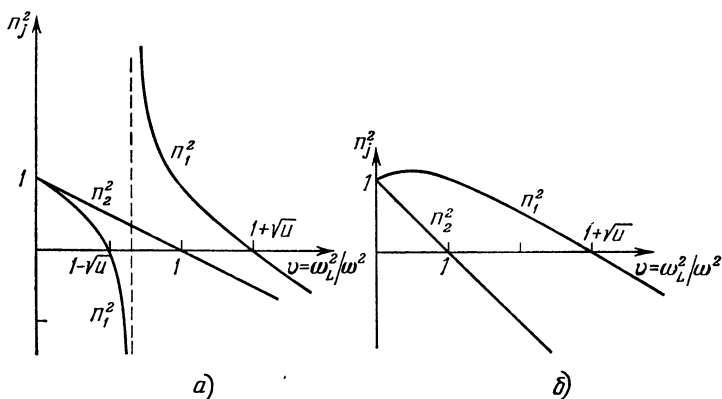


Рис 10 Зависимость  $n_j^2(v)$  при поперечном распространении волн в магнитном поле: а)  $u < 1$ ; б)  $u > 1$

В связи с приведенными графиками дисперсионных кривых надо отметить (во избежание недоразумений) следующее обстоятельство. Если рассматривать графики рис. 9 как результат предельного перехода  $\alpha \rightarrow 0$  от графиков рис. 11, то для сохранения соответствия между названиями волн при  $\alpha = 0$  и при  $\alpha \neq 0$  следовало бы продолжение дисперсионной прямой  $n_1^2(v)$  на рис. 9 в область  $v > 1$  обозначать через  $n_2(v)$ . При этом соответствующие волны должны называться обыкновенными, несмотря на то, что в области  $v < 1$  волны, отвечающие той же дисперсионной прямой, по-прежнему именуются необыкновенными. Аналогично продолжение дисперсионной прямой  $n_2^2(v)$  (обыкновенная волна) в область  $v > 1$  на рис. 9 следовало бы обозначать через  $n_1^2(v)$ , а соответствующую волну называть необыкновенной. Однако в теории распространения электро-

магнитных волн в плазме более традиционны другие обозначения, принятые на рис. 9 — 11. Им мы и будем следовать в дальнейшем, помня о необходимости переобозначений дисперсионных кривых и изменения названий волн в области  $\nu > 1$  при переходе от продольного распространения к случаю  $\alpha \neq 0$ .

Рисунки 9—11 фактически характеризуют изменение показателей преломления в зависимости от собственной частоты плазмы  $\omega_L$  при  $\omega = \text{const}$  и  $\omega_B = \text{const}$ . Представляет

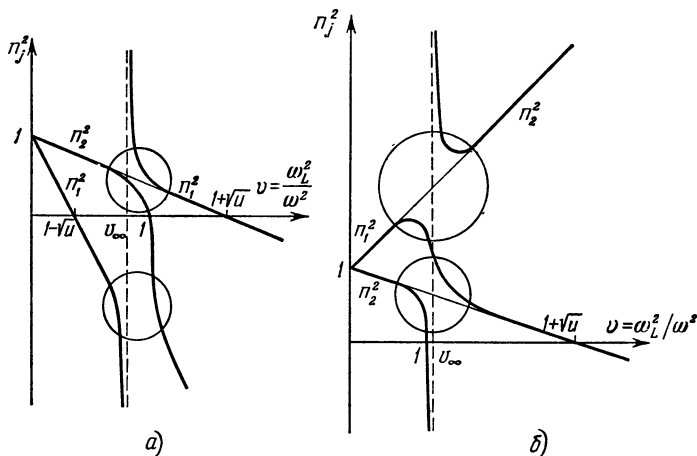


Рис. 11. Зависимость  $n_j^2(\nu)$  при  $\alpha \ll 1$ : а)  $u < 1$ ; б)  $u \cos^2 \alpha > 1$ . Кружками отмечены области линейного взаимодействия волн (см. § 7).

интерес также вид функций  $n_j^2(\omega)$  при постоянных  $\omega_L$  и  $\omega_B$ ; соответствующий график для одного частного случая приведен на рис. 12. При фиксированных значениях  $\omega_L$  и  $\omega_B$  квадрат показателя преломления обращается в бесконечность на двух частотах  $\omega_\infty$ , определяемых уравнением (5.21):

$$\omega_\infty^2 = \frac{1}{2} (\omega_B^2 + \omega_L^2) \pm \left[ \frac{1}{4} (\omega_B^2 + \omega_L^2)^2 - \omega_B^2 \omega_L^2 \cos^2 \alpha \right]^{1/2}. \quad (5.23)$$

Величина  $\omega_\infty^2$  (5.23) всегда неотрицательна, т. е. две указанные особенности  $n_j^2(\omega)$  сохраняются при любых значениях параметров  $\omega_L$ ,  $\omega_B$  и  $\alpha$ . Частоты  $\omega_\infty$  называются резонанс-



ными. При  $\alpha = 0$  одно из значений  $\omega_\infty = \omega_L$  — это плазменный резонанс, другое значение  $\omega_\infty = \omega_B$  — циклотронный резонанс. Если  $\alpha = \pi/2$ , то одно из значений  $\omega_\infty$  равно  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  — это верхний гибридный резонанс. При

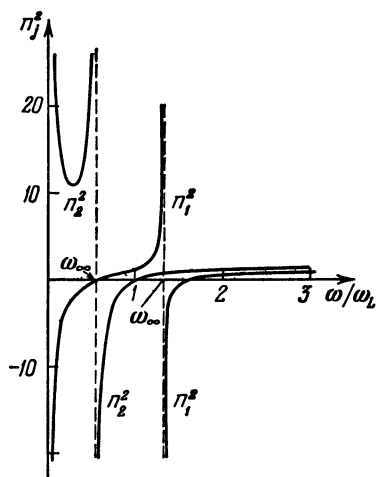


Рис. 12. Дисперсионные кривые  $n_j^2(\omega)$  при постоянных  $\omega_L$  и  $\omega_B$  (для  $\omega_B/\omega_L = 1$  и  $\alpha = \pi/4$ ).

учете движения ионов в области низких частот появляется нижний гибридный резонанс  $\omega_\infty = \sqrt{\omega_B \omega_{B_i}} = \omega_B \sqrt{m_e/m_i}$ .

Выражение для показателей преломления (5.19) довольно сложно. Однако оно существенно упрощается в двух предельных случаях — при так называемом квазипродольном и квазипоперечном распространении ([57] § 11). Квазипродольное распространение реализуется в плазме при выполнении следующих условий \*):

$$\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4 \cos^2 \alpha} \ll (1 - v)^2;$$

$$|1 \mp \sqrt{u} \cos \alpha| \gg \frac{u \sin^2 \alpha}{|1 - v|}; \quad (5.24)$$

квазипоперечное — в случае, когда

$$\begin{aligned} \frac{u \sin^4 \alpha}{4 \cos^2 \alpha} &\gg (1 - v)^2; & \operatorname{tg}^2 \alpha &\gg |1 - v|; \\ |1 - v - u \sin^2 \alpha| &\gg (1 - v^2) \operatorname{ctg}^2 \alpha. \end{aligned} \quad (5.25)$$

В квазипродольном приближении

$$n_{1,2}^2 = 1 - \frac{v}{1 \mp \sqrt{u} \cos \alpha}; \quad (5.26)$$

\*) Заметим, что первые неравенства в (5.24), (5.25) относятся к волнам обоих типов. Второе неравенство в (5.24), взятое с верхним знаком, относится к необыкновенной волне, с нижним — к обыкновенной волне. Далее, в (5.25) второе условие имеет отношение только к обыкновенной, а третье условие — только к необыкновенной волне.

в квазипоперечном —

$$n_1^2 = 1 - \frac{v(1-v)}{1-v-u \sin^2 \alpha}; \quad n_2^2 = 1 - v. \quad (5.27)$$

Выражение для  $n_1^2$  (5.19) существенно упрощается также в области достаточно низких частот, для которых

$$v \cos^2 \alpha \gg u \cos^2 \alpha \gg 1. \quad (5.28)$$

В этом случае

$$n_1^2 \approx - \frac{v}{|\sqrt{u} \cos \alpha|}; \quad n_2^2 \approx \frac{v}{|\sqrt{u} \cos \alpha|}, \quad (5.29)$$

т. е. необыкновенная волна распространяться не может ( $n_1^2 < 0$  и  $\text{Re } k = 0$ ), в отличие от волны обыкновенного типа, в которой  $n_2^2 \gg 1$ . Последнее неравенство очевидно, если учесть, что согласно (5.28)  $v \gg u \gg 1$  и, тем более,  $v \gg \sqrt{u}$ . Условия (5.28) типичны для распространения в земной магнитосфере «свистящих атмосфериков» («вистлеров»); в соответствии с этим и обыкновенная волна с показателем преломления  $n_2^2$  (5.29) часто называется «вистлером». На рис. 11, б вистлерам соответствует та ветвь дисперсионной кривой для обыкновенной волны, которая расположена справа, при значениях  $v \gg 1$ .

В квазипродольном приближении при дополнительном условии  $v \gg |\sqrt{u} \cos \alpha| - 1$  квадрат показателя преломления вистлеров имеет вид \*)

$$n_1^2 \approx \frac{v}{|\sqrt{u} \cos \alpha| - 1}. \quad (5.30)$$

В отличие от (5.29), для справедливости (5.30) не нужно требовать, чтобы  $u \cos^2 \alpha \gg 1$ .

Отметим еще один случай, когда выражения для  $n_2^2$  имеют особенно простой вид [67, 68]. Он реализуется тоже на достаточно низких частотах, но при других соотношениях между  $\omega_B$  и  $\omega_L$ , чем у вистлеров. Именно, при условиях

$$u \sin^4 \alpha \gg 4v^2 \cos^2 \alpha; \quad v \cos^2 \alpha \gg 1 \quad (5.31)$$

формула (5.19) для обыкновенной волны переходит в

\*) При сопоставлении (5.30) с (5.29) следует иметь в виду смену названий волн в области  $v > 1$  при переходе  $\alpha \rightarrow 0$ .

следующую:

$$n_2^2 \approx \cos^2 \alpha. \quad (5.32)$$

При этом показатель преломления не зависит от частоты, а фазовая скорость  $v_\phi = c \cos \alpha$ .

Обыкновенные и необыкновенные волны в магнитоактивной плазме, вообще говоря, эллиптически поляризованы, причем отношение компонент электрического поля определяется следующими формулами. В системе координат, изображенной на рис. 7, б в § 4 (с осью  $z$  вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$ ), отношение компонент электрического поля ([3] § 26)

$$\frac{E_y}{E_x} = iK_j; \quad \frac{E_z}{E_x} = i\Gamma_j, \quad (5.33)$$

где коэффициенты поляризации

$$\left. \begin{aligned} K_j &= \frac{2\sqrt{u}(1-v)\cos\alpha}{u\sin^2\alpha \pm \sqrt{u^2\sin^4\alpha + 4u(1-v)^2\cos^2\alpha}}; \\ \Gamma_j &= -\frac{v\sqrt{u}\sin\alpha + K_j uv\sin\alpha\cos\alpha}{1-u-v+u\cos^2\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (5.34)$$

В первой формуле верхний знак относится к необыкновенной ( $j = 1$ ), нижний — к обыкновенной волне ( $j = 2$ ).

Из определения коэффициентов поляризации (5.33), (5.34) ясно, что величина  $K_j$  характеризует отношение осей эллипса, описываемого электрическим полем в плоскости, ортогональной направлению волнового вектора  $\mathbf{k}$ , т. е. степень эллиптичности  $p$  нормальных волн в плазме:  $p \equiv \equiv \operatorname{tg} \sigma = K_j$  (см. § 2). В свою очередь значение  $\Gamma_j$  определяет относительную величину продольной (по  $\mathbf{k}$ ) компоненты электрического поля нормальной волны. Поскольку  $K_1 K_2 = -1$ , эллипсы поляризации обыкновенной и необыкновенной волн подобны, их большие оси взаимно перпендикулярны и знаки вращения векторов  $\mathbf{E}$  различны. Такая поляризация двух волн называется ортогональной.

Для  $\alpha = \pi/2$  поляризация линейная, причем вектор  $\mathbf{E}$  в обыкновенной волне направлен вдоль постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , а в необыкновенной он лежит в плоскости, ортогональной  $\mathbf{B}_0$  (и описывает в этой плоскости эллипс). При  $\alpha = 0$  волны становятся поперечными, а поляризация — круговой, с вращением по часовой стрелке в вол-

не необыкновенного типа и против часовой стрелки -- в волне обыкновенного типа (если смотреть в направлении распространения). Указанные направления вращения соответствуют распространению волн вдоль  $\mathbf{B}_0$ ; они сохраняются до тех пор, пока волновой вектор  $\mathbf{k}$  составляет острый угол с вектором  $\mathbf{B}_0$ . Если же нормальные волны идут в сторону, противоположную  $\mathbf{B}_0$ , или вектор  $\mathbf{k}$  образует тупой угол с направлением  $\mathbf{B}_0$ , то знаки вращения в необыкновенной и обыкновенной волнах (относительно направления  $\mathbf{k}$ ) меняются на обратные. Однако в любом случае при  $v < 1$  направление вращения вектора  $\mathbf{E}$  (в плоскости, ортогональной  $\mathbf{k}$ ) в необыкновенных волнах совпадает, а в обыкновенных -- противоположно направлению вращения электрона в магнитном поле  $\mathbf{B}_0$ .

При произвольном угле  $\alpha \neq 0, \pi/2$  поляризация становится строго линейной только для значения  $v = 1$ , оставаясь эллиптической при  $v \neq 1$ . Однако приближенно линейный характер поляризации обыкновенных и необыкновенных волн сохраняется во всем интервале углов  $\alpha$  (5.25), где имеет место квазипоперечное распространение, точно так же, как в случае квазипродольного распространения (5.24) поляризация обоих типов волн близка к круговой.

Указанная эллиптичность при  $v \neq 1$  сохраняется и в разреженной плазме ( $v \ll 1$ ) и при переходе к вакууму ( $v \rightarrow 0$ ), когда  $\Gamma_j \rightarrow 0$  и

$$K_j \rightarrow \frac{2\sqrt{v} \cos \alpha}{u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u \cos^2 \alpha}}. \quad (5.35)$$

Зависимость в этом случае отношения осей эллипса поляризации  $K_{1,2}$  от угла  $\alpha$  для разных значений параметра  $u = \omega_B^2/\omega^2$  показана на рис. 13.

Посмотрим далее, каков характер поляризации нормальных волн на частотах  $\omega \rightarrow \omega_\infty$ , где  $\omega_\infty$  удовлетворяет

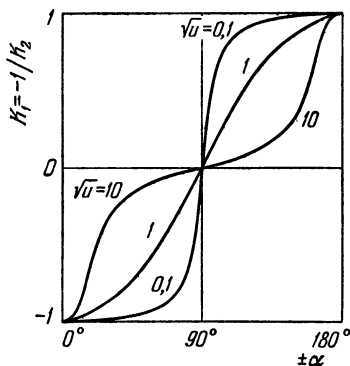


Рис. 13. Коэффициент поляризации  $K_{1,2}$  в функции угла  $\alpha$ .

уравнению (5.21) и где  $n_{1,2}^2 \rightarrow \infty$ . Из вида  $\Gamma_j$  (5.34) следует, что в указанной области велико отношение компонент  $E_z/E_x$  нормальных волн, т. е. последние становятся близкими к продольным \*).

Заметим, что случай продольного распространения ( $\alpha = 0$ ) на частотах, близких к  $\omega_B$ , является исключительным в том смысле, что здесь коэффициенты поляризации  $\Gamma_j = 0$ ,  $K_j = 1$ . Это свидетельствует о поперечном характере циркулярно поляризованной необыкновенной волны, несмотря на то, что при  $\omega \rightarrow \omega_B$  величина  $n_1^2 \rightarrow \infty$ . Обыкновенные волны, соответствующие вистлерам, тоже не являются продольными, хотя для них  $n_2^2 \gg 1$ . Оба указанных исключения отличаются еще и большей величиной магнитного поля по сравнению с электрическим, благодаря тому, что в этих волнах  $E_{x,y} \gg E_z$ ,  $n_j^2 \gg 1$  и, в соответствии с уравнением (4.25),  $B_{x,y} \sim n_j E_{x,y}$ .

В некоторых случаях представляет интерес отношение компонент электрического поля в нормальных волнах в другой системе координат — с осью  $z$ , ориентированной вдоль магнитного поля  $B_0$  и вектором  $k$  в плоскости  $yz$ . При такой ориентации осей отношение компонент поля  $E$  будет следующим:

$$\frac{E_y}{E_x} = ig_j; \quad \frac{E_z}{E_x} = ih_j, \quad (5.36)$$

где

$$g_j = K_j \cos \alpha - \Gamma_j \sin \alpha; \quad h_j = \Gamma_j \cos \alpha + K_j \sin \alpha \quad (5.37)$$

и  $K_j$ ,  $\Gamma_j$  по-прежнему определяются формулами (5.34).

Обратим внимание на одну интересную особенность поляризации обыкновенных и необыкновенных волн в «холодной» магнитоактивной плазме — стремление  $g_j \rightarrow -1$  при  $u \rightarrow 1$  для обоих типов волн. Это означает, что на гирочастоте, когда  $\omega \rightarrow \omega_B$ , вектор  $E$  описывает окружность в плоскости, ортогональной полю  $B_0$ , причем направление вращения одинаково для обоих типов волн. Существенно, что это направление вращения противоположно направлению вращения электрона в магнитном поле; благодаря указанному

---

\*) Как мы убедимся ниже, на частотах  $\omega \approx \omega_\infty$  необходим учет теплового движения частиц в плазме, который существенно меняет поведение дисперсионных кривых  $n_j^2(\omega, \alpha)$  в этой области.

обстоятельству резко уменьшается интенсивность циклотронного излучения электрона на частотах  $\omega \approx \omega_B$  (см. подробнее § 10).

Вследствие анизотропии магнитоактивной плазмы направления векторов групповой скорости  $\mathbf{v}_{гр} = d\omega/d\mathbf{k}$  и фазовой скорости  $\mathbf{v}_\phi = (\omega/k)\mathbf{s}$  (где  $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$ ), вообще говоря, различны. Проекция групповой скорости на направление  $\mathbf{k}$

$$v_{грk} = \frac{d\omega}{dk} \mathbf{s} = \frac{d\omega}{dk} \frac{\partial k}{\partial k} = c \frac{\partial \omega}{\partial (\omega n_j)}. \quad (5.38)$$

Угол  $\vartheta_j$  между  $\mathbf{v}_\phi$  и  $\mathbf{v}_{гр}$  определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \vartheta_j = -\frac{1}{2n_j^2} \frac{\partial n_j^2}{\partial \alpha}, \quad (5.39)$$

вывод которого можно найти в [57] § 24.

Из вида  $\operatorname{tg} \vartheta_j$  ясно, что  $\vartheta_j = 0$  для углов  $\alpha$ , при которых функция  $n_j^2(\alpha)$  имеет экстремум. Такими направлениями будут продольное ( $\alpha = 0$ ) и поперечное ( $\alpha = \pi/2$ ) направления по отношению к  $\mathbf{B}_0$ .

Для вистлеров с  $n_2^2$  (5.29) из формулы (5.39) следует, что  $\operatorname{tg} \vartheta_j = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$ . Поскольку векторы  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{k}$  и  $d\omega/d\mathbf{k}$  лежат в одной плоскости, сумма  $\vartheta_j + \alpha$  представляет собой угол между  $\mathbf{v}_{гр}$  и  $\mathbf{B}_0$ . Используя равенство  $\operatorname{tg} \vartheta_j = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$ , можно найти максимальное значение  $\vartheta_j + \alpha$ ; оно имеет место при  $\cos \alpha = 1/\sqrt{3}$  и  $\max(\vartheta_j + \alpha) \approx 19,5^\circ$ . Таким образом, групповая скорость вистлеров при распространении в магнитном поле не может отклоняться от направления  $\mathbf{B}_0$  больше, чем на  $19,5^\circ$  (теорема Стори [69]).

Наконец, для обыкновенной волны с показателем  $n_2^2 \approx \approx \cos^{-2} \alpha$  (5.32) вектор групповой скорости направлен точно по полю  $\mathbf{B}_0$ . В самом деле, из вида  $n_2^2 = k^2 c^2 / \omega^2$  следует, что  $\omega = \pm (\mathbf{kB}_0) B_0^{-1} c$ , откуда сразу же получаем \*):

$$\frac{d\omega}{dk} = \pm c \frac{B_0}{B_0}. \quad (5.40)$$

\*) Выбор знака в приведенных формулах диктуется тем, что направление фазовой скорости  $\mathbf{v}_\phi = (\omega/k)\mathbf{s}$  совпадает с направлением  $\mathbf{s} = \mathbf{k}/k$ . Для этого необходимо, чтобы знак перед формулами повторял знак скалярного произведения  $(\mathbf{kB}_0)$ .

Поведение  $v_{гр}$  в этом случае напоминает альвеновские (магнитогидродинамические) волны. Дисперсионное уравнение для этих волн в идеально проводящей несжимаемой среде с плотностью  $\rho$  имеет вид [70]:  $\omega = \pm k B_0 / \sqrt{4\pi \rho}$ , что приводит к формуле для вектора групповой скорости  $d\omega/dk = \pm B_0 / \sqrt{4\pi \rho}$ , ориентированного точно так же, как (5.40). Впрочем, на этом аналогия и кончается, поскольку величины групповых скоростей в обоих случаях существенно разные.

**Плазменные волны.** Дисперсионное уравнение (5.18) для волн в магнитоактивной плазме было записано в рамках элементарной теории, игнорирующей наличие теплового движения частиц в плазме. Если теперь обратиться к квазигидродинамическому приближению (§ 4), позволяющему провести учет теплового движения путем введения в уравнения электронного давления, то вместо (5.18) получим следующее дисперсионное уравнение ([57] § 12):

$$\begin{aligned} & \beta_T^2 (1 - u \cos^2 \alpha) n^6 - \\ & - [1 - u - v + uv \cos^2 \alpha + 2\beta_T^2 (1 - v - u \cos^2 \alpha)] n^4 + \\ & + [2(1 - v)^2 - u(2 - v - v \cos^2 \alpha) + \\ & + \beta_T^2 (1 - 2v + v^2 - u \cos^2 \alpha)] n^2 + (1 - v)[u - (1 - v)^2] = 0, \end{aligned} \quad (5.41)$$

где  $\beta_T^2 = \kappa T / m_e c^2$ . При  $\beta_T^2 \rightarrow 0$  (5.41) переходит в (5.18).

Будучи уравнением третьего порядка относительно  $n^2$ , оно определяет три значения показателей преломления  $n_j = k_j c / \omega$  на данной частоте  $\omega$ , соответствующие трем (а не двум, как в элементарной теории) нормальным волнам в плазме. В результате на графиках  $n_j^2(v)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) теперь есть три дисперсионные кривые, которые мы будем отмечать цифрами I, II, III. Эти кривые изображены на рис. 14 для случая распространения под малым углом  $\alpha$  к полю  $B_0$ . Волны, отвечающие отдельным ветвям дисперсионных кривых, которые разделены областями, обведенными кружками, обычно называют необыкновенной ( $n_1^2$ ), обыкновенной ( $n_2^2$ ) и плазменной ( $n_3^2$ ). Таким образом, индексы 1, 2, 3 указывают на название нормальной волны, а номера I, II, III — на то, к какой из дисперсионных кривых относится нормальная волна.

В однородной плазме области, обведенные кружками на рис. 14, ничем не выделены; поэтому указанное разде-

ление волн на необыкновенную, обыкновенную и плазменную весьма условно. В неоднородной плазме это более оправдано, так как в областях, где дисперсионные кривые с разными номерами подходят близко одна к другой, происходит линейное взаимодействие разных типов волн, принадлежащих различным дисперсионным кривым, и «переход» волн с одной кривой на другую (см. подробнее гл. II).

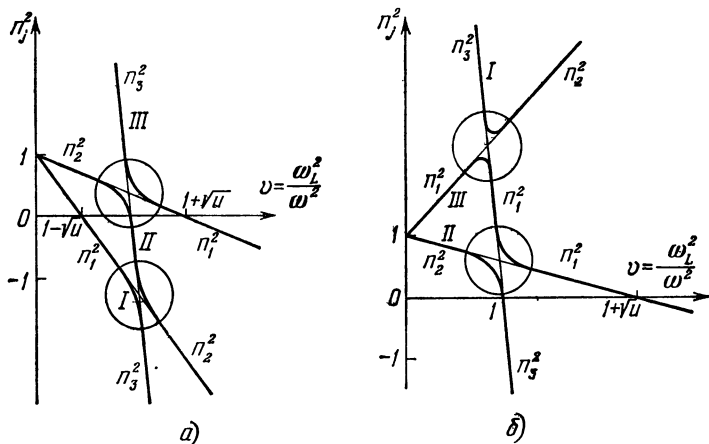


Рис. 14 Дисперсионные кривые  $n_j^2(v)$  ( $j=I, II, III$ ) при учете теплового движения в плазме ( $\alpha \ll 1$ ): а)  $u < 1$ ; б)  $u \cos^2 \alpha > 1$ . Кружками указаны области взаимодействия волн в неоднородной плазме, тонкими линиями внутри кружков — зависимость  $n_j^2(v)$  в случае продольного распространения.

Из сопоставления дисперсионных кривых рис. 11, 14 ясно, что тепловое движение заметно сказывается лишь на характере  $n_j^2(v)$  в области, где  $n_j^2(v) \gg 1$ , приводя к появлению продольных плазменных волн. При  $\beta_T^2 \rightarrow 0$  плазменным ветвям дисперсионных кривых соответствуют большие значения показателя преломления близ полюсов (5.22) функции  $n_{1,2}^2(v)$  (5.19). В остальных областях изменение характера распространения волн (величины показателя преломления, коэффициентов поляризации) за счет теплового движения, как правило, мало существенно и им в большинстве случаев можно пренебречь.

При  $\beta_T^2 \ll 1$  в дисперсионном уравнении (5.41) можно пренебречь всеми членами, содержащими  $\beta_T^2$ , за исключе-



нием члена с  $\beta_T^2$  перед  $n^6$ . Последний оказывается существенным при больших значениях  $n^2$ , когда в уравнении (5.41) можно оставить лишь члены с высшими степенями  $n$  (конкретно, с  $n^4$  и  $n^6$ ). Тогда получим

$$n_3^2 = \frac{1-u-v+uv \cos^2 \alpha}{\beta_T^2 (1-u \cos^2 \alpha)}. \quad (5.42)$$

Эта формула, очевидно, определяет квадрат показателя преломления плазменной ветви дисперсионных кривых в области, где  $n_3^2(v) \gg 1$ . Формула (5.42) получена в квазигидродинамическом приближении. Более строгий кинетический расчет, проведенный с помощью тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  (4.95), показывает, что дисперсионное уравнение  $\epsilon_{||} = 0$ , где  $\epsilon_{||}$  определяется формулой (4.97), для плазменных волн в области слабого затухания и при условии  $n_3^2(v) \gg 1$  может быть сведено к виду [71]:

$$n_3^2 \approx \frac{1-u-v+uv \cos^2 \alpha}{\beta_T^2 v \left\{ \frac{3 \sin^4 \alpha}{1-4u} + \left[ 1 + \frac{5-u}{(1-u)^2} \right] \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + 3(1-u) \cos^4 \alpha \right\}}. \quad (5.43)$$

Выражение (5.43) существенно отличается от предыдущего. Это указывает на условность квазигидродинамического приближения в магнитоактивной плазме, использование которого для учета теплового движения может быть оправдано лишь наглядностью подхода и относительной простотой при исследовании таких задач, как распространение волн в неоднородной плазме и пр. Особенно существенно то обстоятельство, что квазигидродинамическое приближение не охватывает бесстолкновительного затухания (затухания Ландау), которое в определенных условиях может радикально изменить характер распространения волн, приводя к затуханию последних за время порядка  $1/\omega$ .

Проблема поглощения волн в равновесной магнитоактивной плазме будет специально обсуждаться в § 13. Здесь мы лишь укажем критерии, при которых роль затухания Ландау еще не слишком велика, чтобы помешать пользоваться формулой (5.43) для показателя преломления плазменных волн. В первом разделе этого параграфа уже отмечалось, что затухание Ландау становится слабым (декремент  $\gamma \ll \Omega$ ; см. (4.53)), если за период  $2\pi/\omega$  электроны

плазмы перемещаются за счет теплового движения на расстояние, много меньшее длины волны  $\lambda = 2\pi/k$ , т. е. при  $kv_T/\omega \ll 1$ . В присутствии постоянного магнитного поля  $B_0$  этот критерий можно записать в виде двух неравенств:

$$\frac{k_{\perp}v_T}{\omega} \ll 1; \quad \frac{k_{\parallel}v_T}{\omega} \ll 1, \quad (5.44)$$

где  $k_{\perp}$  и  $k_{\parallel}$  — поперечная и продольная (по отношению к  $B_0$ ) компоненты волнового вектора  $k$ . Достаточные условия (5.44) определяют область слабого затухания в магнитоактивной плазме, пока магнитное поле достаточно слабое:

$$\frac{k_{\perp}v_T}{\omega_B} \gg 1. \quad (5.45)$$

Если же радиус вращения электрона в магнитном поле  $r_B = v_T/\omega_B$  становится меньше характерного размера изменения высокочастотного поля в направлении, ортогональном магнитному полю  $1/k_{\perp} \equiv \lambda_{\perp}/2\pi$  ( $\lambda_{\perp}$  — «поперечная» длина волны), т. е. если

$$\frac{k_{\perp}v_T}{\omega_B} \ll 1, \quad (5.46)$$

то смещение электрона поперек поля  $B_0$  на расстояние порядка  $2\pi/k_{\perp}$  оказывается невозможным. При этом, очевидно, первое из неравенств (5.44) станет излишним. В результате условием слабого затухания Ландау в плазме с сильным магнитным полем будет второе из неравенств (5.44) вместе с (5.46).

**Моды Бернштейна.** При поперечном распространении относительно магнитного поля картина нормальных волн в плазме становится более сложной, чем это можно заключить, судя по предыдущим разделам. Прежде всего это касается продольных волн с дисперсионным уравнением  $\varepsilon_{\parallel}(\omega, k) = 0$ , где  $\varepsilon_{\parallel}$  — из (4.97). При  $|Z_l| = |(\omega - l\omega_B)/k_{\parallel}v_T| \rightarrow \infty$ , т. е. при  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  формула для продольной диэлектрической проницаемости сводится к (4.99). Поэтому в случае поперечного распространения ( $\alpha = \pi/2$ ) дисперсионное уравнение для продольных волн имеет вид

$$\varepsilon = 1 - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2\omega_L^2 l^2 I_l(\chi) e^{-\chi}}{(\omega^2 - l^2 \omega_B^2) \chi} = 0, \quad (5.47)$$

где  $l$  — номер гармоники,  $\chi = k_{\perp}^2 v_T^2 / \omega_B^2$ ,  $I_l(\chi)$  — модифицированная функция Бесселя. Это уравнение определяет дисперсионные характеристики так называемых электронных циклотронных волн или мод Бернштейна [65]. В космической плазме интерес к этим волнам возник в связи с их возможной ролью при генерации некоторых видов спорадического солнечного радиоизлучения, обладающего тонкой структурой (см. § 16).

Напомним, что уравнение (5.47) справедливо лишь при условии, что  $c^2 k_{\perp}^2 / \omega^2 \gg 1$ , т. е. в области значений  $\chi$ , для которых

$$\chi \gg \beta_T^2 \frac{\omega^2}{\omega_B^2}. \quad (5.48)$$

Кроме того, оно получено предельным переходом к строго поперечному распространению  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  ( $|Z_l| \rightarrow \infty$ ), хотя, конечно, им можно пользоваться и для  $\alpha$ , близких к  $\pi/2$  в области, где  $|Z_l| \gg 1^*$ , т. е. при

$$|\omega - l\omega_B| \gg k_{\parallel} v_T. \quad (5.49)$$

При нарушении указанного неравенства продольные волны сильно затухают вследствие циклотронного поглощения (§ 13). Если при дальнейшем увеличении  $k_{\parallel}$  будет выполнено условие  $\omega_B \ll k_{\parallel} v_T$  (см. (4.98)), то влияние магнитного поля  $B_0$  на характер продольных волн исчезнет и эти волны станут такими же, как в изотропной плазме.

Обратимся теперь к анализу дисперсионного уравнения (5.47). Для волн, удовлетворяющих условию  $\chi = k_{\perp}^2 v_T^2 / \omega_B^2 \ll \ll 1$ , т. е. для волн с длиной, много большей гирорадиуса «тепловых» электронов  $r_B = v_T / \omega_B$ , уравнение (5.47) записывается так:

$$\epsilon_{..} = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - \omega_B^2} - \frac{3\omega_L^2 \omega_B^2 \chi}{(\omega^2 - 4\omega_B^2)(\omega^2 - \omega_B^2)} - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - s^2 \omega_B^2} \frac{s}{(s-1)!} \left(\frac{\chi}{2}\right)^{s-1} = 0. \quad (5.50)$$

\*) Условие на величину угла  $\alpha$ , при котором возможно распространение слабозатухающих продольных волн в плазме, можно получить, комбинируя критерий (5.48) с решениями дисперсионного уравнения (5.51), (5.54) (см. ниже). Оказывается, что при любых значениях  $\chi$  условие (5.48) реализуется в узкой области углов, где  $\cos^2 \alpha \ll 1$ .

Здесь  $s$  — номер одной из гармоник  $l$ . Это уравнение имеет решение на частотах, близких к частотам циклотронных гармоник  $s\omega_B$ :

$$\omega^2 - s^2\omega_B^2 = \frac{\omega_L^2\omega_B^2}{(s^2-1)\omega_B^2 - \omega_L^2} \frac{s(s+1)}{(s-2)!} \left(\frac{\chi}{2}\right)^{s-1}, \quad (5.51)$$

и на частоте, близкой к частоте верхнего гибридного резонанса  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  \*):

$$\omega^2 = \omega_r^2 + 3\chi\omega_B^2 = \omega_r^2 + 3k_1^2 v_T^2. \quad (5.52)$$

Решение приобретает простой вид также в пределе больших  $\chi$ , когда длина продольной волны мала по сравнению с гирорадиусом, а частота  $\omega$  снова становится близкой к одной из гармоник  $s\omega_B$ . Тогда, как нетрудно убедиться, дисперсионное уравнение (5.47) сводится к

$$\epsilon_{||} = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - s^2\omega_B^2} \frac{2s^2}{\chi\sqrt{2\pi\chi}} = 0, \quad (5.53)$$

и решение записывается в такой форме:

$$\omega^2 - s^2\omega_B^2 \simeq \frac{2s^2\omega_L^2}{\chi\sqrt{2\pi\chi}}. \quad (5.54)$$

Для произвольных (в пределах (5.48)) значений  $\chi$  дисперсионные кривые мод Бернштейна представлены на рис. 15 [72] (при различных фиксированных значениях отношения  $\omega_L^2/\omega_B^2$ ). Из рисунка следует, что поведение дисперсионных кривых в полосе от  $(s-1)\omega_B$  до  $s\omega_B$  качественно разное в зависимости от того, лежит ли верхняя гибридная частота  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  выше или ниже указанной полосы или заключена в ней. В последнем случае эту полосу мы будем называть гибридной полосой.

Если интервал  $(s-1)\omega_B \div s\omega_B$  между двумя соседними гармониками расположен ниже гибридной полосы, то дисперсионная кривая близко подходит к значениям гармоник  $(s-1)\omega_B$  и  $s\omega_B$  (или, как говорят, к частотам элект-

\*) Именно близость частоты  $\omega$  к одной из гармоник  $s\omega_B$  или к гибридной частоте  $\omega_r$  позволяет упростить уравнение (5.47), содержащее бесконечную сумму по гармоникам. При переходе от (5.47) и (5.50) в сумму оставлен только первый ( $l=1$ ) и второй ( $l=2$ ) члены, определяющие решение дисперсионного уравнения близ гибридной частоты и на второй гармонике, и резонансный член с номером  $l = s \simeq \omega/\omega_B$  (для  $s \geq 3$ ).

ронного циклотронного резонанса) при больших и малых значениях  $\chi$ . При этом частота моды Бернштейна изменяется в соответствии с законом (5.54) и (5.51). Однако для  $\chi \sim s^2$

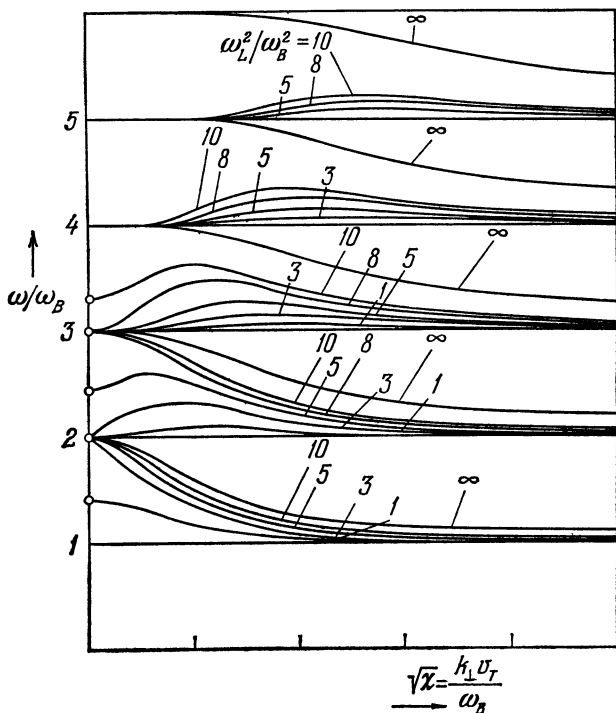


Рис. 15. Дисперсионные кривые для мод Бернштейна в нерелятивистской равновесной плазме. Светлыми точками на оси  $\omega/\omega_B$  отмечены значения, где  $\omega = \omega_c$ .

это уже не так: в этой области дисперсионные кривые переходят от одной гармоники к другой. (В частности, при  $\chi \approx s^2$  дисперсионные кривые определяют частоты, расположенные почти посередине между гармониками.) Заметим, что в рассматриваемом случае частота монотонно убывает с ростом  $k_{\perp}$ , т. е. моды Бернштейна обладают аномальной дисперсией.

В полосах, располагающихся выше гибридной, поведение дисперсионных кривых меняется: как при малых, так

и при больших  $\chi$  частота мод Бернштейна близка к нижней границе полосы (к частоте  $(s - 1)\omega_B$ ), удаляясь от нее в области  $\chi \sim s^2$ . Однако с ростом номера  $s$  даже в этой области  $\chi$  кривые все ближе подходят к нижней границе полосы.

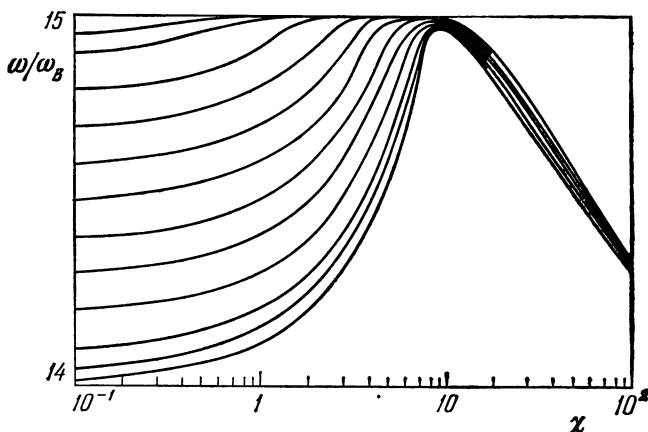


Рис. 16. Дисперсионные кривые для продольных волн в гибридной полосе при фиксированных значениях  $\omega_r/\omega_B$  в пределах  $14 < \omega_r/\omega_B < 15$  ( $\alpha = \pi/2$ ). Величина  $\omega_r/\omega_B$  для каждой кривой близка к значению  $\omega/\omega_B$  при малых  $\chi$ .

Наконец, в гибридной полосе при  $\chi > s$  дисперсионные кривые практически ничем не отличаются от соответствующих кривых для мод Бернштейна в полосах частот ниже гибридной. Качественное отличие появляется при значениях  $\chi < s$ , где дисперсионные кривые меняют знак производной  $d\omega/dk_{\perp}$  и при малых  $\chi$  подходят к значению  $\omega_r$ , изменяясь по закону (5.52). Эволюцию дисперсионных кривых в гибридной полосе при изменении отношения  $\omega_r/\omega_B$  можно проследить с помощью рис. 16 [73].

Отметим, что совпадение одной из частот электронного циклотронного резонанса  $s\omega_B$  с резонансной частотой  $\omega_{\infty}$  (5.23) обычно называют двойным плазменным резонансом. В нашем случае, когда  $\alpha \approx \pi/2$ , частота  $\omega_{\infty}$  соответствует частоте верхнего гибридного резонанса  $\omega_r$ , и двойной резонанс наступает, когда  $\omega_r = s\omega_B$ . В пределах гибридной полосы при изменении  $\omega_L$  или  $\omega_B$  это происходит дважды — на нижней и верхней границах этой полосы.

Выше речь шла только о продольных электронных циклотронных волнах. Подробный анализ дисперсионного уравнения (4.39) с тензором  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.95) показывает, что при поперечном распространении наряду с указанными волнами существуют также обыкновенные и необыкновенные циклотронные волны с характерными частотами  $s\omega_B$ . Здесь мы эти волны не рассматриваем, рекомендуя обратиться для подробного знакомства с ними к монографиям [74, 316].

**Волны в релятивистской плазме.** В предыдущих разделах этого параграфа были рассмотрены электромагнитные волны в нерелятивистской или слаборелятивистской плазме ( $\beta_T^2 = v_T^2/c^2 \ll 1$ ). Это приближение вполне достаточно для большинства астрофизических объектов. Однако в последние годы, главным образом благодаря открытию пульсаров, существенный интерес приобрели исследования релятивистской космической плазмы. Последнее объясняется тем, что в магнитосферах нейтронных звезд — пульсаров могут возникать сильные электрические поля, которые способны ускорить частицы до релятивистских энергий (§ 1); вполне возможно, что при этом магнитосферная плазма в целом также становится релятивистской. При исследовании нормальных волн в указанных условиях, конечно, нельзя игнорировать влияние мощного магнитного поля нейтронной звезды; однако сначала для простоты мы приведем дисперсионные характеристики волн в релятивистской изотропной плазме.

Как и в нерелятивистском случае, здесь по-прежнему могут распространяться поперечные электромагнитные и продольные плазменные волны, описываемые дисперсионными уравнениями (4.43), (4.44) с  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  в форме (4.83). Для изотропного распределения  $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p)$ , содержащего только релятивистские частицы с  $v \approx c$  и  $\mathcal{E} \approx pc$ , формулы (4.83) могут быть преобразованы к виду

$$\epsilon_{\perp} \approx 1 - \frac{16\pi^2 e^2}{k^2 \omega^2} \int_0^{\infty} f_0(p) p dp \times \\ \times \left[ \frac{\omega^2}{k^2 c^2} - \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right) \frac{\omega}{kc} \ln \left| \frac{1 - kc/\omega}{1 + kc/\omega} \right| \right]; \quad (5.55)$$

$$\epsilon_{\parallel} \approx 1 + \frac{16\pi^2 e^2}{\omega^2} \int_0^{\infty} f_0(p) p v \left[ 2 \frac{\omega^2}{k^2 v^2} + \frac{\omega^3}{k^3 v^3} \ln \left| \frac{1 - kv/\omega}{1 + kv/\omega} \right| \right] dp. \quad (5.56)$$

Для «моноэнергетического» спектра

$$f_0(p) = \frac{N}{4\pi p^2} \delta(p - p_0) \quad (5.57)$$

из (5.55) при условии  $|1 - k^2 c^2 / \omega^2| \ll 1$  получаем

$$n_{\text{эл}}^2 = \varepsilon_{\perp} \approx 1 - \frac{4\pi e^2 N c}{\omega^2 p_0} = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_0} \quad (5.58)$$

( $\omega_L$  — собственная частота нерелятивистской плазмы) Для того же спектра из (5.56) следует, что показатель преломления плазменных волн

$$n_{\text{пл}}^2 \approx 1 - 4 \exp\left(-2 - \frac{\omega^2}{\omega_L^2} \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2}\right). \quad (5.59)$$

Формула (5.59) справедлива в интервале  $1 \gg |1 - n^2| \gg (\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_0})^2$ , где  $\mathcal{E}_0 = p_0 c$  — энергия релятивистских электронов

Для равновесной релятивистской плазмы ( $\kappa T \gg m_e c^2$ ) распределение отличается от максвелловского и имеет вид ([36] § 38):

$$f_0(p) = \frac{N}{8\pi} \left(\frac{c}{\kappa T}\right)^3 e^{-cp/\kappa T}. \quad (5.60)$$

Подстановка (5.60) в (5.55) приводит к следующим выражениям для показателя преломления электромагнитных волн ([55] § 13):

$$\left. \begin{aligned} n_{\text{эл}}^2 &\approx 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{2\kappa T} & (1 - n \ll 1); \\ n_{\text{эл}}^2 &\approx \frac{5}{6} \left(1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{3\kappa T}\right) & (n \ll 1). \end{aligned} \right\} \quad (5.61)$$

Соответственно для плазменных волн из (5.56), (5.60) получаем ([55] § 13):

$$\left. \begin{aligned} n_{\text{пл}}^2 &\approx 1 - 4 \exp\left(-2 - \frac{\omega^2}{\omega_L^2} \frac{2\kappa T}{m_e c^2}\right) & (1 - n \ll 1); \\ n_{\text{пл}}^2 &\approx \frac{5}{3} \left(1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{3\kappa T}\right) & (n \ll 1). \end{aligned} \right\} \quad (5.62)$$

Из приведенных выражений следует, что в релятивистской плазме  $n_{\text{эл}}^2 < 1$ , т. е. фазовая скорость поперечных волн по-прежнему больше  $c$ . Формулы для  $n_{\text{пл}}^2$  также относятся лишь к случаю, когда  $n_{\text{пл}}^2 < 1$ . Если же фазовая скорость



плазменных волн  $v_\phi$  становится меньше  $c$ , следует ожидать сильного затухания Ландау на частицах со скоростями  $v \approx c$ . Однако до сих пор остается неясным, существуют ли вообще решения дисперсионного уравнения  $\varepsilon(\omega, k) = 0$  в этой области для равновесной плазмы.

Характер электромагнитных волн в релятивистской магнитоактивной плазме можно исследовать на основе распределений  $f_0(\mathbf{p})$  вида (5.57) или (5.60). Однако мало вероятно, чтобы в каких-либо конкретных астрофизических объектах с сильным магнитным полем и прежде всего в магнитосферах нейтронных звезд распределение частиц соответствовало этим выражениям. Отсутствие теории такой магнитосферы оставляет широкий простор для предположений о форме распределения  $f_0(\mathbf{p})$ , хотя среди множества неравновесных распределений выделяется одно «избранное»:

$$f_0(\mathbf{p}) = \mathcal{F}(p_{\parallel}) \frac{\delta(p_{\perp})}{2\pi p_{\perp}}; \quad \mathcal{F}(p_{\parallel}) = \frac{N}{2m_e c^2} \left[ 1 + \frac{p_{\parallel}^2}{m_e^2 c^2} \right]^{-3/2}, \quad (5.63)$$

к которому релаксирует любое изотропное релятивистское распределение в результате потери энергии на магнитотормозное излучение в сильном магнитном поле  $\mathbf{B}_0$  (см. § 10, в частности, формулу (10.33)). В плазме с таким одномерным распределением электронов продольные волны с  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$  описываются следующим дисперсионным уравнением [75]:

$$\omega^2 = \frac{c^2 k^2}{4} \left( \frac{ck}{\tilde{\omega}_L} + \frac{\tilde{\omega}_L}{ck} \right)^2; \quad \tilde{\omega}_L^2 = \frac{3\pi}{4} \omega_L^2. \quad (5.64)$$

Из него следует, что частота плазменных волн меняется в широких пределах от  $\tilde{\omega}_L/2$  (при  $k = 0$ ) до бесконечности (при  $k \rightarrow \infty$ ). Для любых  $k$  фазовая скорость  $v_\phi = \omega/k$  не опускается ниже скорости света  $c$ , благодаря чему затухание Ландау у этих волн отсутствует. В этой связи следует подчеркнуть, что реализация в релятивистской плазме продольных волн с  $v_\phi < c$  зависит от конкретного вида функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$ . Можно указать примеры  $f_0(\mathbf{p})$ , для которых плазменные волны с  $v_\phi < c$  заведомо существуют и для них имеет место затухание Ландау (см. [7] § 17).

## ГЛАВА II

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В РЕГУЛЯРНО НЕОДНОРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

В космических условиях существенное влияние на распространение электромагнитных волн оказывает неоднородный характер плазмы. Волны в регулярно неоднородной космической плазме будут рассмотрены в этой главе. Вместе с тем в космической плазме имеются случайные макроскопические неоднородности, рассеяние на которых иногда заметно меняет характеристики наблюдаемого внеземного радиоизлучения. Здесь мы имеем в виду увеличение длительности импульсов пульсаров на низких частотах вследствие рассеяния в межзвездной среде, рост угловых размеров дискретных источников радиоизлучения при их затмении солнечной сверхкороной, мерцания дискретных источников из-за рассеяния в межпланетной плазме и пр. К сожалению, ограниченный объем книги не позволяет рассмотреть здесь эти эффекты (см. обзоры [303, 304], оригинальные статьи [305—310] и приведенную там библиографию).

#### § 6. Приближение геометрической оптики в неоднородной среде

**Характер геометрико-оптического решения.** В предыдущей главе было рассмотрено распространение электромагнитных волн в однородной безграничной плазме, где оно описывается системой уравнений (4.19) — (4.22). Их решения представляют собой «нормальные волны»  $B$ ,  $E \sim e^{ik_j r - i\omega t}$  или суперпозицию этих волн. В неоднородной среде указанные решения перестают удовлетворять уравнениям Максвелла (4.19) — (4.22). Однако при относительно малом изме-

нении свойств плазмы на длине волны эти уравнения могут быть решены в геометрико-оптическом приближении. Оно учитывает то обстоятельство, что в плавно неоднородной среде распространение волн в каждой достаточно малой области происходит примерно так же, как в однородной среде с параметрами, близкими к параметрам этой области. Поэтому решение для полей  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$  в приближении геометрической оптики в основном должно напоминать решение в однородной среде; надо лишь иметь в виду, что при изменении  $r$  величина  $k_j$  меняется, так что «набег» фазы будет равен  $\int k_j dr$ , а не просто  $k_j r$ . Итак, имеем

$$\mathbf{E} = E_a(\mathbf{r}) e^{i \int k_j dr - i\omega t}; \quad \mathbf{B} = B_a(\mathbf{r}) e^{i \int k_j dr - i\omega t}. \quad (6.1)$$

Индекс  $j$  в (6.1) указывает на тип волны (обыкновенной, необыкновенной или плазменной). Кроме того, в рассматриваемом приближении амплитуда волны перестает быть неизменной; это также принято во внимание при написании (6.1).

Следует подчеркнуть, что вектор  $k_j$  и отношение компонент амплитуды  $E_a$  (т. е. поляризация волны) находятся соответственно из дисперсионного уравнения (4.39) и системы алгебраических уравнений (4.38) для однородной плазмы, свойства которой совпадают со свойствами неоднородной среды в данной точке  $r^*$ ). Из сказанного ясно, что в приближении геометрической оптики значения показателя преломления  $n_j$ , число возможных волн в плазме и характер их поляризации остаются такими же, как в однородной среде.

Если в неоднородной плазме нет областей, в которых было бы неприменимо геометрико-оптическое приближение, или указанные области существуют, но фактически не достигаются волнами, то решения (6.1) с разными значениями  $k_j$  будут линейно независимыми. Произвольное электромагнитное поле частоты  $\omega$  тогда может быть представлено в виде суперпозиции решений (6.1) с разными значениями  $k_j$  и амплитуд  $B_a$ ,  $E_a$ . Это позволяет условно называть «нормальными» волнами и геометрико-оптические решения в плавно неоднородной среде.

---

\*) Отношения компонент  $B_a$  по известной амплитуде  $E_a$  могут быть найдены из уравнения (4.32).

Наоборот, в случае, когда волны в процессе распространения проходят через область неприменимости геометрической оптики (где выражения для полей  $B$ ,  $E \sim e^{-i\omega t}$  существенно отличаются от (6.1) и от любой линейной комбинации этих функций), геометрико-оптические решения (6.1) вне этой области уже не остаются независимыми. Их амплитуды будут связаны определенными соотношениями, зависящими от характера решений в области нарушения геометрической оптики. Рассмотрение указанного явления «линейного взаимодействия» волн в плазме мы отложим до § 7, ограничившись здесь обсуждением характера распространения волн в приближении геометрической оптики. Последнее в плавно неоднородной среде имеет весьма широкую применимость, нарушаясь лишь в некоторых ограниченных областях сравнительно малой протяженности.

**Приближение геометрической оптики в изотропной и магнитоактивной плазме.** В изотропной плазме зависимость показателей преломления  $n_j = k_j c / \omega$  от параметра  $\nu = \omega_L^2 / \omega^2$  представлена на рис. 8 в § 5. Если плазма неоднородна, причем концентрация электронов  $N$  зависит только от одной координаты  $z$  \*) по линейному закону, то приведенные на рисунке графики отражают (с соответствующим изменением масштаба по оси абсцисс) зависимость  $n_j^2(z)$ .

В плавно меняющейся плоскостойкой среде для волн, распространяющихся вдоль оси  $z$ , геометрическая оптика применима везде, за исключением окрестности точки  $z$ , где  $\nu = 1$  (т. е.  $\epsilon = 0$  и  $n_j^2 = 0$ ; см (5.2) и (5.14)). Последнее представляется вполне естественным, так как по мере приближения к уровню  $n_j^2 = 0$  длина электромагнитной и плазменной волн  $\lambda_j = 2\pi c / \omega n_j$  неуклонно возрастает. Благодаря последнему обстоятельству относительное изменение свойств среды на расстоянии порядка  $\lambda/2\pi$  становится все больше и больше; это приводит к нарушению основного критерия

$$\frac{de}{dz} \frac{\lambda}{2\pi} \ll \epsilon, \quad (6.2)$$

который определяет область применимости геометрико-оптического приближения (см. подробнее [57] § 16).

---

\*) Среду, свойства которой зависят только от одной декартовой координаты, называют плоскостойкой.

Аппроксимируя зависимость  $\varepsilon(z) = 1 - \omega_L^2/\omega^2$  в слое  $\varepsilon \approx 0$  линейной функцией  $\varepsilon = -za$ , где постоянная  $a = |d\varepsilon/dz|$ , сведём неравенство (6.2) к виду

$$|z| \gg (c^2/\omega^2 a)^{1/2}, \quad (6.3)$$

для поперечных волн с  $\lambda_{\text{э.л}} = 2\pi c/\omega \sqrt{\varepsilon}$  и к виду

$$|z| \gg (3v_T^2/\omega^2 a)^{1/2}, \quad (6.4)$$

для продольных волн с  $\lambda_{\text{пл}} = 2\pi \sqrt{3}v_T/\omega \sqrt{\varepsilon}$ . Отсюда следует, что, например, в солнечной короне, где  $|d\varepsilon/dz| \sim \sim 10^{-10} \text{ см}^{-1}$ , геометрическая оптика на частоте  $\omega \sim 2\pi \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$  полностью нарушается лишь в узком слое  $|z| \lesssim 2 \cdot 10^4 \text{ см}$  для электромагнитных и  $|z| \lesssim 10^3 \text{ см}$  для плазменных волн близ уровня, на котором  $\varepsilon(\omega) = 0$  \*).

В слоях, где выполнено неравенство (6.3), для электромагнитных волн, распространяющихся вдоль  $z$ , приближение геометрической оптики имеет вид ([57] § 16):

$$\mathbf{E} = c_1 \frac{\mathbf{e}_j}{\sqrt{n_j}} e^{i \frac{\omega}{c} \int n_j dz - i\omega t} + c_2 \frac{\mathbf{e}_j}{\sqrt{n_j}} e^{-i \frac{\omega}{c} \int n_j dz - i\omega t}. \quad (6.5)$$

Фактор  $1/\sqrt{n_j}$  определяет зависимость амплитуды электрического поля в волне от координаты  $z$ , константы  $c_1$  и  $c_2$  — абсолютную величину амплитуды; вектор  $\mathbf{e}_j$  характеризует поляризацию  $j$ -й волны с показателем преломления  $n_j(\omega)$ . В изотропной плазме в качестве «нормальных» электромагнитных волн могут быть выбраны любые две волны ( $j = 1, 2$ ) с одинаковым значением  $n_j(\omega) = n_{\text{э.л}}$  (5.2) и с любыми (но ортогональными) поляризациями  $\mathbf{e}_j$ . Для плазменных волн ( $j = 3$ ) выражение для электрического поля в области (6.4) аналогично приведенному, с той лишь разницей, что  $\mathbf{e}_j \parallel \mathbf{k}_j$  и вместо фактора  $1/\sqrt{n_{\text{э.л}}}$  в нем фигурирует  $\omega_L/\omega \sqrt{n_{\text{пл}}}$  [76].

В области  $z < 0$ , где  $n_j^2(z) > 0$  и  $n_j(z)$  — действительная величина, первое слагаемое в (6.5) определяет волну, бегущую в сторону положительных  $z$  (в глубь плазмы), а второе слагаемое — волну противоположного направле-

\*) Согласно точному решению задачи о распространении волн в линейном слое, приведенному, например, в [57] § 17, правые части неравенств (6.3), (6.4) с точностью до коэффициента порядка единицы равны максимальной длине волны  $\lambda_{\text{max}}$ , достигаемой в плазме

ния. В слоях  $z > 0$ , где  $n_j^2(z) < 0$  и величина  $n_j(z)$  чисто мнимая\*), первое слагаемое описывает экспоненциально затухающую, а второе — экспоненциально нарастающую (с ростом  $z$ ) волну. Нарушение геометрико-оптического приближения (6.5) в слое  $n_j^2(z) \approx 0$  приводит к «линейному взаимодействию» между волнами, бегущими в противоположные стороны. Этот эффект, определяющий отражение волн, устанавливает связь между коэффициентами  $c_1$  и  $c_2$  в областях  $z < 0$  и  $z > 0$ . Так, при падении на линейный слой волны с амплитудой  $c_1$  из области  $n_j^2 \approx 0$  в область  $z < 0$  выходит отраженная волна с амплитудой  $c_2 = c_1 e^{-i\pi/2}$ , а в области  $z > 0$  возникает лишь экспоненциально затухающее поле с амплитудой  $c_1 e^{-i\pi/2}$ .

При наклонном распространении волн в плоскостистой плазме (под углом к  $\text{grad } \epsilon$ ) электрическое поле волны может быть представлено в виде  $E = F(z) e^{ik_x x + ik_y y}$  (см. [57] § 19). Без ограничения общности это выражение можно записать в следующей форме:

$$E = F(z) e^{ik_x x}; \quad k_x = \text{const}, \quad (6.6)$$

если повернуть систему координат так, чтобы новая ось  $x$  была направлена вдоль составляющей вектора  $k_j$  в плоскости, ортогональной  $z$ . Поскольку  $k_x = \text{const}$  (не зависит от координат), закон изменения  $E(z)$  полностью характеризуется функцией  $F(z)$ .

Уравнения, описывающие электромагнитные волны с вектором  $E$ , лежащим вместе с  $k_j$  в плоскости  $xz$  (в плоскости распространения), и с вектором  $E$ , ортогональным этой плоскости, разделяются. Это означает, что волны с указанными ориентациями вектора  $E$  при наклонном распространении в плоскостистой среде остаются независимыми. При этом для электромагнитных волн с вектором  $E$ , ортогональным плоскости  $xz$ , зависимость  $F(z)$  в общем аналогична рассмотренной ранее зависимости  $E(z)$  (6.5) в случае нормального распространения (вдоль  $z$ ). Различие состоит лишь в том, что точке отражения (в окрестности которой осцилляторный характер изменения поля в пространстве сменяется экспоненциальным) соответствует не значение

\*) О характере волн в области чисто мнимых значений  $n_j$  см. § 5

$n_j(z) = 0$ , как раньше, а значение

$$n_j(z) = \frac{ck_x}{\omega}. \quad (6.7)$$

Для волн с вектором  $E$  в плоскости распространения зависимость  $F(z)$  отличается бóльшим своеобразием. Правда, электромагнитная волна по-прежнему отражается от точки  $n_{э,л}(z) = ck_x/\omega$ . Вместе с тем приближение геометрической оптики для этой волны становится несправедливым и в точке  $n_{п,л}(z) = ck_x/\omega$ , где отражается плазменная волна. Поэтому между электромагнитной и плазменной волнами в окрестности этой точки возникает взаимодействие, сопровождаемое переходом одного типа волн в другой (электромагнитной в плазменную и наоборот). Замечания об этом эффекте см. в § 7.

Обратимся теперь к неоднородной магнитоактивной плазме. Прежде всего отметим, что дисперсионные кривые  $n_j^2(\nu)$ , изображенные на рис. 9—11 в § 5, передают (на частоте  $\omega$  при фиксированном значении угла  $\alpha$  между  $k_j$  и  $B_0$  в постоянном магнитном поле  $B_0$ ) зависимость  $n_j^2$  от концентрации плазмы  $N$ , так как параметр  $\nu = \omega_L^2/\omega^2$  и  $\omega_L^2 = 4\pi e^2 N/m_e$ . Эти кривые также характеризуют (при соответствующем изменении масштаба по оси абсцисс) зависимость  $n_j^2(z)$  в неоднородной плоскостой плазме с параметром  $\nu$ , меняющимся по закону  $\nu = az$  (где  $a = \text{const}$ ), и  $u = \text{const}$  (линейный слой). Если  $\nu(z)$  — функция нелинейная, но монотонно растущая вместе с  $z$ , то общий характер дисперсионных кривых (относительное расположение нулей и полюсов  $n_j^2$ , областей взаимодействия между разными типами волн) сохранится без изменений.

Исследование распространения электромагнитных волн в космической плазме становится более сложной задачей, когда магнитное поле  $B_0$  (т. е.  $u$  и  $\alpha$ ) существенно меняется в пространстве наряду с концентрацией электронов  $N$  (т. е.  $\nu$ ). Примером реализации таких условий служат магнитосферы пульсаров, планетные магнитосферы, области активности над солнечными пятнами и т. п. В пульсарах положение еще более осложняется тем, что магнитоактивная плазма, вероятно, релятивистская и неравновесная; изучение характера волн в таких условиях далеко от полноты (см § 5) и мы этот вариант рассматривать не станем, несмотря на его очевидную важность для теории излучения пульсаров.

В активных областях солнечной короны и хромосферы ситуация представляется более простой благодаря равно-весному и нерелятивистскому характеру основной части плазмы. Однако и здесь распределение значений  $n_j^2$  остается весьма сложным. Чтобы получить представление об этом распределении, рассмотрим [77] по возможности более

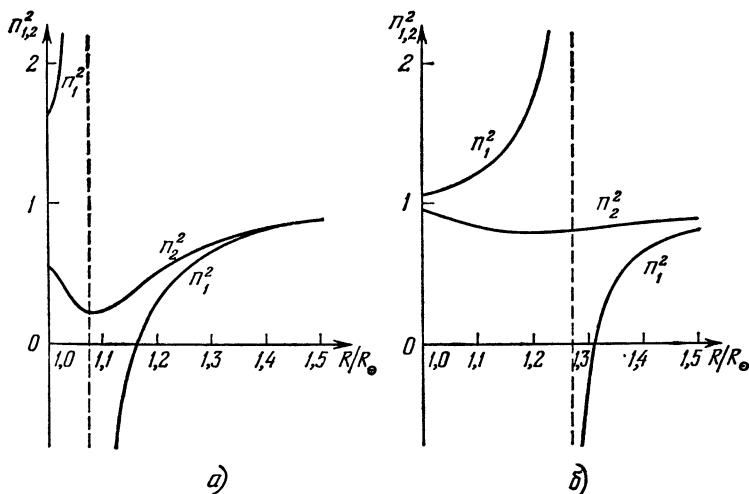


Рис. 17. Зависимость квадрата показателя преломления  $n_{1,2}^2(R/R_\odot)$  в корональной плазме над солнечным пятном ( $\alpha=0$ ): а)  $B_b = 2,5 \cdot 10^2$  гс; б)  $B_b = 2,5 \cdot 10^8$  гс.

простой случай — зависимость  $n_j^2$  от расстояния до центра Солнца  $R$  для значений  $R > R_\odot$  ( $R_\odot$  — радиус фотосферы) на оси униполярного солнечного пятна, модель магнитного поля которого определяется формулой (1.18). При этом предполагается, что концентрация электронов в короне задана формулой Баумбаха—Аллена (1.17).

Графики  $n_j^2(R/R_\odot)$  для необыкновенных ( $j=1$ ) и обыкновенных ( $j=2$ ) волн в короне над пятном приведены на рис. 17—19. Они построены по формуле (5.19), не учитывающей тепловое движение в плазме, для частоты  $\omega = 2\pi \times 10^8$  сек<sup>-1</sup>, площади магнитного полюса  $\pi b^2 = 3 \cdot 10^{19}$  см<sup>2</sup> (что по порядку величины равно площади очень крупного



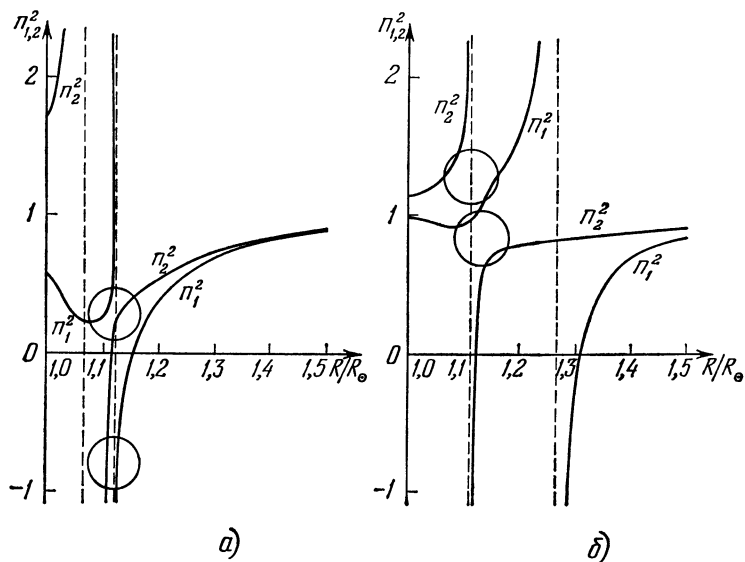


Рис. 18. То же, что и на рис. 17, для  $\alpha = 15^\circ$ . Кружками отмечены области взаимодействия разных типов волн.

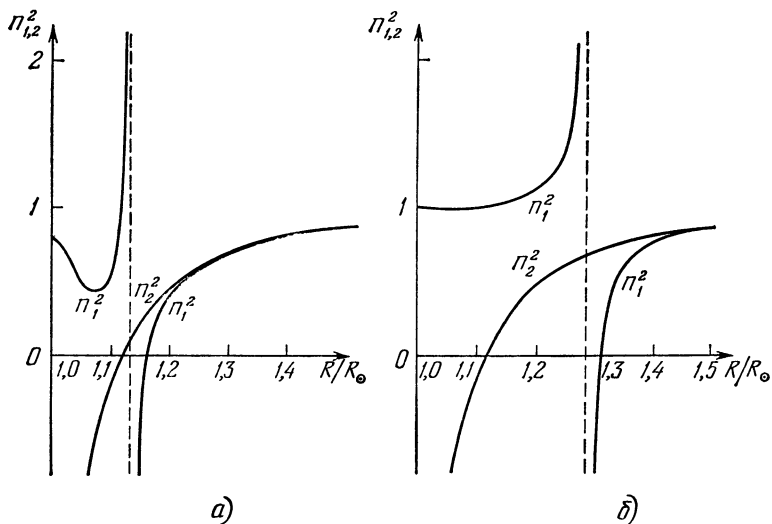


Рис. 19. То же, что и на рис. 17, для  $\alpha = 90^\circ$ .

пятна) и нескольких фиксированных значений магнитного поля в центре пятна  $B_b$  и угла  $\alpha$  между  $B_0$  и  $k_j$ .

Качественное различие между графиками  $n_{1,2}^2 (R/R_\odot)$  на рис. 18, *a* и *б* связано с тем, что в модели пятна с сильным магнитным полем (рис. 18, *б*) уровень  $\omega_B = \omega$  лежит в солнечной атмосфере выше слоя, где  $\omega_L = \omega$ , а в случае рис. 18, *a*, построенного для модели пятна с более слабым магнитным полем, относительное расположение уровней  $\omega_B = \omega$  и  $\omega_L = \omega$  меняется на обратное.

Показатель преломления  $n_{1,2} (R/R_\odot)$  при  $\beta_T = v_T/c \rightarrow 0$  (в отсутствие теплового движения) обращается в бесконечность в тех слоях короны, для которых выполняется соотношение (5.21). Из него, в частности, следует, что при малых углах  $\alpha$  величина  $n_{1,2}^2 (R/R_\odot)$  имеет два полюса на уровнях  $u \approx 1$  и  $v \approx 1$  (см. рис. 18). Нетрудно убедиться, что по мере увеличения угла  $\alpha$  полюс, расположенный ближе к фотосфере и принадлежащий обыкновенной волне, сначала перемещается во внутренние слои короны, а затем исчезает под фотосферой. Наоборот, более удаленный от солнечной поверхности полюс у необыкновенной волны существует при любых углах  $\alpha$ ; с ростом последнего он переходит во внешние слои короны. Для  $\alpha = \pi/2$  этот полюс располагается на уровне  $1 - u - v = 0$ , т. е. в области, где  $u < 1$ ,  $v < 1$ .

Для необыкновенной волны в слое, заключенном между полюсом и расположенным выше (при  $v = 1 - \sqrt{u}$ ) нулем функции  $n_j^2 (R/R_\odot)$ , значения последней отрицательны (т. е. волна в этом слое экспоненциально затухает). Сказанное означает, что излучение, которое генерируется на частоте  $\omega$  в областях короны, расположенных ниже нуля  $n_j^2$  (т. е. ниже уровня  $v = 1 - \sqrt{u}$ ), практически не может выйти из короны в околосолнечное пространство в виде волн необыкновенного типа.

Заключение о невозможности выхода необыкновенных волн из тех районов космической плазмы, в которых  $v > 1 - \sqrt{u}$ , в широких пределах не зависит от конкретных предположений о распределении электронной концентрации и магнитного поля в плазме. Необходимо лишь, чтобы протяженность слоя, в котором  $n_1^2 < 0$ , не была слишком малой, так как в противном случае ослабление волны станет недостаточным и она будет выходить из области  $v > 1 - \sqrt{u}$  вследствие сильного «просачивания» через слой  $n_1^2 < 0$ .

Как показывает подробное рассмотрение этого эффекта (см. [57] § 27), в плавно неоднородной космической плазме, когда  $\omega/ca \gg 1$  и плазма в интересующей нас области аппроксимируется линейным слоем ( $v = az$ ;  $u = \text{const}$ ), явление «просачивания» становится существенным при условии

$$\pi \frac{\omega}{ca} u^{3/4} \sim 1. \quad (6.8)$$

Последнее реализуется лишь в очень слабых магнитных полях, для которых  $u \ll 1$ . Например, в стационарной корональной плазме для  $\omega \sim 2\pi \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$  и  $a \sim 10^{-10} \text{ сек}^{-1}$  условие (6.8) выполняется лишь для  $B_0 \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ гс}$ . В короне магнитное поле значительно выше, так что указанное явление совершенно не существенно. Однако оно может играть заметную роль при резком увеличении градиентов концентрации в космической плазме, сопровождающем, например, возникновение разрывов типа ударных волн. И наконец, в случае, когда

$$\pi \frac{\omega}{ca} u^{3/4} \ll 1, \quad (6.9)$$

влиянием магнитного поля на характер распространения волн в области  $v \approx 1$  можно пренебречь.

**Лучевая трактовка.** В неоднородной изотропной плазме в рамках приближения геометрической оптики величина волнового вектора  $k_j \equiv \frac{\omega}{c} n_j \mathbf{s}$  в каждой точке среды определяется значением показателя преломления  $n_j(\omega, \mathbf{r})$  в этой точке. Отыскание распределения направлений единичного вектора  $\mathbf{s}$  в неоднородной среде представляет собой более сложную задачу. Для ее решения с помощью соотношения  $\int k_j d\mathbf{r} = \frac{\omega}{c} \psi(\mathbf{r})$  вводится функция  $\psi(\mathbf{r})$ , которая называется эйконалом. Из этого определения ясно, что

$$\nabla\psi \equiv \frac{d\psi}{d\mathbf{r}} = n_j \mathbf{s}. \quad (6.10)$$

В результате приходим к уравнению эйконала

$$(\nabla\psi)^2 = n_j^2. \quad (6.11)$$

В изотропной среде с известным распределением показателя преломления  $n_j(\omega, \mathbf{r})$  это уравнение вместе с граничными условиями определяет функцию  $\psi(\mathbf{r})$ . Зная последнюю, можно найти  $\mathbf{s}(\mathbf{r})$  с помощью соотношения (6.10).

Приближение геометрической оптики в неоднородной среде допускает также «лучевую» трактовку распространения волн, которая особенно важна при исследовании переноса излучения (см. гл. III). Здесь под лучом понимается траектория движения «центра тяжести» волнового пакета — сигнала, ограниченного в пространстве и во времени. В рамках геометрической оптики, как и в однородной среде, направление движения пакета определяется вектором групповой скорости  $\mathbf{v}_{гр} = d\omega/d\mathbf{k}$  и совпадает со средним по времени направлением потока энергии в волне. В изотропной среде направление  $\mathbf{v}_{гр}$  совпадает также с направлением  $\mathbf{k}$ , т. е. с вектором  $\mathbf{s}$ . Иными словами, если траектория луча в изотропной плазме есть  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(l)$  ( $l$  — длина вдоль луча), то  $d\mathbf{r}/dl = \mathbf{s}$ .

Уравнение для вектора  $\mathbf{s}(l)$  вдоль луча

$$n_j \frac{d\mathbf{s}}{dl} = \nabla n_j - \mathbf{s}(\mathbf{s} \nabla n_j) \quad (6.12)$$

можно получить, исходя из уравнения эйконала (6.11). Соответствующий вывод приведен в [78] § 38. Однако к (6.12) можно прийти и более простым способом ([79] § 65), используя принцип Ферма.

В плоскостой среде, где  $n_j = n_j(z)$ , из уравнения (6.12) следует, что луч лежит в плоскости, параллельной оси  $z$ , причем в этой плоскости форма луча определяется уравнением

$$\frac{1}{n_j} \frac{dn_j}{dz} + \text{ctg } \varphi \frac{d\varphi}{dz} = 0, \quad (6.13)$$

где  $\varphi$  — угол между  $\mathbf{s}$  и осью  $z$ . Его решение

$$n_j \sin \varphi = \text{const}, \quad (6.14)$$

в котором константа не зависит от  $z$ , называется законом преломления Декарта — Снеллиуса. Соотношение (6.14), разумеется, прямо следует из вида геометрико-оптического решения в плоскостой изотропной среде (6.6),

согласно которому  $k_x = \frac{\omega}{c} n_j \sin \varphi = \text{const}^*$ ). Константа в (6.14) будет фиксирована, если задать угол  $\varphi = \varphi_0$  между  $k_j$  и осью  $z$  на некотором уровне  $z = z_0$ :

$$n_j(z) \sin \varphi(z) = n_j(z_0) \sin \varphi_0. \quad (6.15)$$

Часто в качестве уровня  $z_0$  выбирают начало плазменного слоя  $\varepsilon = 1$ , где имеет место переход от плазмы к вакууму.

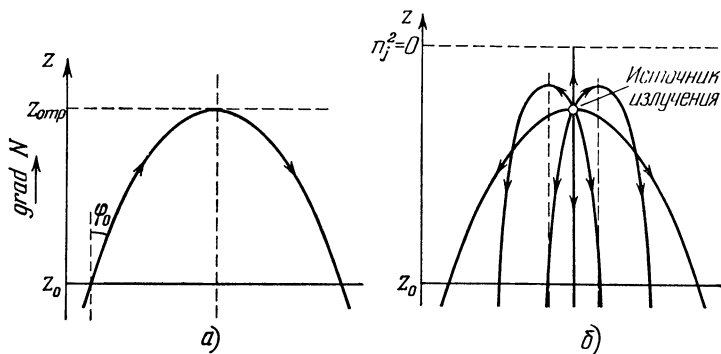


Рис. 20. Рефракция в плоскостойкой плазме с  $\text{grad } N$  вдоль оси  $z$ : а) форма луча, входящего в плазму под углом  $\varphi_0$ ; б) лучи от точечного источника в плазме

Угол  $\varphi_0$  в этом слое называется углом падения волны на слой; значение  $n_j(z_0)$  здесь равно единице для электромагнитных и  $1/\sqrt{3}\beta_T$  для плазменных волн\*\* (см. (5.2) и (5.14)).

О поведении луча при наклонном падении волны на плоскостойкую среду можно судить по рис. 20, а. Вершина

\*) Это соотношение сохраняется и в плоскостойкой магнитоактивной плазме. Однако вследствие различия в направлениях  $v_\Phi$  и  $v_{gr}$  в такой плазме форма лучей становится весьма сложной. Некоторые результаты расчетов лучей в плазме с магнитным полем приведены в [57] § 29.

\*\*) Угол падения для плазменных волн, разумеется, можно ввести лишь условно, поскольку в вакууме эти волны не существуют, а в областях плазмы, достаточно далеких от слоя  $\varepsilon = 0$  (там, где  $v_\Phi \sim v_T$ ), они затухают на расстоянии порядка длины волны, что делает их распространение практически невозможным.

луча, соответствующая точке отражения  $z_{\text{отр}}$ , определяется из (6.15) при условии  $\varphi_{\text{отр}} = \pi/2$ :

$$n_j(z_{\text{отр}}) = n_j(z_0) \sin \varphi_0 \quad (6.16)$$

или, что то же самое,

$$\varepsilon(z_{\text{отр}}) \equiv 1 - \frac{\omega_L^2(z_{\text{отр}})}{\omega^2} = \sin^2 \varphi_0. \quad (6.17)$$

Если в плазме находится источник, излучающий во всех направлениях, то благодаря рефракции излучение при выходе из плазмы приобретает направленный характер. Интервал углов  $\varphi \leq \varphi_{\text{max}}$ , под которыми излучение покидает среду, легко найти, если учесть, что луч, выходящий за пределы плазмы под наибольшим углом  $\varphi_{\text{max}}$ , имеет вершину в точке  $z = z_{\text{ист}}$ , где располагается источник (рис. 20, б). Тогда согласно (6.17)

$$\varphi_{\text{max}} = \arcsin \sqrt{\varepsilon(z_{\text{ист}})} = \operatorname{arcsec} \frac{\omega}{\omega_{L \text{ ист}}}, \quad (6.18)$$

( $\omega_{L \text{ ист}}$  — величина  $\omega_L$  в точке  $z = z_{\text{ист}}$ ). Из этого выражения следует, что направленность увеличивается по мере приближения источника к уровню  $\varepsilon(z, \omega) = 0$  (либо за счет перемещения источника постоянной частоты в глубь плазмы, либо вследствие уменьшения частоты, генерируемой источником). Формула (6.18) позволяет оценить величину электронной концентрации в окрестности источника по наблюдаемой ширине углового спектра излучения на данной частоте.

Пусть теперь распределение электронной концентрации в плоскостистой плазме  $N(z)$  — немонотонное, с максимумом в слое  $z = z_{\text{max}}$ . Этот вариант, очевидно, представляет интерес для планетных ионосфер, в том числе для ионосферы Юпитера, откуда, по-видимому, выходит его декаметровое радиоизлучение.

Если на ионосферный слой падает волна под углом  $\varphi_0$ , то она отразится от уровня  $z = z_{\text{отр}}$ , где собственная частота плазмы

$$\omega_L(z_{\text{отр}}) = \omega \cos \varphi_0 \quad (6.19)$$

(см. (6.17)). С увеличением частоты точка отражения перемещается в глубь слоя с большими значениями  $\omega_L$ . При

некотором значении  $\omega$ , равном критической частоте ионосферы при наклонном падении

$$\omega_{\text{крит}} = \omega_{L \text{ max}} \sec \varphi_0, \quad (6.20)$$

она достигает максимума слоя, где собственная частота плазмы  $\omega_{L \text{ max}}$  соответствует электронной концентрации  $N_{\text{max}}$ . В области  $\omega > \omega_{\text{крит}}$  отражение исчезает и волна свободно проходит через ионосферный слой. На фиксированной частоте  $\omega$  это неравенство определяет интервал углов  $\varphi_0$ , под которыми покидает ионосферу прошедшее через нее излучение; при этом наибольший угол

$$\varphi_{\text{max}} = \text{arcsec} \frac{\omega}{\omega_{L \text{ max}}} \quad (6.21)$$

уменьшается вместе с отношением  $\omega/\omega_{L \text{ max}}$ , обращаясь в нуль при  $\omega/\omega_{L \text{ max}} = 1$ .

Плоскостойкая модель неоднородной плазмы благодаря своей простоте весьма удобна для исследования принципиальной стороны вопроса о распространении волн в ионосферах планет, солнечной короне

и т. п. Однако в ряде случаев — при изучении направленности излучения, поглощения излучения вдоль луча и т. п., — оказывается необходимым более точное рассмотрение хода лучей в ионосфере или короне с учетом их сферичности.

Конфигурация лучей в сферически-симметричной преломляющей среде определяется законом преломления, который можно получить, исходя из уравнения (6.12) и предполагая, что  $n_j = n_j(R)$ , где  $R$  — расстояние от центра симметрии (центра Солнца или планеты) до данной точки луча. Обозначая через  $\varphi$  угол между направлением луча и радиусом  $R$ , находим, что элемент длины луча  $dl = dR/\cos \varphi$ . Учитывая это обстоятельство и используя рис. 21, представим уравнение (6.12) в форме

$$\frac{1}{n_j} \frac{dn_j}{dR} + \text{ctg} \varphi \frac{d\varphi}{dR} = - \frac{1}{R}. \quad (6.22)$$

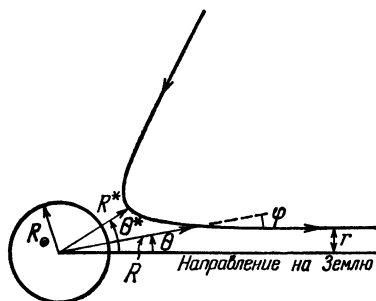


Рис. 21. К расчету форму луча в сферически-симметричной солнечной короне.

Решением этого уравнения является закон преломления в сферически-симметричной среде:

$$n_j(R) R \sin \varphi = \text{const.} \quad (6.23)$$

Если обозначить через  $R_\infty$  точку на траектории луча вне среды, то этому закону преломления можно придать следующий вид:

$$n_j(R) R \sin \varphi(R) = n_j(R_\infty) R_\infty \sin \varphi(R_\infty) = n_j(R_\infty) r, \quad (6.24)$$

где  $r$  — «прицельный параметр», характеризующий расстояние от входящего в среду луча до идущего параллельно ему радиуса \*). Для поперечных электромагнитных волн показатель преломления за пределами короны  $n_j(R_\infty) = 1$ ; учет формального отличия  $n_j(R_\infty)$  от единицы нужен лишь при рассмотрении рефракции плазменных волн. Типичный ход луча в солнечной короне с монотонно убывающей при увеличении  $R$  электронной концентрацией приведен на рис. 21.

Из (6.24) и этого рисунка ясно, что элемент длины луча

$$dl = \frac{dR}{\cos \varphi} = \frac{dR}{\sqrt{1 - r^2/n_j^2 R^2}}. \quad (6.25)$$

Траектория луча в полярных координатах  $R, \theta$

$$\theta = \theta_\infty + \int_R^{R_\infty} \frac{r dR}{R \sqrt{n_j^2 R^2 - r^2}}. \quad (6.26)$$

Величина  $\theta_\infty$ , очевидно, совпадает с  $\varphi(R_\infty)$ . Точка отражения (точка «поворота»), где  $\varphi = \pi/2$ ,  $R = R^*$  и  $\theta = \theta^*$ , определяется равенством

$$R^* n_j(R^*) = r. \quad (6.27)$$

Траектория луча симметрична относительно радиуса  $R^*$ , проходящего через точку поворота, и лежит в плоскости, проходящей через центр симметрии. Конфигурации электромагнитных лучей в солнечной короне, рассчитанные [80] по формуле (6.26) в предположении, что распределение электронной концентрации подчиняется формуле Баумбаха — Аллена (1.17), приведены на рис. 22.

\*) На Солнце параметр  $r$  называется расстоянием от центра солнечного диска.



Из рисунков ясно, что на данной частоте луч проникает глубже в корону при меньших значениях «прицельного

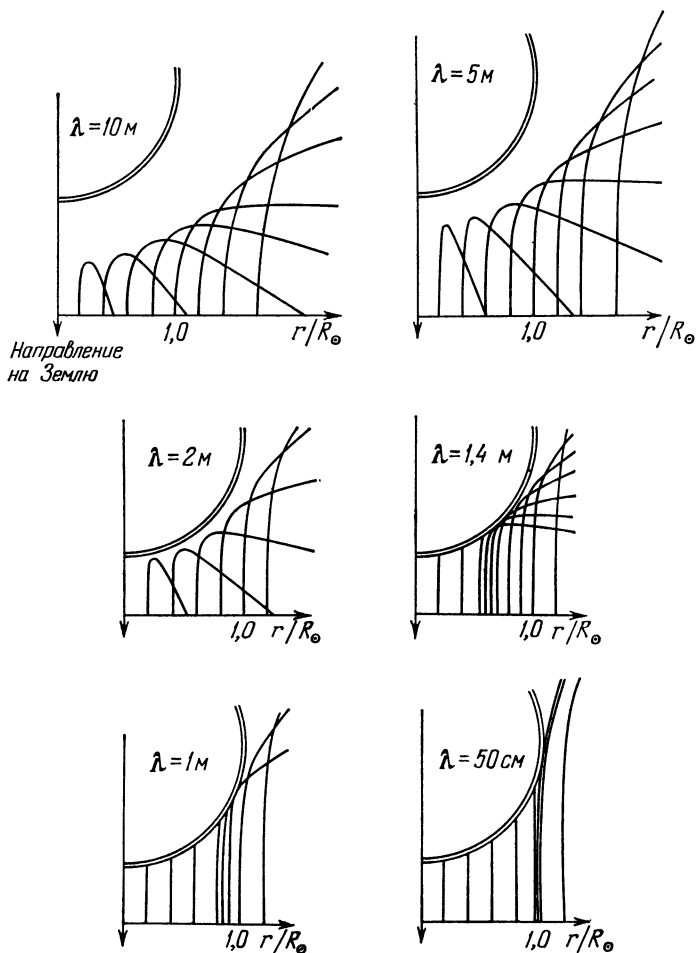


Рис. 22 Форма лучей в солнечной короне для волн длиной от 50 см до 10 м.

параметра  $r$ . Иными словами, поверхность точек поворота, касающаяся в центре диска уровня  $n_j(\omega) = 0$  (т. е.  $\omega = \omega_L$ ), с увеличением расстояния  $r$  до центра диска приподнимается

над этим уровнем. Поскольку указанная поверхность является нижней границей области короны, из которой радиоизлучение на данной частоте может выйти за ее пределы в заданном направлении, излучение в центре диска может наблюдаться от более глубоко расположенных источников, чем на лимбе. С повышением частоты поверхность точек поворота перемещается в более глубокие слои короны; при этом расширяется область короны, которая в принципе может быть ответственна за создание наблюдаемого излучения. Благодаря рефракции «видимое» в радиолучах положение источника в короне отличается от истинного меньшим расстоянием до центра диска.

**Эффект группового запаздывания сигналов.** Рассмотрим теперь роль групповой скорости волн в плазме при распространении сигналов вдоль луча. Если источник в плазме генерирует излучение с широким частотным спектром, имеющее огибающую импульсного характера (в форме всплеска), то вследствие частотной дисперсии групповой скорости  $v_{гр}(\omega)$  моменты прихода наблюдаемых сигналов на разных частотах будут различны. Время группового запаздывания на частоте  $\omega$  (по сравнению с сигналом в в вакууме) равно

$$\Delta t_{гр} = \int \left( \frac{1}{v_{гр}} - \frac{1}{c} \right) dt; \quad (6.28)$$

интеграл берется вдоль луча между источником и точкой приема.

Для электромагнитных волн в изотропной плазме  $v_{гр} = c \sqrt{\epsilon}$  (см. § 5). Поэтому в линейном слое максимальное запаздывание, очевидно, будет происходить на частоте  $\omega$ , для которой  $n_{эл} = \sqrt{\epsilon} \approx 0$  в точке, где расположен источник излучения \*). При этом

$$(\Delta t_{гр})_{\max} = \frac{1}{c |\nabla \epsilon|}. \quad (6.29)$$

\*) Обращение  $v_{гр}$  в нуль в этой точке не препятствует выходу излучения с уровня  $n_{эл} = 0$ , так как приближение геометрической оптики близ  $n_{эл} = 0$  нарушается и указанная формула для  $v_{гр}$  становится неверной. Поэтому в окрестности  $n_{эл} = 0$  следовало бы пользоваться более строгой формулой для  $\Delta t_{гр}$ , чем (6.29). Однако вклад в  $(\Delta t_{гр})_{\max}$  от линейного слоя близ  $n_{эл} = 0$  толщиной порядка нескольких длин волн мал по сравнению с вкладом от протяженной области, где геометрико-оптическое приближение вполне законно.

При наблюдениях солнечного радиоизлучения этот эффект обычно мал<sup>ю</sup> существен: в условиях солнечной короны  $|\nabla \varepsilon| \sim 10^{10} \text{ см}$  и  $(\Delta t_{\text{гр}})_{\text{max}}$  не превышает секунды или долей секунды. Впрочем, групповое запаздывание несколько увеличится, если учесть большую протяженность короны вдали от уровня  $\varepsilon \approx 0$  (т. е. отклонения от линейного слоя во внешних областях короны).

В то же время трудно преувеличить значение эффекта группового запаздывания в исследованиях радиоизлучения пульсаров. Позволив оценить расстояния до пульсаров, он сыграл решающую роль в доказательстве галактического происхождения этих объектов [81]. В условиях разреженной межзвездной среды, где  $\omega_L^2 \ll \omega^2$ , групповая скорость радиоволн  $v_{\text{гр}} = c\sqrt{\varepsilon} \approx c\left(1 - \frac{\omega_L^2}{2\omega^2}\right)$ , и формула (6.28) приобретает вид

$$\Delta t_{\text{гр}} \approx \frac{1}{2c\omega^2} \int \omega_L^2 dl. \quad (6.30)$$

Если пульсар посылает импульс в момент  $t_{\text{изл}} = 0$ , то он будет зарегистрирован на Земле в момент  $t_{\text{набл}} = L/c + \Delta t_{\text{гр}}$ , причем на низких частотах импульс регистрируется позднее, чем на высоких:  $t_{\text{набл}} - L/c \sim \omega^2$ . В результате производная

$$\frac{dt_{\text{набл}}}{d\omega} \approx -\frac{1}{c\omega^3} \int \omega_L^2 dl \quad (6.31)$$

оказывается обратно пропорциональной кубу частоты. Это обстоятельство можно проверить экспериментально, регистрируя моменты прихода импульсов на двух близких частотах (что позволяет определить  $dt_{\text{набл}}/d\omega$ ). Проверка показала [81, 82], что в широком интервале частот  $dt_{\text{набл}}/d\omega \sim \omega^{-3}$ ; это означает, что моменты прихода импульсов пульсаров на Землю действительно определяются групповым запаздыванием сигналов в разреженной плазме с  $\omega_L^2 \ll \omega^2$ .

По величине  $dt_{\text{набл}}/d\omega$  из (6.31) можно найти «меру дисперсии»  $DM = \int Ndl$  между источником и точкой приема; для PSR 1919 — первого из обнаруженных пульсаров —  $DM \approx 12 \text{ нс} \cdot \text{см}^{-3}$  [82]. Предположив, что основной вклад в эту величину вносит межзвездная среда со средней электронной концентрацией  $N \sim 0,1 \text{ см}^{-3}$ , получим оценку  $L \sim 1,2 \cdot 10^3 \text{ нс}$  для расстояния до пульсара. Ясно, что

подобные оценки существенно зависят от предполагаемой величины  $N$  в межзвездной среде. Если же имеются независимые оценки расстояний до пульсаров, то значения меры дисперсии могут быть использованы для заключений о величине средней электронной концентрации в межзвездной среде  $\bar{N}$ .

Например, расстояния до пульсаров, располагающихся в оболочках сверхновых, т. е. для PSR 0532 в Крабовидной туманности и для PSR 0833 в созвездии Парусов, составляет  $1,7 \cdot 10^3$  и  $5 \cdot 10^2$  парсек соответственно. С учетом измеренных мер дисперсии для этих объектов ( $57$  и  $69$   $nc \cdot cm^{-3}$  [83]) это дает значения  $\bar{N} \approx 3,3 \cdot 10^{-2} cm^{-3}$  в направлении на PSR 0532 и  $\bar{N} \approx 1,4 \cdot 10^{-1} cm^{-3}$  в направлении на PSR 0833.

Роль группового запаздывания сигналов становится особенно существенной в случае, когда величина  $v_{гр} \ll c$  вдоль всей трассы распространения волн. Такая ситуация, например, реализуется для той ветви дисперсионных кривых в магнитоактивной плазме, которая соответствует вистлерам. Для них величина  $n_2^2$  определяется формулой (5.29), а угол между фазовой и групповой скоростями  $\vartheta$  — формулой (5.39), из которой следует, что  $\operatorname{tg} \vartheta = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$  ( $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ ). С помощью (5.29) и (5.38) нетрудно убедиться, что для вистлеров проекция  $\mathbf{v}_{гр}$  на направление  $\mathbf{k}$

$$v_{гр \mathbf{k}} = \frac{2c}{\omega_L} \sqrt{\omega \omega_B |\cos \alpha|}. \quad (6.32)$$

Величина  $v_{гр} = v_{гр \mathbf{k}} |\cos \vartheta|^{-1}$ ; с учетом соотношения  $\operatorname{tg} \vartheta = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$  это приводит к следующему выражению для момента прихода вистлера  $t_{набл}$  в точку наблюдения  $B$ , если сигнал был испущен в точке  $A$  в момент  $t = 0$  [69]:

$$t_{набл} = \int \frac{dl}{v_{гр}} = \frac{1}{c} \int n_2 \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha} dl \quad (6.33)$$

( $n_2$  — из (5.29); интеграл берется вдоль луча, соединяющего точки  $A$  и  $B$ ). Для отыскания величины  $t_{набл}$  на более низких частотах, где не соблюдается условие  $u \cos^2 \alpha \gg 1$ , надо использовать для  $n_2^2$  формулу (5.30). Тогда вместо (6.33) получаем [84]

$$t_{набл} = \frac{1}{c} \int n_1 \sqrt{4 \left( \frac{\sqrt{u} \cos \alpha | - 1}{\sqrt{u} \cos \alpha} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (6.34)$$

Из (6.33) следует, что  $t_{\text{набл}} \propto \omega^{-1/2}$ , если форма луча не меняется с частотой. Последнее, строго говоря, справедливо лишь в однородной среде. Однако отмеченная в § 5 близость направления  $\mathbf{v}_{\text{гр}}$  для вистлеров к направлению магнитного поля оправдывает во многих случаях применение формулы (6.33) и в неоднородной среде с изменяющимся в пространстве магнитным полем.

Зависимость  $t_{\text{набл}} \propto \omega^{-1/2}$  характерна для низкочастотных сигналов в диапазоне 1 — 10 кГц, возникающих при атмосферных разрядах на Земле. При приеме на слух эти сигналы воспринимаются как свисты постоянно понижающегося тона, что и дало основание назвать их свистящими атмосфериками (вистлерами). Пропорциональность  $t_{\text{набл}}$  и  $\omega^{-1/2}$  для свистящих атмосфериков объясняется тем, что сигнал проходит через земную магнитосферу по дуге, составляющей небольшие углы с силовыми линиями геомагнитного поля, распространяясь в форме волн, соответствующих дисперсионной ветви с  $n_2^2$  (5.29).

Из более общей формулы (6.34) ясно, что зависимость  $t_{\text{набл}} \propto \omega^{-1/2}$  сохраняется только на низких частотах, для которых  $|\sqrt{u} \cos \alpha| \gg 1$ . Согласно (6.34) при продольном распространении ( $\alpha = 0$ ) зависимость  $t_{\text{набл}}(\omega)$  имеет минимум на частоте

$$\omega_{\text{min}} = \frac{\omega_B}{4}; \quad (6.35)$$

на более высоких частотах  $t_{\text{набл}}$  снова возрастает [85]. Это обстоятельство может быть использовано для определения величины магнитного поля в плазме по времени прихода вистлеров на разных частотах.

## § 7. Линейное взаимодействие волн в магнитоактивной плазме

В предыдущем параграфе было выяснено, что при распространении в неоднородной плазме поляризация обыкновенных и необыкновенных волн и их показатели преломления изменяются в соответствии с формулами (5.19), (5.33), (5.34), если рассматривать фигурирующие в них параметры  $v = \omega_L^2/\omega^2$ ,  $u = \omega_B^2/\omega^2$  и угол  $\alpha$  как функции координат. Это справедливо до тех пор, пока сохраняет свою силу приближение геометрической оптики, в рамках которого

волна каждого типа распространяется в плазме независимо от волн других типов. В плавно неоднородных средах, свойства которых мало меняются на расстояниях порядка длины волны, это приближение нарушается только в некоторых ограниченных областях, где характер поля становится более сложным. Произвольное электромагнитное поле при этом может быть составлено лишь из точных решений системы уравнений, описывающей электромагнитные волны во всей плазме, включая области неприменимости геометрической оптики. Вдали от этих областей точные решения асимптотически представляются в виде линейных комбинаций функции (6.1), т. е. волн геометрико-оптического приближения с определенной связью между их амплитудами. Последнее означает, что если волны в процессе распространения проходят через указанную область, возникает «взаимодействие» между ними, состоящее в том, что отношение амплитуд геометрико-оптических решений принимает фиксированное значение, зависящее от условий распространения волн в области нарушения геометрической оптики. В частности, при падении волны одного типа на область взаимодействия из нее выходят когерентные волны двух типов. Иными словами, в указанной области происходит частичный переход (трансформация) одного типа волн в другой. Подобное взаимодействие называется линейным, поскольку оно не вызвано нарушением принципа суперпозиции для полей в плазме, в отличие от нелинейного взаимодействия, речь о котором пойдет в главе VII\*).

Исследование взаимодействия волн разных типов показывает, что оно происходит в тех областях плазмы, где дисперсионные кривые  $n_j^2(\omega)$  близко подходят друг к другу. Последнее вполне естественно, так как именно в областях с близкими свойствами волн возможен их «переход» с одной дисперсионной кривой на другую. На примере рис. 11, 14 ясно, что в постоянном магнитном поле  $B_0$  это имеет место в слоях, где  $\nu \approx 1$  (при распространении волн под малыми углами  $\alpha$  к  $B_0$ ).

---

\*) Из сказанного ясно, что возникновение эффекта линейного взаимодействия связано с нарушением в некоторой области плазмы геометрико-оптического приближения сразу для двух волн. Однако это условие недостаточное, и в каждом конкретном случае наличие взаимодействия может быть установлено только в результате специального исследования.

Начало исследования проблемы взаимодействия волн разных типов в магнитоактивной плазме было положено В. Л. Гинзбургом [86, 87] в связи с изучением так называемого эффекта «утраивания» сигналов в ионосфере (см. об этом [57] § 28). В астрофизических условиях взаимодействие при  $\nu \approx 1$  имеет существенное значение для решения (по крайней мере в принципе) проблемы выхода излучения из плотной плазмы, например, из солнечной короны. В последнее время трансформация одного типа волн в другой в плотной неоднородной плазме привлекла внимание в связи с проблемой «нагрева» лабораторной плазмы (при исследованиях управляемого термоядерного синтеза). Одним из возможных способов такого нагрева является ввод электромагнитного (оптического или СВЧ) излучения в плазму с последующей линейной трансформацией его в плазменные волны; поглощение последних и обеспечивает повышение температуры плазмы \*).

Взаимодействие и взаимная трансформация волн разных типов может возникать также в неоднородном магнитном поле, если плазма достаточно разреженная ( $\nu \ll 1$ ) или магнитное поле достаточно слабое ( $u \ll 1$ ). Взаимная трансформация обыкновенных и необыкновенных волн в указанных условиях может оказать весьма существенное влияние на характер поляризации радиоизлучения, выходящего из плазмы. С исследования этого явления мы и начнем рассмотрение эффектов линейного взаимодействия в плазме.

**Предельная поляризация излучения.** Постановка вопроса о предельной поляризации волн, выходящих из магнитоактивной плазмы, связана со следующим обстоятельством. Физически ясно, что при достаточно малом  $\nu$  или  $u$ , т. е. в условиях слабой анизотропии, влияние магнитного поля на характер поляризации волн (форму поляризационного эллипса) должно исчезать. Если  $\nu \rightarrow 0$ , волны должны распространяться так же, как в вакууме; при  $u \rightarrow 0$  — так же, как в изотропной плазме; поэтому изменение коэффициента поляризации  $K_j$  (5.34) в области достаточно малых  $\nu$  (или  $u$ ) прекращается и излучение выходит в вакуум (или в изотропную плазму) примерно с таким же эллипсом по-

---

\*) Линейному взаимодействию в лабораторной плазме посвящены обзоры [88, 89] и многие оригинальные работы.

ляризации, какой оно имело до входа в область слабой анизотропии. Наоборот, согласно приближению геометрической оптики, эллипс поляризации и здесь должен менять свою форму в соответствии с изменением параметров  $v$ ,  $u$  и  $\alpha$ . Это означает, что при малых  $v$  или  $u$  геометрико-оптические решения для обыкновенных и необыкновенных волн становятся неприменимыми и вопрос о характере предельной поляризации при выходе волны из области с большими значениями параметров  $v$ ,  $u$  в области с малыми значениями  $v$  или  $u$  нуждается в более последовательном рассмотрении на основе уравнений, описывающих распространение электромагнитных волн в неоднородной магнитоактивной плазме.

Будем исходить из системы уравнений (4.19)—(4.22) с тензором  $\epsilon_{ij}(\omega)$  в форме (4.67). В плоскостой среде, свойства которой зависят только от одной координаты  $z$ , для плоских волн, распространяющихся вдоль оси  $z$  (т. е. для волн, поля в которых тоже зависят лишь от этой координаты), указанная система примет вид ([57] § 23):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 E_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (A E_x - i C E_y) &= 0; \\ \frac{d^2 E_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (i C E_x + B E_y) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{u - (1-v)^2 - uv \cos^2 \alpha}{u - (1-v) - uv \cos^2 \alpha}, \\ B &= \frac{u(1-v) - (1-v)^2}{u - (1-v) - uv \cos^2 \alpha}; \quad C = \frac{v(1-v) \sqrt{u} \cos \alpha}{u - (1-v) - uv \cos^2 \alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

Уравнения (7.1) записаны в системе координат  $II$ , приведенной на рис. 7\*).

---

\*) Применение координатной системы  $II$  с магнитным полем  $B_0$  в фиксированной плоскости  $yz$ , упрощая запись и анализ уравнений, не дает возможности учесть эффекты, связанные с кручением (широм) магнитного поля, т. е. с изменением ориентации составляющей вектора  $B_0$  в плоскости  $xy$ . О линейном взаимодействии в плазме с широм магнитного поля см. [92, 315] и другие работы.



Введем вместо  $E_x, E_y$  новые переменные  $U_1, U_2$  с помощью соотношений

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{\Pi_1}{\sqrt{1+K_1^2}} + \frac{\Pi_2}{\sqrt{1+K_2^2}}; & E_y &= \frac{iK_1\Pi_1}{\sqrt{1+K_1^2}} + \frac{iK_2\Pi_2}{\sqrt{1+K_2^2}}; \\ \Pi_1 &= \frac{U_1(z)}{\sqrt{n_1}} e^{i\frac{\omega}{2c} \int (n_2 - 3n_1) dz}; & \Pi_2 &= \frac{U_2(z)}{\sqrt{n_2}} e^{i\frac{\omega}{2c} \int (n_1 - 3n_2) dz}; \end{aligned} \right\} (7.3)$$

где  $n_{1,2}$  определяется формулой (5.19), а коэффициенты поляризации  $K_{1,2}$  — формулой (5.34). Тогда, отправляясь от системы двух уравнений второго порядка (7.1), в среде с параметрами  $u$  и  $v$ , медленно меняющимися на расстояниях порядка длины волны, можно прийти к одному уравнению второго порядка, приближенно описывающему распространение волн в сторону отрицательных  $z^*$ ) (Бадден [90, 91]):

$$\frac{d^2V}{dz^2} + \left\{ \Psi^2 + \frac{1}{4} \frac{\omega^2}{c^2} (n_2 - n_1)^2 + \frac{i\omega}{2c} \frac{d}{dz} (n_2 - n_1) \right\} V = 0. \quad (7.4)$$

В уравнении (7.4) функция  $V(z)$  связана с переменными  $U_1$  и  $U_2$  соотношением

$$-\Psi \frac{U_1}{U_2} e^{i\frac{2\omega}{c} \int (n_2 - n_1) dz} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dz} + \frac{1}{\Psi} \frac{d\Psi}{dz} + i\frac{\omega}{2c} (n_2 - n_1).$$

Далее, зависимость  $\Psi(z)$  определяется выражением

$$\Psi(z) = -\frac{i}{2} \frac{d}{dz} \ln \frac{iK_2 + 1}{iK_2 - 1} = -\frac{i}{4} \frac{d}{dz} \ln \frac{1-v-iq}{1-v+iq}, \quad (7.5)$$

где  $q = \sqrt{u} \sin^2 \alpha / 2 \cos \alpha$ . Дифференцируя по  $z$ , найдем что

$$\Psi(z) = -\frac{1}{2} \frac{q dv/dz + (1-v) dq/dz}{(1-v)^2 + q^2}. \quad (7.6)$$

\*) Тот факт, что волны противоположных направлений описываются независимыми уравнениями, означает, что связь между ними (взаимодействие типа отражения) может появиться только там, где эти уравнения становятся неприменимыми. В плавно неоднородной плазме последнее происходит лишь в точках  $n_1=0$  и  $n_2=0$ , где нельзя делать замену переменных (7.3):  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  обращаются здесь в бесконечность при конечных значениях  $U_{1,2}$ . Отсюда следует, что взаимодействие между разными типами волн в слоях, где  $n_1 \neq 0$ ,  $n_2 \neq 0$ , не сопровождается эффектами отражения.

Производная  $dv/dz$  характеризует неоднородный характер распределения электронной концентрации  $N(z)$  в плазме; отличная от нуля производная  $dq/dz$  появляется в случае неоднородного магнитного поля  $B_0(z)$ . В (7.5) опущен фактор  $(n_1 + n_2)/2\sqrt{n_1 n_2}$ , что допустимо в тех областях плазмы, где  $n_1 \approx n_2$ .

Легко видеть, что решения уравнения (7.4) и характер распространения волн существенно различны по разные стороны от слоя плазмы, в котором

$$\Psi^2 \sim F^2 \equiv \left| \frac{\omega^2}{4c^2} (n_2 - n_1)^2 + i \frac{\omega}{2c} \frac{d}{dz} (n_2 - n_1) \right|. \quad (7.7)$$

Можно показать [91], что в областях, где  $\Psi^2 \ll F^2$ , решения для функций  $U_1$  и  $U_2$  примут вид:

$$U_1 = c_1 e^{-i \frac{\omega}{2c} \int (n_2 - n_1) dz}; \quad U_2 = c_2 e^{i \frac{\omega}{2c} \int (n_2 - n_1) dz}$$

( $c_1$  и  $c_2$  — константы) Подставив их в (7.3), убеждаемся, что в состав поля  $E_x, E_y$  входят две независимые компоненты в форме геометрической оптики; первая из них характеризует необыкновенную волну с показателем преломления  $n_1$  и коэффициентом поляризации  $K_1$ , вторая — обыкновенную волну с  $n_2$  и  $K_2$ . Наоборот, в слоях плазмы, где  $\Psi^2 \gg F^2$ , характер решения иной. Здесь можно пренебречь в фигурных скобках уравнения (7.4) всеми членами, за исключением  $\Psi^2$ . В результате мы придем к решению в «приближении изотропной плазмы». Это решение фактически такое же, как в изотропной плазме, поскольку для него  $n_1 = n_2$  и поляризация волны, задаваемая граничными условиями задачи, в процессе распространения остается неизменной.

При обсуждении эффекта предельной поляризации следует также принять во внимание характер изменения поляризации необыкновенных и обыкновенных волн в рамках приближения геометрической оптики. Эта поляризация (в плоскости, ортогональной направлению волновых векторов) определяется параметром  $K_i$  (5.34); последний можно представить в форме

$$K_i^{-1} = \frac{q}{1-v} \pm \sqrt{1 + \frac{q^2}{(1-v)^2}}, \quad (7.8)$$

где  $q = \sqrt{u} \sin^2 \alpha / 2 \cos \alpha$ , верхний знак относится к необыкновенным, нижний — к обыкновенным волнам. Из (7.8) ясно, что поляризация зависит от величины отношения  $q/(1 - v)$ ; характер этой зависимости представлен на рис. 23. В квазипродольном приближении  $q^2/(1 - v)^2 \ll 1$  (см. первое неравенство (5.24)) и поляризация обеих волн — круговая; в квазипоперечном случае  $q^2/(1 - v)^2 \gg 1$  (см. (5.25)) и поляризация близка к линейной.

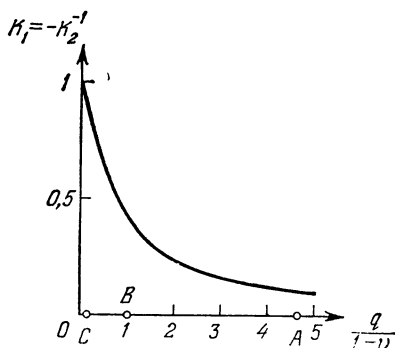


Рис. 23. Зависимость поляризационного параметра  $K_j$  от величины  $q(1 - v)^{-1}$  в приближении геометрической оптики. Точками А, В, С отмечены три характерных варианта локализации в плазме переходного слоя  $\Psi^2 \sim F^2$ .

Учитывая все сказанное, можно представить себе следующую картину распространения волн в плазме, если оно сопровождается переходом из области применимости геометрико-оптического приближения в область, где выполнено «изотропное» приближение (т. е. переходом через слой плазмы, в котором  $\Psi^2 \sim F^2$ ). При распространении волны одного типа, например, необыкновенной, в сторону выхода из магнитного поля в изотропную плазму ( $u \rightarrow 0$ ) или из плазмы в вакуум ( $v \rightarrow 0$ ) \*) изменение эллипса поляризации происходит сначала в полном соответствии с требованиями геометрической оптики. Затем, после перехода через характерный слой (7.7), изменение характера поляризации прекращается и волна распространяется дальше, сохраняя поляризацию, приобретенную в этом слое. Поэтому при

\*) В обоих этих случаях отношение  $q/(1 - v)$  убывает

выходе в область  $u \rightarrow 0$  или  $v \rightarrow 0$  предельная поляризация излучения, вообще говоря, будет отличаться от значений (7.8), определяемых приближением геометрической оптики. В этом и заключается эффект предельной поляризации. В указанной области эллипс поляризации можно рассматривать как сумму эллипсов, характерных для обыкновенной и необыкновенной волн. Следовательно, при подходе волны одного типа к слою (7.7) в изотропную плазму или в вакуум выходят когерентные волны двух типов; последнее можно рассматривать как следствие трансформации волн из-за линейного взаимодействия в области неприменимости геометрической оптики.

Далее уместно спросить, при каких условиях взаимодействие волн приводит к существенному отличию поляризации от значений (7.8), характерных для геометрико-оптического приближения. Ответ ясен: это имеет место в условиях, когда переход от квазипродольного к квазипоперечному распространению (при котором в указанном приближении происходит радикальное изменение поляризационных свойств волны) совершается в области, где это приближение нарушено. Иными словами, сильный эффект предельной поляризации возникает, если область «изотропного» распространения  $\Psi^2 \gg F^2$  включает в себя слой  $q^2 \sim (1 - v)^2$ ; при этом слой  $\Psi^2 \sim F^2$  располагается в области  $q^2 \gg (1 - v)^2$  (см. вариант *A* на рис. 23). Наоборот, эффект предельной поляризации становится весьма слабым, если в области  $q^2 \sim (1 - v)^2$  сохраняет силу приближение геометрической оптики. Для этого необходимо, чтобы там реализовалось условие  $\Psi^2 \ll F^2$ . Слой  $\Psi^2 \sim F^2$  при этом располагается в области  $q^2 \ll (1 - v)^2$  — вариант *C* на рис. 23. И, наконец, при  $\Psi^2 \sim F^2$  в области  $q^2 \sim (1 - v)^2$  (вариант *B* на этом же рисунке) реализуется такое критическое сочетание параметров, которое разделяет случаи сильного и слабого эффектов предельной поляризации\*).

**Линейное взаимодействие в неоднородном магнитном поле.** В предыдущем разделе мы выяснили, что сильный эффект предельной поляризации наступает, если параметр

\*) Качественный анализ взаимодействия типа предельной поляризации мы начали (и будем продолжать в дальнейшем), основываясь на уравнении Баддена (7.4). Иной подход к проблеме распространения и взаимодействия волн в условиях слабой анизотропии плазмы был развит Ю. А. Кравцовым [313] (см. также [111, 314]).

$q^2/(1 - v)^2$ , будучи порядка единицы, существенно меняется в области  $\Psi^2 \gg F^2$ , т. е. в той области, где для волн справедливо «изотропное» приближение. При выходе волн из плазмы в вакуум в условиях, когда магнитное поле  $B_0$  сохраняется неизменным по величине и направлению, надеяться на появление значительного эффекта предельной поляризации не приходится: в области  $v \ll 1$ ,  $q = \text{const}$  величина отношения  $q^2/(1 - v)^2$  заметно не меняется вместе с эллипсом поляризации волны одного типа в приближении геометрической оптики. Постоянство эллипса поляризации сохранится, конечно, и в «изотропном» приближении, если последнее реализуется при выходе из плазмы. Наоборот, в области  $v \ll 1$  может наступить сильный эффект предельной поляризации, если изменение  $q^2/(1 - v)^2$  обеспечивается в области  $\Psi^2 \gg F^2$  за счет неоднородного характера магнитного поля.

Поскольку эффекты линейного взаимодействия в неоднородных магнитных полях играют важную роль в формировании поляризационных характеристик внеземного радиоизлучения, рассмотрим их более подробно. В дальнейшем мы предположим (если не оговорено противное), что  $v = \text{const} \ll 1$ , т. е. будем рассматривать линейное взаимодействие в неоднородном магнитном поле при переходе из одной области разреженной плазмы в другую. Для сильного взаимодействия необходимо, чтобы указанные области были разделены слоем  $q^2/(1 - v)^2 \approx q^2 \sim 1$ , в котором  $\Psi^2 \gg F^2$ ; если же там  $\Psi^2 \ll F^2$ , взаимодействие практически отсутствует.

Чтобы иметь возможность судить о соотношении между  $\Psi^2$  и  $F^2$  в слсе  $q^2 \sim 1$ , отметим, что согласно (7.6) при  $v = \text{const} \ll 1$  и  $q \equiv \sqrt{u} \sin^2 \alpha / 2 \cos \alpha = 1$  функция

$$\Psi(z) = -\frac{1}{4} \frac{dq}{dz} = -\frac{1}{4} \frac{d\sqrt{u}}{dz} - \frac{1}{4} (2 \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha) \frac{d\alpha}{dz}. \quad (7.9)$$

С другой стороны, величина  $F$  определяется разностью показателей преломления  $n_2 - n_1$  (см. (7.7)); из (5.19) следует, что при  $v \ll 1$  и  $q = 1$  разность

$$n_2 - n_1 \approx \frac{n_2^2 - n_1^2}{2n_1} \approx \frac{v | \sqrt{2u} \cos \alpha |}{n_1 (1 - u)}. \quad (7.10)$$

Реализация неравенства  $\Psi^2 \gg F^2$  обеспечивается при достаточно больших значениях  $\Psi^2$  и малой разности  $n_2 - n_1$ .

В космических условиях, для которых характерны малые градиенты магнитных полей, это имеет место при малых  $\sqrt{u}$  и  $\alpha$ , близких к нулю или  $\pi/2$ . В этих трех случаях эффекты взаимодействия типа предельной поляризации могут проявиться особенно ярко.

Первый вариант реализуется, если  $\sqrt{u} \ll 1$ , и изменением магнитного поля по направлению в (7.9) можно пренебречь по сравнению с изменением по величине.

Тогда  $\Psi(z) \approx -\frac{1}{4\sqrt{u}} \frac{d\sqrt{u}}{dz}$  и в слое  $q^2 \approx 1$  неравенство  $\Psi^2 \gg F^2$  сводится к условию \*)

$$\left(\frac{d\sqrt{u}}{dz}\right)^2 \gg 2^3 \frac{\omega^2}{c^2} v^2 u^2 \cos^2 \alpha. \quad (7.11)$$

При  $\sqrt{u} \ll 1$  в слое  $q^2 \approx 1$  угол  $\alpha$  близок к  $\pi/2$ , т. е.  $\sqrt{u} \approx 2 \cos \alpha$ . Тогда условие (7.11) примет вид

$$\left(\frac{d\sqrt{u}}{dz}\right)^2 \gg 2^7 \frac{\omega^2}{c^2} v^2 \cos^6 \alpha. \quad (7.12)$$

Введя характерный параметр взаимодействия

$$G_0 = 8\sqrt{2} \frac{\omega}{c} \frac{v |\cos^3 \alpha|}{|d\sqrt{u}/dz|} = 8\sqrt{2} \frac{\omega_L^2 |\cos^3 \alpha|}{c |d\omega_B/dz|}, \quad (7.13)$$

убеждаемся, что сильное взаимодействие происходит, если  $G_0 \ll 1$  (см. (7.12)). Наоборот, при  $G_0 \gg 1$  эффект предельной поляризации становится слабым — переход совершается с сохранением геометрико-оптического приближения. Значение параметра  $G_0 \sim 1$  в слое  $q^2 \approx 1$  соответствует промежуточному случаю умеренного взаимодействия типа предельной поляризации. Подчеркнем, что параметр  $G_0$  существенно меняется с изменением направления распространения волны (угла  $\alpha$ ), но не зависит от ее частоты (в области  $v \ll 1$ , где справедливо выражение  $G_0$  в форме (7.13)).

Второй вариант имеет место в области квазиперпендикулярного поля ( $\alpha \approx \pi/2$ ), когда значения функции  $\Psi$  (7.9)

\*) Неравенство (7.11) мы получили, удержав в  $F^2$  только первый член  $(\omega^2/4c^2)(n_2 - n_1)^2$ . Учет второго члена  $i(\omega/2c) \frac{d}{dz}(n_2 - n_1)$ , как нетрудно убедиться, приведет лишь к появлению в (7.11) коэффициента порядка единицы.

определяются изменением магнитного поля не по величине, а по направлению:  $\Psi(z) \approx -\frac{1}{4} \operatorname{tg} \alpha \frac{d\alpha}{dz}$ . В слое  $q^2 \approx 1$  углы  $\alpha \approx \pi/2$  возможны лишь при  $\sqrt{u} \ll 1$ ; тогда разность  $n_2 - n_1 \approx v \sqrt{2u} \cos \alpha$ . Условие сильного взаимодействия  $\Psi^2 \gg F^2$  при оценке по первому члену в выражении для  $F^2$  принимает следующий вид \*):

$$\left(\frac{d\alpha}{dz}\right)^2 \gg 8 \frac{\omega^2}{c^2} v^2 u \cos^4 \alpha \approx \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} v^2 u^3. \quad (7.14)$$

(При переходе к последнему равенству учтено, что при  $\alpha \approx \pi/2$  в слое  $q^2 \approx 1$  величина  $\cos \alpha \approx \sqrt{u}/2$ .) Снова введем характерный параметр взаимодействия в форме (Коэн [92])

$$G_{\perp} = \frac{\omega}{c} \frac{vu^{3/2}}{|d\alpha/dz|} = \frac{\omega_L^2 \omega_B^2}{c\omega^4 |d\alpha/dz|}. \quad (7.15)$$

В случае  $G_{\perp}^2 \ll 1$  взаимодействие сильное; при  $G_{\perp}^2 \gg 1$  оно становится слабым; промежуточному случаю умеренного взаимодействия отвечает значение параметра  $G_{\perp}^2 \sim 1$ .

Заметим, что этот параметр был введен для достаточно разреженной плазмы, в которой  $v = \omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ . Можно, конечно, такое условие опустить и провести сопоставление  $\Psi^2$  с  $F^2$  в области  $q^2 \approx (1-v)^2$ , не считая  $v$  малым. Тогда параметр  $G_{\perp}$  примет вид [93]

$$G_{\perp} = \frac{\omega}{c} \frac{vu^{3,2}}{(1-v)^{5,2} |d\alpha/dz|}. \quad (7.16)$$

Наконец, третий вариант взаимодействия — при малых углах  $\alpha$  и в условиях, когда изменение магнитного поля  $B_0$  по направлению играет основную роль, — реализуется в том случае, если

$$\left(\frac{d\alpha}{dz}\right)^2 \gg 2 \frac{\omega^2}{c^2} \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{u} \approx 4 \frac{\omega^2}{c^2} v^2 u^{-3/2}. \quad (7.17)$$

Согласно (7.17) характер взаимодействия теперь определяется величиной параметра

$$G_{\parallel} = 2 \frac{\omega}{c} \frac{vu^{-3/4}}{|d\alpha/dz|} \quad (7.18)$$

в слое  $q^2 \approx 1$ ; эффект типа предельной поляризации становится сильным, если  $G_{\parallel}^2 \ll 1$ .

\*) Как и ранее, учет второго члена в  $F^2$  приведет лишь к появлению фактора порядка единицы в неравенстве (7.14).

Отметим, что при получении этого неравенства функция  $\Psi(z)$  (7.9) принята равной  $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha \, d\alpha/dz$ ; оценка величины  $F^2$  проведена по первому члену на тех же основаниях, что и в предыдущих случаях; при переходе к последнему равенству в (7.17) учтено соотношение  $\sin^2 \alpha \approx 2/\sqrt{u}$ , выполняющееся при малых углах  $\alpha$  в слое  $q^2 \approx 1$ .

Поскольку  $\sin^2 \alpha \ll 1$ , из соотношения  $q^2 \approx 1$  следует, что третий вариант возможен только при условии  $\sqrt{u} = \omega_{\beta}/\omega \gg 1$  (в области  $v \ll 1$  — при необходимом условии  $u \gg v$ , т. е.  $\omega_B^2 \gg \omega_L^2$ ). Иными словами, этот вариант может иметь место на достаточно низких частотах в разреженной плазме с сильным магнитным полем. Подробно указанное взаимодействие не рассматривалось, хотя оно и представляет определенный интерес при анализе поляризационных характеристик радиоизлучения, выходящего, скажем, за пределы ионосферы Юпитера и магнитосфер нейтронных звезд.

**Прохождение волн через области с поперечным и нулевым магнитным полем.** При распространении электромагнитных волн в неоднородных магнитных полях вполне возможна ситуация, когда волна последовательно проходит через два слоя  $q^2 \sim 1$ . Примером в этом отношении служит прохождение через слой с поперечным магнитным полем (рис. 24) и через нейтральный токовый слой с нулевым магнитным полем (рис. 25). В обоих случаях распространение волны сопровождается изменением знака проекции поля  $B_0$  на направление распространения (ось  $z$  на рис. 24, 25; точками на этой оси отмечены значения  $q^2 = 1$  по обе стороны от поперечного или нулевого магнитного поля). В соответствии с изложенным выше, характер поляризации волн, прошедших через область плазмы с указанной структурой магнитного поля, зависит от величины параметров  $G_{\perp}$  или  $G_0$  в слоях  $q^2 \sim 1$ .

При распространении через область квазипоперечного магнитного поля поляризация волн будет меняться следующим образом (Коэн [92]). Поскольку в согласии с (7.15)  $G_{\perp} \sim \omega^{-4}$ , на достаточно низких частотах по сравнению с критическим значением

$$\omega_c = \frac{1}{m_e c} \left( \frac{4\pi e^5 N B^3}{|d\alpha/dz|} \right)^{1/4}, \quad (7.19)$$



параметр  $G_1^2 \gg 1$  в слое  $q^2 \sim 1$ . Последнее означает, что в указанном слое, переходном от квазипродольного к квазипоперечному распространению, приближение геометрической оптики сохраняет свою силу. При этом, как известно,

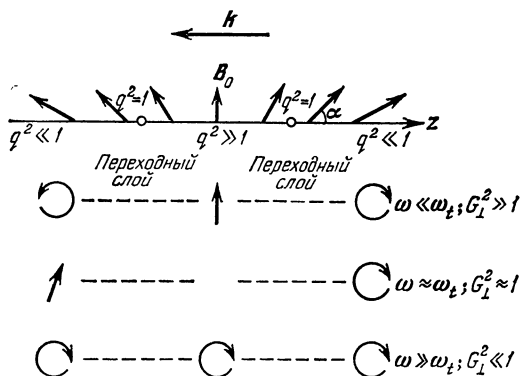


Рис. 24 Распространение волн через область квазипоперечного магнитного поля и изменение их поляризации.

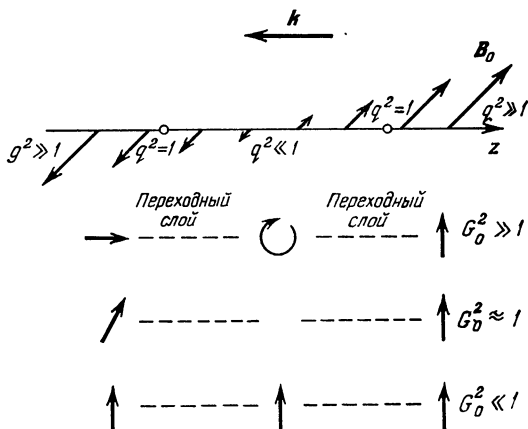


Рис. 25 Распространение волн через нейтральный токовый слой и изменение их поляризации.

обыкновенная и необыкновенная волны распространяются независимо одна от другой; каждая волна при прохождении области поперечного магнитного поля становится

линейно-поляризованной, а при выходе из указанной области меняет знак вращения на противоположный вследствие изменения направления продольной (вдоль  $\mathbf{k}$ ) составляющей магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ .

С ростом частоты геометрико-оптическое приближение в слое  $q^2 \sim 1$  нарушается, и на высоких частотах  $\omega \gg \omega_i$ , где  $G_1^2 \ll 1$ , волны в области  $q^2 \sim 1$  распространяются как в изотропной плазме (или вакууме), не «замечая» изменения магнитного поля. Более подробное рассмотрение показывает, что слой  $\Psi^2 \sim F^2$  (условная граница между областью применимости приближения геометрической оптики и областью «изотропного» распространения) перемещается при  $G_1^2 \ll 1$  в область  $q^2 \ll 1$ , т. е. в районы, где имеет место квазипродольное распространение с круговой поляризацией обыкновенных и необыкновенных волн. В результате область «изотропного» распространения  $\Psi^2 \gg F^2$  занимает весь переход через квазипоперечное магнитное поле; в эту область волна входит еще в слоях  $q^2 \ll 1$ , следует далее через поперечное магнитное поле и выходит снова из нее по другую сторону от поперечного поля — вновь в слое, где  $q^2 \ll 1$ . Таким образом, весь переход через квазипоперечное магнитное поле, включая промежуточные слои  $q^2 \sim 1$  и область квазипоперечного распространения  $q^2 \gg 1$ , не описывается в терминах геометрико-оптического приближения и происходит без изменения характера поляризации волны. Последнее означает, что если в процессе распространения волна одного типа (скажем, обыкновенного) входит в область «изотропного» приближения, расположенную по обе стороны от поперечного магнитного поля, то она покидает ее, сохранив круговую поляризацию и прежний знак вращения. Однако при выходе из области «изотропного» распространения эта волна будет соответствовать другому типу (необыкновенному), поскольку направление продольной компоненты магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  станет противоположным.

Описанные выше варианты изменения поляризации при распространении волны через поперечное магнитное поле представлены на рис. 24. Из рисунка ясно, что случай сильного взаимодействия  $G_1^2 \ll 1$  соответствует сохранению знака вращения поляризации; случай слабого взаимодействия  $G_1^2 \gg 1$  отвечает изменению знака вращения на обратный вместе с изменением знака проекции магнитного поля

$\mathbf{B}_0$  на направление распространения. Наконец, при  $G_1^2 \approx 1$  имеет место промежуточный случай: при подходе к области взаимодействия волны одного типа (обыкновенной, например) ее покидают уже две волны — обыкновенная и необыкновенная. Отношение амплитуд обеих волн зависит от частоты, и где-то в районе  $\omega \sim \omega_t$  оно становится равным единице. Поскольку трансформированные волны когерентны и имеют разные знаки вращения, результирующая поляризация излучения на участке  $\omega \sim \omega_t$  будет чисто линейной. По мере удаления от указанной частоты степень линейной поляризации  $\zeta_\perp$  (2.36) будет убывать от 1 до 0, а степень круговой поляризации  $\zeta_\parallel$  (2.34) расти по абсолютной величине от 0 до 1. Значения  $\zeta_\perp \approx 0$ ,  $\zeta_\parallel \approx \pm 1$  реализуются при  $G_1^2 \gg 1$  и при  $G_1^2 \ll 1$ .

Аналогичным образом можно представить себе качественную картину изменения поляризационных характеристик волны при распространении через нейтральный токовый слой (см. рис. 25).

Предположим, что вдали от поверхности  $\mathbf{B}_0 = 0$  в области квазипоперечного распространения ( $q^2 \gg 1$ ) задана обыкновенная волна. Эта волна обладает линейной поляризацией с вектором  $\mathbf{E}$  в плоскости  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ . При распространении в сторону нулевого магнитного поля волна пройдет последовательно через слои  $q^2 \sim 1$ ,  $q^2 \ll 1$  и  $q^2 \sim 1$ , снова выйдя в область квазипоперечного приближения  $q^2 \gg 1$ . Если параметр взаимодействия  $G_0^2 \ll 1$ , геометрическая оптика будет нарушена в слое  $q^2 \sim 1$ . Более подробный анализ соотношения между  $\Psi^2$  и  $F^2$  показывает, что в этом случае геометрическая оптика нарушается во всей переходной области  $q^2 \lesssim 1$ , уступая там место «изотропному» приближению. Поэтому линейно-поляризованная волна, войдя в область  $q^2 \lesssim 1$ , распространяется без изменения своей поляризации и выходит в область  $q^2 \gg 1$  по другую сторону от нейтрального слоя, оставаясь по-прежнему поляризованной в плоскости  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ . Такая поляризация соответствует здесь волне обыкновенного типа и, следовательно, сильное взаимодействие при переходе в плазме через нейтральный слой из области  $q^2 \gg 1$  снова в область  $q^2 \gg 1$  сохраняет неизменной плоскость поляризации и тип нормальной волны.

Рассмотренный вариант распространения через нейтральный слой (при  $G_0^2 \ll 1$ ) имеет место для углов  $\alpha$ ,

достаточно близких к  $\pi/2$  (см. (7.13)). Если же отличие  $\alpha$  от  $\pi/2$  достаточно велико, параметр  $G_0^2$  становится много больше единицы, и геометрико-оптическое приближение сохраняет свою силу в области  $q^2 \gtrsim 1$ . Нетрудно убедиться, что при этом оно остается справедливым и близ самого нейтрального слоя (в области  $q^2 \ll 1$ ). Таким образом, весь

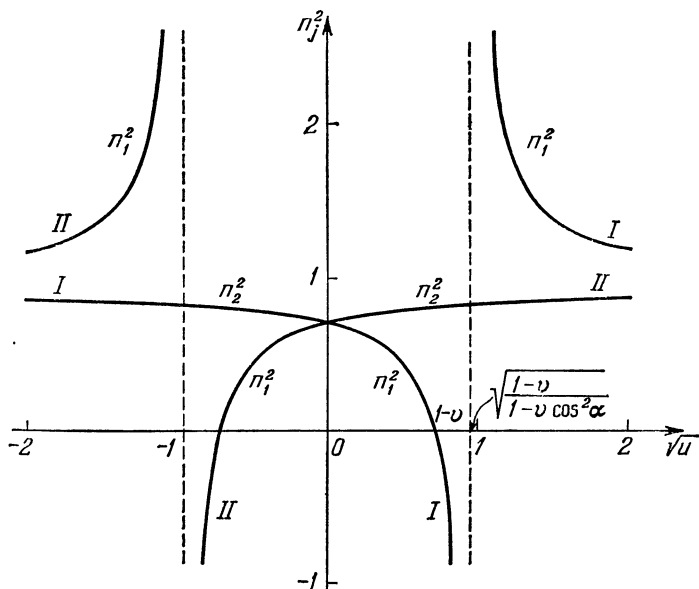


Рис. 26. К распространению волн через нейтральный токовый слой. Зависимость квадрата показателя преломления  $n_j^2$  от параметра  $\sqrt{u}$  при  $v = \text{const}$  и  $\alpha \neq \pi/2$ .

переход через нейтральный слой из области  $q^2 \gg 1$  снова в область квазипоперечного распространения при  $G_0^2 \gg 1$  описывается в терминах геометрической оптики. Изменение показателя преломления волны  $n_j^2$  и ее поляризации  $K_j$  при этом определяется формулами (5.19), (5.34), полученными для нормальных волн в однородной среде; в них следует лишь учесть, что величина параметра  $u$  меняется вдоль направления распространения волны;  $u = u(z)$ . Зависимость  $n_j^2(\sqrt{u})$  представлена на рис. 26; приведенные дисперсионные кривые при  $\omega = \text{const}$  описывают также

(в определенном масштабе) характер изменения  $n_j^{\pm}(z)$  в неоднородном магнитном поле с нейтральным слоем, если предположить, что  $\sqrt{\bar{u}}$  есть линейная функция  $z$  вида  $\sqrt{\bar{u}} = az$ . Изменение направления магнитного поля при переходе через нулевую поверхность  $z = 0$  учитывается на рисунке сменой знака  $\sqrt{\bar{u}}$  при постоянном значении угла  $\alpha$ .

Если справа на рис. 26 задана волна одного типа, скажем, обыкновенного с показателем преломления  $n_2$ , то при распространении в неоднородном магнитном поле ее показатель преломления меняется в соответствии с дисперсионной кривой II\*). В приближении геометрической оптики и независимо от направления магнитного поля имеется единое решение системы уравнений (7.1), отвечающее кривой II. Другое геометрико-оптическое решение (для кривой I) линейно-независимо от первого. Это означает, что волна, распространяющаяся в плазме «по дисперсионной кривой I», не может «перейти» на кривую II, и наоборот, — до тех пор, пока в неоднородном поле выполнено приближение геометрической оптики. Напротив, случай сильного взаимодействия  $G_0^{\pm} \ll 1$  соответствует практически полному переходу волны с одной дисперсионной кривой на другую.

Учитывая сказанное, нетрудно проследить за изменением поляризации волны в случае  $G_0^{\pm} \gg 1$  при прохождении через плазму с нейтральным слоем. Если справа на рис. 25 и 26 в области квазипоперечного распространения ( $q^2 \gg 1$ ) задана линейно-поляризованная обыкновенная волна с вектором  $\mathbf{E}$  в плоскости  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ , то в области квазипродольного распространения ( $q^2 \ll 1$ ) она станет циркулярно поляризованной. При переходе через слой  $\sqrt{\bar{u}} = 0$  направление вращения (знак поляризации) не меняется, а в области  $q^2 \gg 1$ , расположенной слева на рис. 25, 26, поляризация

\*) Изменение названия волны со сменой направления магнитного поля (т. е. с переходом из области  $\sqrt{\bar{u}} > 0$  в область  $\sqrt{\bar{u}} < 0$  на рис. 26) к существу дела не относится. Согласно установившейся традиции отдельные ветви дисперсионных кривых называют обыкновенными или необыкновенными так, чтобы при изменении направления магнитного поля  $\mathbf{B}_0 \rightarrow -\mathbf{B}_0$  величина  $n^2$  для данного типа волны не менялась. Это и определило выбор наименований дисперсионных ветвей на рис. 26, форму записи выражений  $n_{1,2}^2$  (5.26) для квазипродольного приближения (с модулями  $|\sqrt{\bar{u}} \cos \alpha|$ ) и т. д.

волны (отнесенной теперь к необыкновенному типу) станет линейной, с вектором  $E$ , ортогональным  $k$  и  $B_0$ . Таким образом, в приближении геометрической оптики  $G_0^0 \gg 1$  распространение через нейтральный слой сопровождается изменением типа волны и ориентации плоскости линейной поляризации, в отличие от сильного взаимодействия  $G_0^0 \ll 1$ , когда эта ориентация не меняется.

Отмеченное выше постоянство знака вращения при переходе через слой  $\sqrt{u} = 0$  сразу же следует из формулы (5.34) для коэффициента поляризации  $K_j \equiv -iE_y/E_x$ . Дело в том, что в квазипродольном приближении  $K_j \approx \approx \sqrt{u} \cos \alpha (\pm |\sqrt{u} \cos \alpha|)^{-1}$  и при изменении знака  $\sqrt{u} \cos \alpha$  величина  $K_j$  остается неизменной (поскольку одновременно меняется тип волны, соответствующей дисперсионной кривой  $II$ , т. е. знак в знаменателе  $K_j$ ).

Следует отметить, что в области  $q^2 \ll 1$ , т. е. при квазипродольном распространении в неоднородном магнитном поле (включая переходы через нейтральные слои) всегда имеет место сохранение знака вращения циркулярно поляризованной волны. Действительно, в условиях квазипродольного распространения (5.24) электромагнитные волны описываются уравнениями (7.1) с коэффициентами в форме\*):

$$A = B = 1 - \frac{v}{1-u \cos^2 \alpha}; \quad C = -\frac{v \sqrt{u} \cos \alpha}{1-u \cos^2 \alpha}. \quad (7.20)$$

После замены переменных  $F_+ = E_x + iE_y$ ,  $F_- = E_x - iE_y$  и с учетом (7.20) придем к системе уравнений:

$$\frac{d^2 F_+}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{I+}^2 F_+ = 0; \quad \frac{d^2 F_-}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n_{II}^2 F_- = 0, \quad (7.21)$$

где

$$n_{I+}^2 = 1 - \frac{v}{1-\sqrt{u} \cos \alpha}; \quad n_{II}^2 = 1 - \frac{v}{1+\sqrt{u} \cos \alpha}. \quad (7.22)$$

Линейно-независимыми (фундаментальными) решениями системы (7.21) являются комбинации  $F_+ = F_+(z)$ ,  $F_- = 0$  и  $F_+ = 0$ ,  $F_- = F_-(z)$ . В первом решении  $E_x/E_y = i$ , во втором решении  $E_x/E_y = -i$ ; поэтому оба решения описы-

\* ) Выражения (7.20) нетрудно получить из (7.2), учитывая, что в квазипродольном приближении (при выполнении неравенств (5.24))  $|1-u \cos^2 \alpha| \gg u \sin^2 \alpha |1-v|^{-1}$ .

вают циркулярно поляризованные волны с противоположными направлениями вращения. Эти волны независимы друг от друга и не меняют знака поляризации при распространении в неоднородном магнитном поле (в частности, при прохождении через слой с нулевым магнитным полем)

Сделанный вывод справедлив в области квазипродольного распространения независимо от того, нарушено в ней

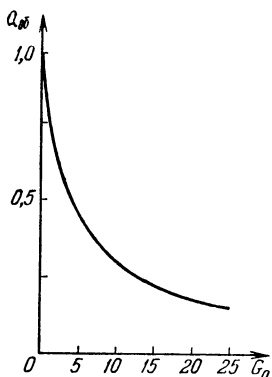


Рис. 27. Коэффициент трансформации  $Q_{06}$  при прохождении волн через область с нулевым магнитным полем (зависимость от параметра взаимодействия  $G_0$ )

или выполнено приближение геометрической оптики. В последнем случае функции  $F_+(z)$  и  $F_-(z)$  принимают вид (6.1), характерный для геометрико-оптического решения. Роль показателей преломления в них играют  $n_1$  и  $n_{11}$  (7.22), т. е. каждое независимое решение описывает волну круговой поляризации с постоянным направлением вращения, следующую по дисперсионной кривой  $I$  или  $II$ .

Проведенное рассмотрение эффектов линейного взаимодействия волн в неоднородном магнитном поле позволяет представить себе качественную картину и установить характерные параметры взаимодействия; однако в количественном отношении оно далеко не исчерпывает сложности всей проб-

лемы. Более детальное исследование этих эффектов проведено в работах [94, 111, 233] и др. В [94] дано решение задачи о взаимной трансформации волн в области поперечного магнитного поля методом фазовых интегралов (см. следующий раздел). Строгое аналитическое решение этой же задачи получено в [111]. Наконец, в [233] численными методами рассчитано взаимодействие волн в области нулевого магнитного поля. Результат приведен на рис. 27, где представлена зависимость коэффициента трансформации  $Q_{06}$  от характерного параметра взаимодействия  $G_0$  (7.13). Величина  $Q_{06}$  определена здесь как отношение квадратов амплитуд обыкновенных волн (выходящей из области взаимодействия и падающей на нее). Отношение квадрата амплитуды необыкновенной волны, выходящей

из области взаимодействия, к квадрату амплитуды обыкновенной волны, падающей на указанную область при этом будет равно  $1 - Q_{об}$ .

**Расчет взаимодействия волн в области с поперечным магнитным полем.** Метод фазовых интегралов, на котором основано исследование указанного взаимодействия, позволяет найти связь между амплитудами взаимодействующих волн разных типов вдали от области взаимодействия, опираясь только на геометрико-оптическое приближение, не зная точного решения уравнений (7.1) и используя лишь некоторые его свойства (в частности, аналитичность в комплексной плоскости  $z$ )\*).

Итак, рассмотрим распространение плоских электромагнитных волн вдоль оси  $z$  в плазме, помещенной в неоднородное магнитное поле  $\mathbf{B}_0(z)$ . Последнее выберем таким образом, чтобы его поперечная (по отношению к оси  $z$ ) компонента не зависела от координат, а продольная составляющая  $B_{0z}$  была бы монотонной функцией  $z$ , обращающейся в нуль при  $z = 0$ . Легко видеть, что при такой конфигурации магнитного поля реализуется интересующий нас случай распространения через область поперечного поля (с изменением знака продольного поля  $B_{0z}$ ); вместе с тем задача остается одномерной (все переменные зависят только от одной координаты  $z$ ), что заметно упрощает ее решение.

Строго говоря, подобное поле  $\mathbf{B}_0$  не может существовать в плазме, поскольку для него  $\operatorname{div} \mathbf{B}_0 \neq 0$ . Условию  $\operatorname{div} \mathbf{B}_0 = 0$  можно удовлетворить, сохраняя нужную нам конфигурацию силовых линий (рис. 24), если  $\mathbf{B}_0$  будет зависеть от двух координат. Однако исследование взаимодействия в такой системе показало [111], что результаты, полученные в одномерной модели, с достаточной точностью отражают действительный характер распространения волн.

При исследовании задачи о трансформации электромагнитных волн в области с поперечным магнитным полем мы

---

\*) Нередко метод фазовых интегралов трактуют более широко, отождествляя его с методом геометрической оптики. С методом фазовых интегралов можно познакомиться, обратившись к книге [95]. В используемой нами форме он был развит сначала [96] для решения некоторых задач квантовой механики, а затем перенесен в теорию распространения электромагнитных волн в неоднородной плазме [97].



будем исходить из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_+}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (C - B) F_+ &= -i \frac{\omega^2}{c^2} A F_-; \\ \frac{d^2 F_-}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (C + B) F_- &= i \frac{\omega^2}{c^2} A F_+, \end{aligned} \right\} \quad (7.23)$$

в которых

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{v\omega_x^2}{2\omega_x^2 - (1 - \omega_z^2)(1 - v)}; \\ B &= \frac{v(1 - v)\omega_z}{2\omega_x^2 - (1 - \omega_z^2)(1 - v)}; \\ C &= 1 - \frac{v(\omega_x^2 + v - 1)}{2\omega_x^2 - (1 - \omega_z^2)(1 - v)}; \\ \omega_x &= \frac{eB_{0x}}{mc\omega}; \quad \omega_z = \frac{eB_{0z}}{mc\omega} = \sqrt{v} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

Система (7.23) получена из (7.1) заменой  $F_+ = E_x + iE_y$ ,  $F_- = E_x - iE_y$ . Приведенные выражения для  $A$ ,  $B$ ,  $C$  отличаются от (7.2) потому, что

уравнения (7.23) записаны в другой системе координат  $III$ , повернутой относительно изображенной на рис. 7, б на  $45^\circ$  вокруг оси  $z$ . Как видно из рис. 28, в системе  $III$  проекции вектора  $B_0$  на оси  $x$  и  $y$  одинаковы.

Коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  зависят от  $z$  через параметр  $\omega_z$ , который в случае линейной функции  $B_{0z}(z)$  можно представить в виде

$$\omega_z = \Lambda z; \quad \Lambda = \text{const.} \quad (7.25)$$

В плоскости  $z = 0$ , таким образом, магнитное поле перпендикулярно к направлению распространения волны. Вводя новую независимую переменную  $\omega_z = \Lambda z$  и обозначая ее (для упрощения записи) через  $\xi$ , а отношение  $\omega/\Lambda c$  — через  $\rho_B$ , запишем систему (7.23) в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_+}{d\xi^2} + \rho_B^2 (C - B) F_+ &= -i \rho_B^2 A F_-; \\ \frac{d^2 F_-}{d\xi^2} + \rho_B^2 (C + B) F_- &= i \rho_B^2 A F_+. \end{aligned} \right\} \quad (7.26)$$

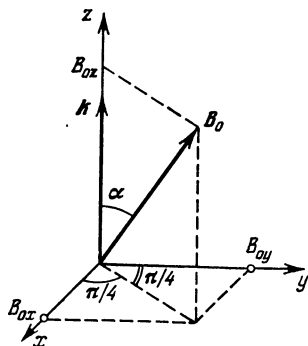


Рис. 28. Координатная система  $III$ .

Исключив из этих уравнений  $F_+$ , получим для  $F_-$  уравнение четвертого порядка с переменными коэффициентами. Решение последнего будем искать в приближении геометрической оптики:

$$F_- = \exp \{ \rho_B [S_0(\xi) + \rho_B^{-1} S_1(\xi) + \rho_B^{-2} S_2(\xi) + \dots] \}, \quad (7.27)$$

учитывая, что в нашем случае магнитное поле мало меняется на расстоянии порядка длины волны и, следовательно, параметр  $\rho_B \gg 1$ . Тогда для функции  $(dS_0/d\xi)^2$  получаются два значения,  $n_1^2$  и  $n_2^2$ , совпадающие с выражениями (5.19) для квадратов показателей преломления в однородной плазме. Эти значения определяют возможность существования в плазме двух типов волн — необыкновенной и обыкновенной. Функция  $S_1(\xi)$  в свою очередь удовлетворяет уравнению:

$$\left( \frac{dS_1}{d\xi} \right)_{1,2} = -\frac{1}{2} \frac{(dS_0/d\xi)_{1,2}}{(S_0)_{1,2}} + \frac{1}{2} \frac{d\sigma/d\xi}{\sqrt{1+\sigma^2}} - \frac{1}{2} \frac{\sigma d\sigma/d\xi}{1+\sigma^2}, \quad (7.28)$$

где

$$\sigma = -\frac{B}{A} = (1-\nu) \frac{\omega_z}{\omega_x^2} = \frac{\xi}{\xi_0}, \quad \xi_0 = \omega_x^2 (1-\nu)^{-1}. \quad (7.29)$$

Подставляя (7.28) в (7.27), с учетом (5.19) запишем решение для  $F_-$  в такой форме:

$$\begin{aligned} F_-(\xi) = & e^{-\frac{1}{2} \int \sigma(1+\sigma^2)^{-1} d\sigma} \left[ c_1 e^{i\rho_B \int n_1 d\xi} + d_1 e^{-i\rho_B \int n_1 d\xi} \right] \times \\ & \times e^{-\frac{1}{2} \int n_1^{-1} dn_1 - \frac{1}{2} \int (1+\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} d\sigma} + \\ & + \left[ c_2 e^{i\rho_B \int n_2 d\xi} + d_2 e^{-i\rho_B \int n_2 d\xi} \right] e^{-\frac{1}{2} \int n_2^{-1} dn_2 + \frac{1}{2} \int (1+\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} d\sigma} \end{aligned} \quad (7.30)$$

Поскольку, как уже отмечалось в предыдущем разделе, без учета областей отражения, в которых  $n_{1,2}^2 \approx 0$ , волны, бегущие в разные стороны, независимы\*), их одновремен-

\*) То есть постоянные  $c_1, c_2$  и  $d_1, d_2$  в (7.30) не связаны между собой; взаимодействие в области квазипоперечного магнитного поля происходит только между волнами разных типов, распространяющимися в одном и том же направлении

ное рассмотрение, усложнив решение, не приведет здесь к новым результатам. Поэтому мы ограничимся исследованием волн, бегущих в сторону положительных  $\xi$ , и запишем приближение геометрической оптики в таком виде:

$$F_-(\xi) = e^{i\rho_B} \int_2^1 (n_1 + n_2) d\xi - \frac{1}{2} \int \frac{\sigma d\sigma}{1+\sigma^2} \times \\ \times \left( \frac{c_1}{\sqrt{n_1}} e^{-i\rho_B} \int \frac{1}{2} (n_2 - n_1) d\xi - \frac{1}{2} \int d\sigma \sqrt{1+\sigma^2} + \right. \\ \left. + \frac{c_2}{\sqrt{n_2}} e^{i\rho_B} \int \frac{1}{2} (n_1 - n_2) d\xi + \frac{1}{2} \int d\sigma \sqrt{1+\sigma^2} \right). \quad (7.31)$$

Это выражение для  $F_-(\xi)$  при произвольных  $c_1$  и  $c_2$  описывает независимые волны двух типов (необыкновенные и обыкновенные) и является асимптотическим представлением точного решения при  $\rho_B \gg 1$  вне областей взаимодействия и отражения. О положении последних можно судить с помощью (7.31), приняв во внимание, что области неприменимости геометрико-оптического решения отличаются резким изменением амплитуды волн в пространстве (на размерах порядка длины волны). Рассматривая выражение (7.31), убеждаемся, что при больших  $\rho_B$  это имеет место в окрестности точек, где  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 0$  и  $n_1 = n_2$ . Последнее равенство соответствует точкам  $\sigma = \xi/\xi_0 = \pm i$ , лежащим в комплексной плоскости  $\xi$ .

На рис. 29 приведены зависимости квадратов показателей преломления  $n_{1,2}^2$  от параметра  $\omega_x \equiv \xi$ . Ход дисперсионных кривых существенно различен при  $u \sin^2 \alpha = 2\omega_x^2 \leq 1 - \nu$  (ср. рис. 29, а и б). Если  $u \sin^2 \alpha < 1 - \nu$  (т. е.  $\xi_0 < 1/2$ ), то случай квазипоперечного распространения, реализующийся в области малых  $\xi$ , выделен в том отношении, что дисперсионные кривые здесь подходят одна к другой, и тем ближе, чем меньше произведение  $\nu\omega_x^2$  (т. е. в достаточно разреженной плазме или в достаточно слабом магнитном поле). Именно при этих условиях, облегчающих «переход» волны с одной дисперсионной кривой на другую, следует ожидать эффективного взаимодействия волн. Если же  $u \sin^2 \alpha > 1 - \nu$ , то в области квазипоперечного распространения дисперсионные кривые  $n_{1,2}^2(\xi)$  не приближаются, а отходят дальше друг от друга.

Ограничиваясь ниже случаем  $u \sin^2 \alpha < 1 - \nu$ , заметим, что мы не станем учитывать наличие нулей и полюсов

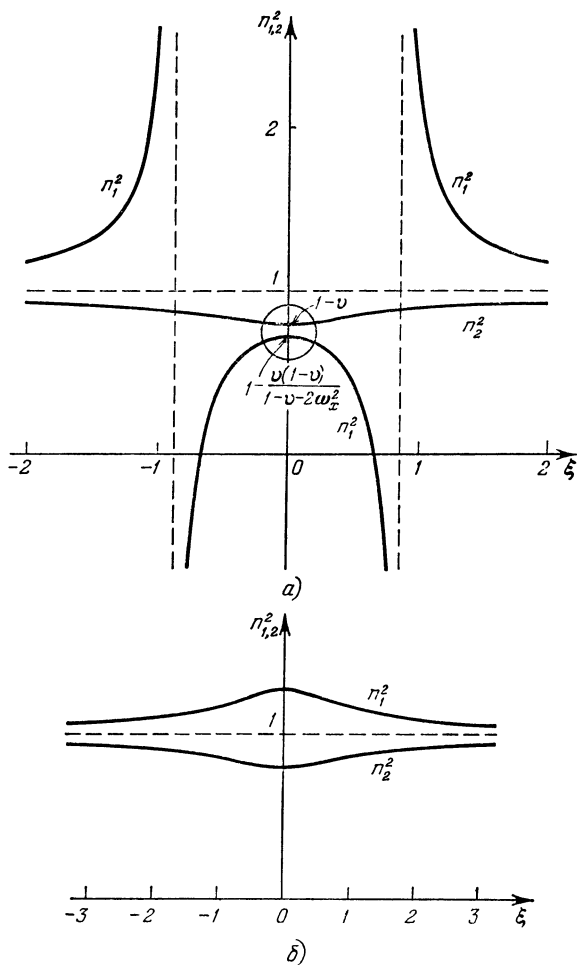


Рис 29. Зависимость квадрата показателей преломления  $n_j^2$  от  $\xi \equiv \omega_z$  в плазме с неоднородным магнитным полем типа (7.25): а)  $\sin^2 \alpha < 1 - \nu$ ; б)  $\sin^2 \alpha > 1 - \nu$ .

у функции  $n_{1,2}(\xi)$ , считая, что реальное неоднородное магнитное поле аппроксимируется линейной зависимостью (7.25) только при достаточно малых  $\omega_z = \sqrt{u} \cos \alpha$ ; при больших  $\sqrt{u} \cos \alpha$  поле меняется так, что  $n_1^i$  не достигает нуля и необыкновенная волна, равно как и обыкновенная, беспрепятственно выходит за пределы области квазипоперечного поля.

Поскольку прохождение волн через область взаимодействия, отмеченную кружком на рис. 29, а, сопровождается их трансформацией в волны другого типа, константы  $c_1, c_2$  в геометрико-оптическом решении (7.31) будут различны по обе стороны от указанной области. Последнее формально следует из того, что только в случае, когда коэффициенты  $c_1, c_2$  различны в разных областях комплексной плоскости  $\xi$ , решение  $F_-(\xi)$  (7.31), представляющее собой комбинацию многозначных функций, может аппроксимировать точное решение системы (7.26) (которое является функцией аналитической, т. е. обязательно однозначной в области взаимодействия и ее окрестности). К отысканию связи между значениями констант, характеризующих амплитуды необыкновенных и обыкновенных волн по разные стороны от области взаимодействия, и сводится решение задачи о линейной трансформации волн в плазме.

Как известно [95], в решениях типа (7.31) константы  $c_1, c_2$  остаются постоянными в областях, ограниченных так называемыми линиями Стокса; при переходе последних они меняются скачком. На этих линиях, определяемых из условия

$$\arg \left( \pm i \rho_B \int_{\pm i\xi_0}^{\xi} \frac{1}{2} (n_2 - n_1) d\xi \right) = \pi + 2\pi l \quad (l = 0, 1, 2, \dots), \quad (7.32)$$

функции  $\exp \left[ \pm i \rho_B \int_{\pm i\xi_0}^{\xi} \frac{1}{2} (n_2 - n_1) d\xi \right]$ , входящие в приближение геометрической оптики (7.31), принимают (по мере удаления от точек  $\pm i\xi_0$ ) сколь угодно большие или сколь угодно малые действительные значения, а отношение указанных функций становится экстремальным.

При переходе через линию Стокса скачком изменяется только одна из двух компонент, а именно — константа,

стоящая в решении при экспоненциально убывающей функции; при этом величина скачка  $\Delta c_1 = c'_1 - c_1$  пропорциональна коэффициенту  $c_2$  при нарастающей экспоненте \*):  $c'_1 = c_1 + \alpha c_2$ ;  $c'_2 = c_2$ . Аналогичные соотношения имеют место и на линии Стокса, где нарастающей становится экспонента с коэффициентом  $c_1$ :  $c'_2 = c_2 + \beta c_1$ ;  $c'_1 = c_1$ .

Для построения линий Стокса воспользуемся выражением (5.19), согласно которому

$$n_2 - n_1 \equiv \frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2 + n_1} = \Xi(\xi) \sqrt{\xi^2 + \xi_0^2}, \quad (7.33)$$

где функция  $\Xi(\xi)$  — аналитическая и не имеющая нулей в окрестности точек  $\xi = \pm \xi_0$ . В случае, когда  $n_2 - n_1 = \sqrt{\xi^2 + \xi_0^2}$ , расположение линий Стокса на плоскости  $\xi$ , разрезанной вдоль линии, соединяющей точки  $i\xi_0$  и  $-i\xi_0$ , представлено на рис. 30. Появление в разности  $n_2 - n_1$  функции  $\Xi(\xi)$  может вызвать непрерывную деформацию линий Стокса, но не меняет общего характера этих линий; при рассмотрении взаимодействия знание их точной конфигурации не является необходимым.

Связь между постоянными  $c_1, c_2$  в точке  $A$  и их значениями в точке  $B$  (последние обозначены через  $C_1, C_2$ ) будет определена, если известны величины скачков коэффициентов при переходе через линии Стокса. Эти скачки можно

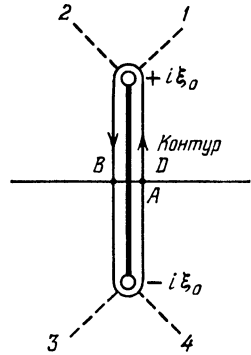


Рис. 30. Расположение линий Стокса на комплексной плоскости  $\xi$  для  $n_2 - n_1 = \sqrt{\xi^2 + \xi_0^2}$  (пунктирные линии 1—4).

\*) Это вполне естественно, так как вследствие линейности исходной системы уравнений коэффициенты по разные стороны от линии Стокса должны быть связаны линейной зависимостью типа  $c'_1 = \alpha c_1 + \beta c_2$ . Однако при  $c_2 = 0$  для сохранения законности асимптотического приближения надо потребовать, чтобы  $\alpha = 1$ , т. е. чтобы скачок отсутствовал. В то же время отличие  $\alpha$  от нуля (и, тем самым, появление скачка в члене с экспоненциально убывающей функцией при  $c_2 \neq 0$ ) не ухудшает точности геометрико-оптического приближения к строгому решению, так как на линиях Стокса ошибка в экспоненциально нарастающей функции становится порядка абсолютной величины экспоненциально убывающей функции.

найти, обходя точки ветвления  $\pm i\xi_0$  функции  $n_2 - n_1$  по замкнутому контуру  $D$  в комплексной плоскости  $\xi$  (см. рис. 30) и требуя при этом, чтобы исходные значения констант  $c_1, c_2$  в точке  $A$  совпали со значениями коэффициентов в (7.31), полученными в той же точке после обхода по указанному контуру.

Не останавливаясь на этой процедуре, подробно изложенной в [94] и [3], § 24, сразу приведем соотношения между константами в точках  $A$  и  $B$ :

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \sqrt{1 - e^{-2\delta_0}} C_1 + e^{-\delta_0} C_2; \\ c_2 &= -e^{-\delta_0} C_1 + \sqrt{1 - e^{-2\delta_0}} C_2. \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

Напомним, что мы рассматриваем волны, бегущие в сторону положительных значений  $\xi$ . Поэтому константы  $C_1$  и  $C_2$  характеризуют амплитуды волн (соответственно необыкновенной и обыкновенной) в точке  $B$ , т. е. перед областью взаимодействия, а константы  $c_1$  и  $c_2$  — амплитуды волн в точке  $A$ , т. е. за областью взаимодействия. Квадраты констант, очевидно, характеризуют интенсивности соответствующих волн. Легко проверить с помощью (7.34), что суммарная интенсивность волн, входящих в область взаимодействия, равна общей интенсивности волн, выходящих из указанной области:

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = |C_1|^2 + |C_2|^2.$$

Из (7.34) ясно, что связь между обыкновенными и необыкновенными волнами при прохождении области квазипоперечного магнитного поля определяется характерным параметром

$$2\delta_0 = -i\rho_B \oint \frac{1}{2} (n_2 - n_1) d\xi \quad (7.35)$$

— действительной величиной, интеграл от разности  $n_2 - n_1$  в которой берется по замкнутому контуру  $D$ . В пределе при  $\delta_0 \ll 1$  эффект трансформации максимален — волна с одной дисперсионной кривой на рис. 29, а полностью переходит в волну, отвечающую другой кривой ( $C_2 = c_1$ ;  $C_1 = c_2$ ), а при  $\delta_0 \gg 1$  взаимодействие отсутствует ( $C_2 = c_2$ ;  $C_1 = c_1$ ).

Выражение для  $\delta_0$  приведено выше в виде контурного интеграла, вычисление которого в общем случае представ-

ляется затруднительным. Задача, однако, упрощается при

$$2v\omega_x^2 \ll (1-v)(1-v+2\omega_x^2), \quad (7.36)$$

когда только и можно ожидать сильного взаимодействия (при условии (7.36) дисперсионные кривые близко подходят друг к другу; см. рис. 29, а). Здесь вдоль контура интегрирования  $n_1 \approx n_2 \approx \sqrt{1-v}$  и, следовательно,

$$2\delta_0 \approx -\frac{i\rho_B}{\sqrt{1-v}} \oint \frac{1}{4} (n_2^2 - n_1^2) d\xi.$$

Подставив сюда в качестве  $n_{1,2}^2$  выражения (5.19), получим [94]:

$$\begin{aligned} 2\delta_0 &\approx \frac{i\rho_B v}{2\sqrt{1-v}} \oint \frac{\sqrt{\xi^2 + \xi_0^2}}{\xi^2 + 2\xi_0^2 - 1} d\xi = \\ &= -\pi\rho_B \frac{v}{\sqrt{1-v}} \frac{\sqrt{1-2\xi_0 + \xi_0} - 1}{\sqrt{1-2\xi_0}}. \end{aligned} \quad (7.37)$$

В случае, когда  $2\xi_0 \approx 2\omega_x^2(1-v)^{-1} \ll 1$ , параметр связи примет вид

$$2\delta_0 \approx \frac{\pi\rho_B}{2} \frac{v\omega_x^4}{(1-v)^{3/2}} = \frac{\pi\omega u^{3/2}}{8c(1-v)^{3/2} |d\alpha/dz|}. \quad (7.38)$$

При переходе к последнему выражению учтено, что  $2\omega_x^2$  совпадает с величиной  $u = \omega_B^2/\omega^2$  в точке  $z=0$ , а параметр  $\rho_B = \omega/c\Lambda$ , где  $\Lambda = d\omega_z/dz = \sqrt{u} |d\alpha/dz|$  (см. (7.25)). Если же  $v \ll 1$ , то [94]

$$2\delta_0 \approx \frac{\pi\omega u^{3/2}}{8c |d\alpha/dz|} = \frac{\pi\omega_L^2 \omega_B^3}{8c\omega^4 |d\alpha/dz|} = 2,5 \cdot 10^{20} \frac{NB_0^3}{\omega^4 |d\alpha/dz|}. \quad (7.39)$$

Отметим, что выражения для  $2\delta_0$  (7.38), (7.39) с точностью до численного множителя  $\pi/8$  совпадают с выражениями (7.15), (7.16) для параметра взаимодействия  $G_{\perp}$ , введенного в предыдущем разделе для характеристики взаимодействия волн в поперечном магнитном поле.

С помощью (7.34), (7.39) нетрудно построить частотные зависимости степени круговой и линейной поляризации излучения, вышедшего из области взаимодействия в область квазипродольного распространения, если заданы характеристики излучения, падающего на первую область.

Как известно (см. § 2), степень круговой поляризации излучения определяется равенством  $\zeta_k = (I_l - I_r)/(I_l + I_r)$ , в котором  $I_l$  и  $I_r$  — интенсивности лево- и правополяризо-



ванных компонент. В нашем случае последние пропорциональны  $|c_2|^2$  и  $|c_1|^2$  соответственно. Степень линейной поляризации  $\zeta_l$  в свою очередь определяется из соотношения  $\zeta_k^2 + \zeta_l^2 = \zeta^2$ , где  $\zeta$  — полная степень поляризации излучения.

Если в область квазипоперечного магнитного поля входит волна только одного типа (например, обыкновенная)

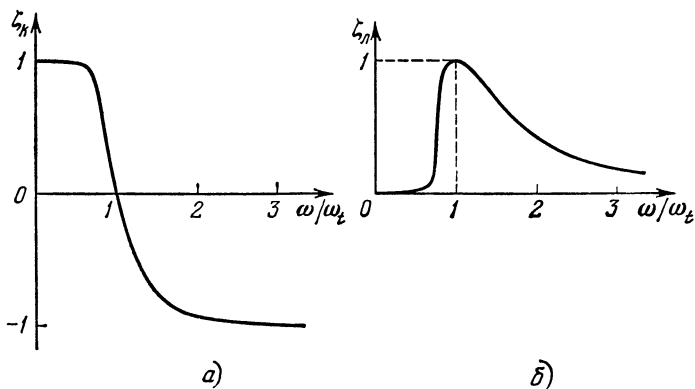


Рис. 31 Зависимость степеней круговой ( $\zeta_k$ ) и линейной ( $\zeta_l$ ) поляризации от отношения  $\omega/\omega_t$ .

с интенсивностью  $C_2^2$ , равной единице, то согласно (7.34) из нее выйдет обыкновенная волна с интенсивностью  $1 - e^{-2\delta_0}$  и необыкновенная волна с интенсивностью  $e^{-2\delta_0}$ . Степени круговой и линейной поляризации в этом случае

$$\zeta_k = 1 - 2e^{-2\delta_0}, \quad \zeta_l = \sqrt{1 - \zeta_k^2} = 2e^{-\delta_0} \sqrt{1 - e^{-2\delta_0}} \quad (7.40)$$

(поскольку  $\zeta = 1$ ). Знак  $\zeta_k$  и направление вращения в результирующем эллипсе поляризации изменяются при  $2\delta_0 = \ln 2 \approx 0,7$ . Этому значению отвечает частота

$$\omega_t = \left( \frac{\pi^2 e^5 N B_0^3}{2 m_e^4 c^4 \left| \frac{d\alpha}{dz} \right|} \right)^{1/4} \approx 2\pi \left( 2 \cdot 10^{17} N B_0^3 \frac{1}{\left| \frac{d\alpha}{dz} \right|} \right)^{1/4}, \quad (7.41)$$

указанная ранее менее точно (см. (7.19)). Соответствующие графики зависимостей  $\zeta_k$  и  $\zeta_l$  от  $\omega/\omega_t$  приведены на рис. 31. Из рисунков ясно, что знак круговой поляризации меняется на частоте, близкой к  $\omega_t$ ; здесь же становится максимальной

степень линейной поляризации излучения, прошедшего через область с поперечным магнитным полем.

**О роли линейного взаимодействия в космической плазме с неоднородным магнитным полем.** Прохождение излучения через области, содержащие поперечное или нулевое магнитное поле, может существенно изменить поляризацию этого излучения. Характер этого изменения зависит от величины введенных выше параметров  $G_{\perp}$  (или  $2\delta_0$ ) и  $G_0$ . Так, например, при распространении электромагнитных волн в межзвездной плазме легко реализуется эффект взаимодействия в квазипоперечном магнитном поле. Действительно, в среде с электронной концентрацией  $N \sim 0,1 \text{ см}^{-3}$ , магнитным полем  $B_0 \sim 3 \cdot 10^{-6} \text{ эс}$  и характерным размером неоднородности поля  $L_a = |da/dz|^{-1} \sim 3 \cdot 10^{20} \text{ см}$  (100 пс) величина  $\omega_i$  (7.53) составляет около  $7 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}$  (т. е.  $f_i = \omega_i/2\pi \sim 0,1 \text{ Мгц}$ ). Отсюда ясно, что в межзвездной среде во всем диапазоне частот, представляющем интерес для радиоастрономии, выполнено неравенство  $\omega \gg \omega_i$ , т. е. условие сильного взаимодействия  $2\delta_0 \ll 1$ . Поэтому в процессе распространения радиоволн в неоднородном галактическом магнитном поле знак вращения циркулярной поляризации сохраняется неизменным, несмотря на многократные изменения направления проекции магнитного поля  $B_0$  на луч зрения.

Эффект взаимодействия в неоднородном магнитном поле, возможно, оказывает некоторое влияние на формирование характера поляризации радиоизлучения пульсаров. Например, хаотическое изменение величины  $\omega_i$  в магнитосфере нейтронной звезды или в окружающем пространстве может вызвать сильные вариации поляризации от импульса к импульсу, наблюдаемые у некоторых пульсаров [98]. Однако с численными оценками параметров, определяющих эффект взаимодействия и условия выхода радиоизлучения из пульсаров, следует быть осторожным, поскольку плазма в магнитосферах нейтронных звезд может быть релятивистской. Проблема линейного взаимодействия в релятивистской плазме, к сожалению, пока не рассматривалась, хотя эта задача весьма актуальна.

Условия прохождения электромагнитных волн через область поперечного магнитного поля в солнечной короне существенно определяют поляризационные характеристики солнечного радиоизлучения. В качестве примера можно

сослаться на эффект обращения знака поляризации, наблюдаемый иногда у микроволновых всплесков на частотах  $f \sim 3 \cdot 10^3$  МГц [99]. Это обстоятельство можно объяснить [100], предположив, что в процессе распространения радиоизлучения от источника до наблюдателя оно проходит в солнечной короне через область квазипоперечного магнитного поля, где реализуется такое сочетание параметров  $N$ ,  $B_0$  и  $L_\alpha$ , при которых частота  $\omega_l \sim 6\pi \cdot 10^3$  МГц. Согласно (7.41) последнее имеет место, если  $NB_0L_\alpha \sim 4 \cdot 10^{20}$  гс<sup>3</sup>·см<sup>-2</sup>. Отсюда нетрудно получить оценку для напряженности магнитного поля в области взаимодействия  $B_0 \sim 5$  гс, предположив, что там  $N \sim 3 \cdot 10^8$  см<sup>-3</sup> и  $L_\alpha \sim 10^{10}$  см; смена знака круговой поляризации на частоте  $\omega \approx \omega_l$  будет происходить при этом в соответствии с графиком рис. 31, а.

Из сказанного ясно, что определение частоты  $\omega_l$  при исследовании эффекта обращения знака поляризации солнечного радиоизлучения может служить удобным способом оценки величины магнитных полей в короне. Действительно, о положении области взаимодействия в солнечной короне можно судить, задавшись определенной конфигурацией силовых линий магнитного поля в активной области короны. Конкретизируя далее распределение электронной концентрации в центре активности, можно найти произведение  $NL_\alpha$  в области квазипоперечного поля. Тогда величина магнитного поля  $B_0$ , соответствующая наблюдаемому значению  $\omega_l$ , получается из формулы (7.41), согласно которой  $B_0$  слабо зависит от значений параметров  $N$ ,  $L_\alpha$  и значительно сильнее — от частоты  $\omega_l$ .

Заметим, что в диапазоне частот, близких к  $\omega_l$ , выходящее из области с поперечным полем радиоизлучение должно обладать сильной линейной поляризацией (см. рис. 31, б). Однако ее уверенная регистрация затрудняется сильной дисперсией угла фарадеевского вращения в короне над областью взаимодействия; поэтому линейную поляризацию можно заметить только при наблюдениях в весьма узкой полосе частот (см. § 9 и более подробно в [3], § 24).

Учет поляризационных эффектов при распространении волн в неоднородном магнитном поле особенно необходим для интерпретации результатов измерений поляризации радиоизлучения локальных источников, расположенных над солнечными пятнами с противоположной полярностью.

Примером могут служить области генерации  $S$ -компоненты солнечного радиоизлучения на сантиметровых волнах (см. § 13 и [3], § 10). К таким источникам относятся области генерации шумовых бурь,  $U$ -всплесков и т. д.\*).

Общим для указанных компонент является обычное различие знаков поляризации радиоизлучения, регистрируемого от источников, локализованных в областях с противоположными проекциями магнитного поля на луч зрения ([3], § 10, 12; [101]). Это различие на первый взгляд представляется вполне естественным, поскольку при генерации поляризованного излучения обеспечивается преобладание одного типа волн над другим (необыкновенных волн в источниках  $S$ -компоненты, обыкновенных волн в источниках  $U$ -всплесков). Поэтому из областей с противоположными проекциями  $B_0 \cos \alpha$  выходит излучение с разными знаками вращения, но соответствующее волнам одного типа в магнитном поле.

Регистрация радиоизлучения с разными знаками вращения перестает быть тривиальной, если учесть, что по мере распространения в короне радиоизлучение от источников противоположной полярности переходит в области с более однородным магнитным полем, где знак проекции  $B_0$  на направление распространения становится одинаковым для обоих источников. При этом радиоизлучение одного из источников должно, очевидно, пройти через область, в которой проекция магнитного поля  $B_0 \cos \alpha$  меняет свой знак. Такая смена знака  $B_0 \cos \alpha$  может происходить в нулевом или в поперечном магнитном поле. В последнем случае распространение излучения от источников противоположной полярности во внешние слои короны можно представить с помощью рис. 32, *a*, на котором изображена обстановка над биполярной группой пятен при выходе  $S$ -компоненты солнечного радиоизлучения за пределы активной области короны. Если переход через поперечное магнитное поле происходит с соблюдением приближения геометрической оптики, то знаки поляризации излучения от обоих источников должны стать одинаковыми. Поскольку наблюдения,

---

\*)  $U$ -всплески представляют одну из разновидностей быстросрединных всплесков III типа (о последних см. § 15). По современным представлениям  $U$ -всплески генерируются электронными потоками, которые движутся вдоль магнитной дуги (арки), опирающейся в фотосфере на области различной магнитной полярности

как правило, свидетельствуют об обратном, мы приходим к выводу, что переход через поперечное поле совершается без обращения знака поляризации радиоизлучения, т. е. в условиях сильного взаимодействия (см. рис. 24). Последнее реализуется в случае, когда  $2\delta_0 \ll 1$ ; из приведенного

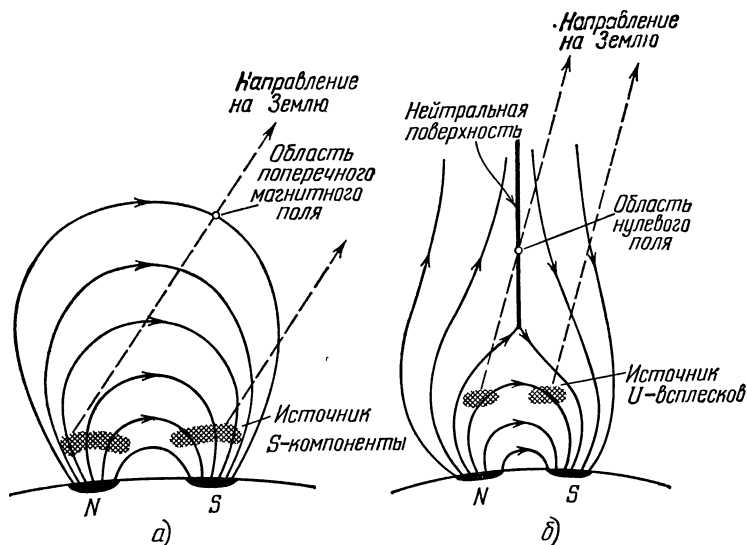


Рис. 32. Выход солнечного радиоизлучения за пределы активной области с биполярной группой пятен: а) через поперечное магнитное поле; б) через нулевое магнитное поле

выше примера обращения знака поляризации микроволновых всплесков ясно, что в условиях короны на сантиметровых волнах реализация условия  $2\delta_0 \ll 1$  не представляет затруднений. При выходе S-компоненты радиоизлучения возможно соблюдение и обратного неравенства  $2\delta_0 \gg 1$ ; на это указывают поляризационные наблюдения [102], согласно которым знак поляризации иногда не соответствует полярности пятна, над которым расположен источник.

В метровом диапазоне наблюдаемое тесное соответствие между знаком поляризации радиоизлучения и полярностью солнечного пятна, над которым локализован источник, трудно объяснить эффектом сильного взаимодействия в поперечном магнитном поле [103]. Действительно, на часто-

тах  $\omega \sim 2\pi \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$  и для  $B_0 \sim 1 \text{ гс}$ ,  $L_\alpha \sim 10^{10} \text{ см}$  критерий  $2\delta_0 \ll 1$ , обеспечивающий сохранение знака поляризации при прохождении через область с поперечным магнитным полем, выполняется лишь при условии, что в указанной области электронная концентрация  $N \ll 5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ . Последнее означает, что область поперечного поля должна лежать высоко в короне (на расстоянии  $R > 2,5 R_\odot$  от центра Солнца; см. рис. 1), где магнитное поле имеет преимущественно квазирадиальный характер. С другой стороны, нет оснований предполагать, что в области взаимодействия величина  $B_0$  значительно меньше  $1 \text{ гс}$  — значения, характерного для общего поля Солнца (это предположение позволило бы переместить область поперечного поля ближе к поверхности Солнца).

Здесь уместно вспомнить о существовании в солнечной короне нейтральных токовых слоев, содержащих поверхности, на которых магнитное поле  $B_0 = 0$  (см. § 1). Поскольку источники метровых всплесков располагаются довольно высоко в короне, вполне возможно и более вероятно, что смена знака проекции магнитного поля на направление распространения  $B_0 \cos \alpha$  происходит для них не в области поперечного поля, а в нейтральном слое, так, как изображено на рис. 32, б.

В третьем разделе этого параграфа было показано, что при квазипродольном распространении в неоднородном магнитном поле (и в том числе при прохождении через нейтральный слой) знак поляризации не меняется. Если условие квазипродольности  $q^2 \ll 1$  выполнено по всей трассе распространения радиоволн от источника до выхода из короны в межпланетную среду, указанное обстоятельство объясняет тесное соответствие между поляризацией метрового радиоизлучения и направлением магнитного поля в источнике. Обсуждаемый эффект сохранения знака вращения поляризации при прохождении через нейтральные слои в короне может иметь существенное значение и для интерпретации поляризационных характеристик микроволнового радиоизлучения.

Заметим, наконец, что при генерации излучения в направлениях, отвечающих квазипоперечному приближению ( $q^2 \gg 1$ ), характер поляризации после выхода из нейтрального слоя будет зависеть от величины параметра взаимодействия  $G_0$  (7.13) в этом слое. Нетрудно понять, обращаясь

к рис. 25, что тогда в пределах области  $q^2 \ll 1$  (практически по всей трассе распространения радиоволн от нейтрального слоя до выхода из короны) поляризация станет круговой, если  $G_0^0 \gg 1$  и излучение в источнике содержит линейно-поляризованные волны одного типа (обыкновенные или необыкновенные). В случае  $G_0^0 \ll 1$  поляризация останется линейной, а затем практически исчезнет вследствие сильной дисперсии фарадеевского вращения. Однако этот вариант прохождения через нейтральный слой в короне реализуется, по-видимому, довольно редко, так как критерий  $G_0^0 \ll 1$  выполнен обычно только в узком интервале углов  $\alpha$  близ  $\pi/2$  \*).

**Взаимодействие электромагнитных волн и проблема выхода радиоизлучения из плотной плазмы.** Выше в этом параграфе проблема выхода излучения за пределы плазмы обсуждалась только с точки зрения формирования поляризационных характеристик этого излучения. Однако важную роль играет и другой аспект проблемы, а именно — вопрос о принципиальной возможности для излучения покинуть плазму (а не задержаться и в конце концов, поглотиться в ней). Исследование условий выхода в таком аспекте фактически началось еще в § 6 в рамках приближения геометрической оптики. Там было выяснено, что покидают плотную плазму лишь волны, которым соответствуют на рис. 17—19 отрезки дисперсионных кривых  $n_j^{\pm}(R)$ , заключенные между значениями  $n_j^{\pm} = 0$  в плазме и  $n_j = 1$  вне ее. Условие  $n_j^{\pm}(R) = 0$  определяет нижнюю границу области, из которой радиоизлучение беспрепятственно выходит из плазмы. Для необыкновенных волн на этой границе  $v = 1 - \sqrt{u}$ , для обыкновенных волн  $v = 1$ , т. е. в последнем случае граница располагается в более плотных слоях. Волны, отвечающие другим ветвям дисперсионных кривых, не в состоянии покинуть пределы плазмы. В связи с этим вполне естественно возникает задача об отыскании условий, при которых происходит «переход» излучения с этих ветвей на отрезки дисперсионных кривых, соответствующих выходящим волнам, и об оценке эффективности такого перехода.

Одной из возможностей решения проблемы выхода служит линейное взаимодействие и взаимная трансформация

\*) Согласно (7.13) — в интервале  $|\alpha - \pi/2| \leq 10^{-3}$  для  $\omega_L \sim 10^8 \text{ сек}^{-1}$ ,  $\omega_B \sim 10^7 \text{ сек}^{-1}$  и  $\omega_B |d\omega_B/dz|^{-1} \sim 10^{10} \text{ см}$ .

разных типов волн в области  $u \approx 1$ , которые при определенных условиях возникают как в магнитоактивной, так и в изотропной регулярно неоднородной плазме. Другая возможность связана с рассеянием волн на частицах или на других волнах в плазме, которое сопровождается появлением излучения, соответствующего волнам разных типов, т. е. также сопровождается трансформацией (конверсией) одного типа волн в другой. Этот эффект будет подробно рассмотрен в главе VII; здесь же мы ограничимся обсуждением роли линейного взаимодействия в проблеме трансформации и выхода излучения из плотной плазмы и прежде всего процесса перехода плазменных волн в электромагнитные.

Указанная проблема особенно важна для «плазменной гипотезы» происхождения солнечного спорадического радиоизлучения, выдвинутой [104, 105] еще в первые годы развития радиоастрономии, а затем обсуждавшейся в применении к радиоизлучению Юпитера, квазаров и пульсаров в работах [106—108] и многих других. Согласно этой гипотезе источником наблюдаемого радиоизлучения служат плазменные колебания (волны), возбуждаемые некоторым агентом (например, потоком частиц) на частотах  $\omega \approx \omega_L$ . Последовательное проведение подобной точки зрения на происхождение солнечного радиоизлучения зависит от того, могут ли плазменные волны в конкретных условиях солнечной атмосферы с достаточной эффективностью трансформироваться в электромагнитное излучение, выходящее из короны. Дело в том, что сами плазменные волны не могут распространяться в вакууме; будучи возбуждены близ уровня  $\omega \approx \omega_L$ , они полностью поглощаются в более разреженных слоях плазмы благодаря затуханию Ландау (см. § 12).

В принципиальном отношении вопрос о переходе плазменных волн в электромагнитные возникает в связи с тем обстоятельством, что в строго однородной плазме оба типа волн в линейном приближении никак не связаны и распространяются совершенно независимо. При распространении волн вдоль  $\text{grad } N$  в неоднородной плоскостистой изотропной плазме уравнения, описывающие электромагнитные и плазменные волны, разделяются, что указывает на независимость (отсутствие взаимодействия) этих волн. Однако при распространении под углом к  $\text{grad } N$  ситуация меняется: электромагнитные волны (с вектором  $\mathbf{E}$  в плоскости паде-



ния) и плазменные волны взаимодействуют в области близ точки отражения плазменной волны, поскольку в этой области одновременно нарушается геометрико-оптическое приближение для обеих волн (уточним, что речь идет о волнах с одинаковой проекцией волновых векторов  $k_{\text{э,л}}$  и  $k_{\text{п,л}}$  на плоскость, ортогональную  $\text{grad } N$ ). В результате указанного взаимодействия часть энергии плазменной волны трансформируется в энергию электромагнитной волны, выходящей за пределы плазмы. Поскольку условие изотропности плазмы (6.9) очень жесткое, и в космической плазме влиянием магнитного поля  $B_0$  на линейное взаимодействие волн пренебрегать, как правило, нельзя, мы не станем подробно обсуждать эффект конверсии плазменных волн в электромагнитные в изотропной плазме. Читатель может познакомиться с ним, обратившись к [76] и [3], § 25.

Исследование взаимодействия волн в плазме в присутствии постоянного магнитного поля  $B_0$  представляет собой весьма сложную проблему. Поэтому среди задач о взаимодействии электромагнитных волн в области  $u = \omega_L^2/\omega^2 \approx 1$  рассмотрены только наиболее простые варианты, в которых магнитное поле предполагается однородным, среда плоско-слоистой, а распространение волн — происходящим вдоль градиента электронной концентрации.

Указанное взаимодействие было подробно исследовано [97, 110] методом фазовых интегралов, с которым читатель уже познакомился ранее на примере расчета взаимодействия волн в поперечном магнитном поле. Поэтому ниже детальные выкладки мы не приводим, ограничиваясь изложением конечных результатов (подробнее см. [3], § 25 и [57], § 28).

Обратимся прежде всего к рис. 11, который характеризует квадраты показателей преломления волн разных типов  $n_j^2(u)$ , где  $u \equiv \omega_L^2/\omega^2$ , не только в однородной плазме ( $\omega_L = \text{const}$ ) на разных частотах, но и в неоднородной плазме ( $\omega_L \neq \text{const}$ ) на данной частоте. Из этих рисунков видно, что при  $u < 1$  в регулярно неоднородной плазме существует практически лишь одна область взаимодействия; другая область, в которой  $n_j^2 < 0$ , обычно не достигается волнами, так как по мере приближения к ней последние экспоненциально затухают. Указанное обстоятельство заметно упрощает всю картину взаимодействия; существенно также, что в случае, когда  $u < 1$ , тепловым движением в плазме при исследовании взаимодействия вполне

можно пренебречь, поскольку ход дисперсионных кривых в области  $v \approx 1$  при  $v^2_T/c^2 \ll 1$  меняется незначительно.

Решение задачи аналогично приведенному выше для случая взаимодействия в области поперечного магнитного поля. Характерный параметр взаимодействия —

$$2\delta_{01} = -i\rho_N \oint \frac{n_2 - n_1}{2} d\varepsilon; \quad (7.42)$$

контур интегрирования охватывает точки ветвления на плоскости  $\varepsilon = 1 - v$ , в которых  $n_1 = n_2$  (ср. с (7.35)). Вычисление  $2\delta_{01}$  при достаточно малых углах  $\alpha$  между  $B_0$  и направлением распространения волн дает:

$$2\delta_{01} \approx \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{c |\text{grad } \varepsilon|} \frac{\alpha^2}{(1 + \omega/\omega_B)^{3/2}}. \quad (7.43)$$

В случае, когда  $u \cos^2 \alpha > 1$ , обе области взаимодействия соответствуют значениям  $n_j^2 > 0$  (рис. 11); поэтому при расчете взаимодействия в сильном магнитном поле или на достаточно низких частотах необходим учет обеих областей. Как показывает подробное рассмотрение [110], взаимодействие в нижней области (где близко подходят друг к другу дисперсионные кривые II и III; см. рис. 14) определяется теми же формулами, что и в случае  $u < 1$ , с характерным параметром  $2\delta_{01}$  (7.44). Для верхней области взаимодействия (где близки дисперсионные кривые I и III) характерный параметр другой; при малых углах он равен

$$2\delta_{02} \approx \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{c |\text{grad } \varepsilon|} \frac{\alpha^2}{(1 - \omega/\omega_B)^{3/2}}. \quad (7.44)$$

Различные варианты взаимодействия в области  $v \approx 1$  представлены на рис. 33, 34. В частности, из рис. 33, а следует, что если к области  $v \approx 1$  слева (т. е. со стороны  $v < 1$ ) подходит плазменная волна с единичной амплитудой, то из этой области выходит обыкновенная волна, распространяющаяся в сторону малых  $v$ . Модуль квадрата амплитуды этой волны (который при этом называют коэффициентом трансформации)

$$Q_{06} = e^{-2\delta_{01}} (1 - e^{-2\delta_{01}}). \quad (7.45)$$

Оговоримся, что при получении (7.45) отражение необыкновенных волн от точки  $v = 1 + \sqrt{u}$  не учитывалось (оно может оказаться несущественным, например, по причине

сильного поглощения на пути до этого слоя и обратно; в случаях, приведенных на рис. 18, этот слой в пределах солнечной короны вообще не существует). Если же  $u \cos^2 \alpha > 1$ , то при падении плазменной волны на область

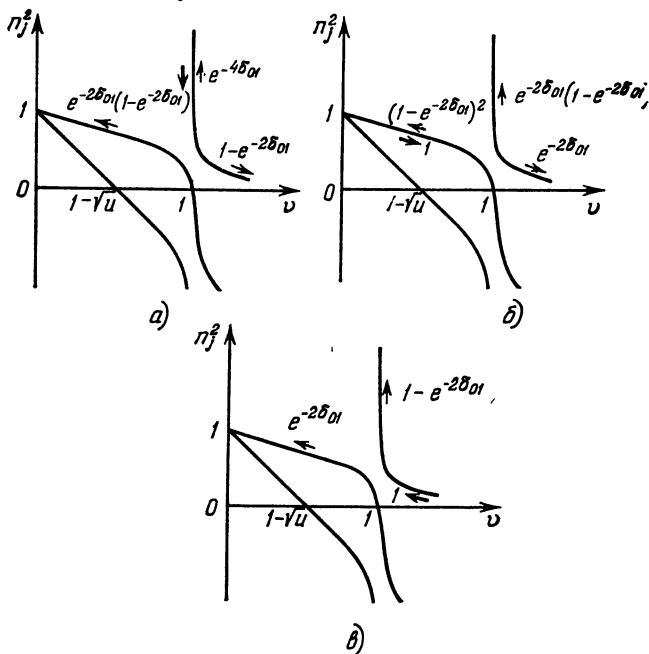


Рис. 33. Различные варианты (а, б и в) линейного взаимодействия волн при  $u = \omega_B^2/\omega^2 < 1$ . Указаны квадраты модулей амплитуд волн, выходящих из области взаимодействия, при падении на нее волны с единичной амплитудой. Жирной стрелкой отмечена падающая волна, тонкими стрелками — волны, возникающие в результате взаимодействия.

взаимодействия из последней в сторону малых  $v$  выходит как обыкновенная, так и необыкновенная волны, причем относительные интенсивности этих волн, определяющие эффективность трансформации, соответственно равны

$$Q_{об} = e^{-2\delta_{01} - 2\delta_{02}} (1 - e^{-2\delta_{01}}); \quad Q_{необ} = e^{-4\delta_{01} - 2\delta_{02}} (1 - e^{-2\delta_{02}}) \quad (7.46)$$

(см. рис. 34, в).

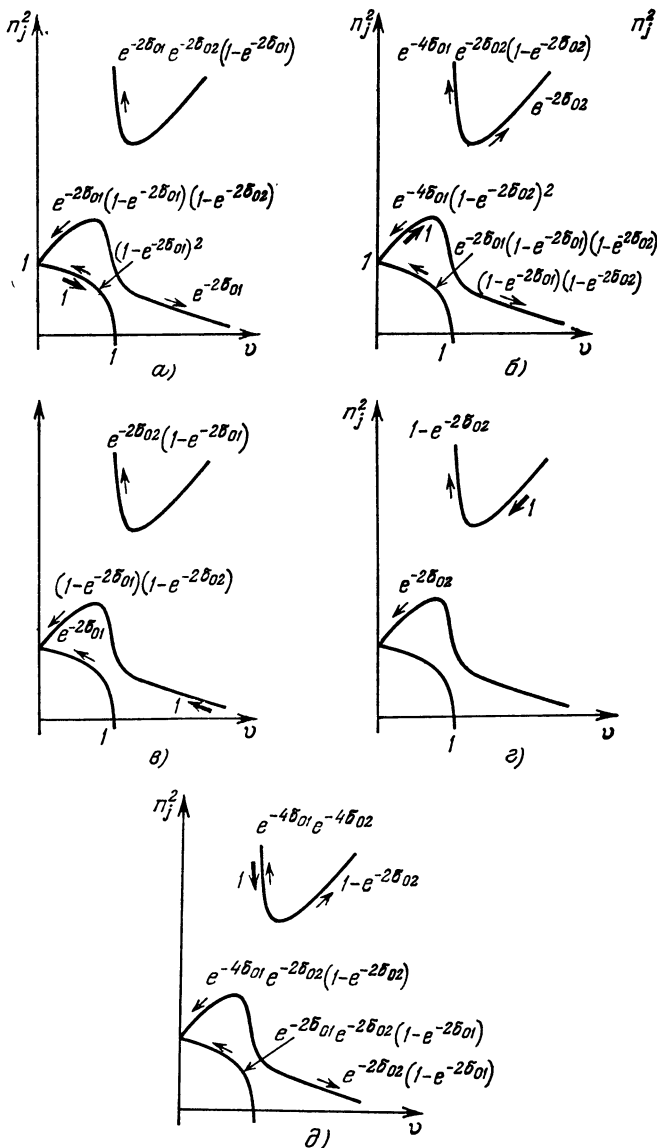


Рис. 34. Различные варианты линейного взаимодействия при  $\cos^2 \alpha > 1$ . Обозначения те же, что на рис. 33.

Коэффициенты трансформации  $Q_{об,необ}$  достигают значений порядка единицы, если  $\delta_{01,02} \sim 1$ . Как показывает анализ, в условиях солнечной короны рассмотренные эффекты взаимодействия волн в области  $\nu \approx 1$  обычно весьма малы (поскольку значения параметров  $\delta_{01,02} \sim 1$  достигаются лишь при очень малых углах  $\alpha$  между направлением распространения волны и магнитным полем). Однако эффективность взаимодействия может повыситься, если в области  $\nu \approx 1$  реализуются большие градиенты электронной концентрации, например, при наличии в плазме разрывов типа ударных волн и т. п.

### ГЛАВА III

## ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

В § 6 была рассмотрена так называемая лучевая трактовка приближения геометрической оптики. Согласно этой трактовке распространение набора волн с волновыми векторами  $k_j$  в элементе фазового объема  $d^3k$  («пакета», по терминологии, принятой в физике плазмы) происходит вдоль лучей, — кривых, касательные к которым совпадают с направлением вектора групповой скорости  $v_{гр}$ . Сказанное вполне соответствует тому обстоятельству, что в изотропной среде вектор потока энергии (вектор Пойнтинга) все время, а в магнитоактивной плазме в среднем по времени направлен по групповой скорости  $v_{гр}$ . Указанный набор волн, распространяющихся вдоль луча («излучение», по терминологии, принятой в астрофизике), характеризуется величиной интенсивности  $I_\omega$ , определение которой было дано в § 2. Коль скоро форма луча в среде определена (в неоднородной изотропной среде она описывается уравнением (6.10)), то возникает проблема отыскания закона изменения интенсивности вдоль луча. Ясно, что в однородной среде (где лучи совпадают с прямыми) интенсивность излучения не меняется вдоль луча, если среда не обладает поглощением и собственным излучением. В неоднородных средах это уже не так: интенсивность зависит от координаты  $l$  вдоль луча. Эта зависимость, учитывающая также собственное излучение и поглощение среды, описывается уравнением переноса интенсивности излучения, вид которого и его решения будут установлены в § 8.

При распространении излучения в магнитоактивной плазме наряду с интенсивностью меняется поляризация этого излучения. Задача об изменении поляризации в процессе распространения излучения («перенос поляризации») представляет особенный интерес для радиоастрономии и

прежде всего для исследования поляризации распределенного космического радиоизлучения, радиоизлучения дискретных источников, Солнца и т. п. Поэтому наряду с уравнением переноса интенсивности важную роль в описании характеристик излучения в космической плазме играет уравнение переноса поляризации излучения, описывающее изменение поляризационных параметров (см. § 2) вдоль луча. Это уравнение и его решения будут обсуждаться в § 9 этой главы.

### § 8. Перенос интенсивности излучения

**Уравнение переноса в изотропной плазме.** В однородной среде изменение интенсивности излучения в направлении  $\mathbf{v}_{гр}$  описывается, вообще говоря, уравнением

$$\frac{dI_{\omega}}{dl} = \mathfrak{F}(I_{\omega}), \quad (8.1)$$

в котором  $dl$  — элемент длины вдоль  $\mathbf{v}_{гр}$  (вдоль луча), а  $I_{\omega}$  — спектральная интенсивность излучения (см. § 2). Поскольку в (8.1) время не входит, ясно, что такое уравнение пригодно лишь для описания стационарного распределения интенсивности  $I_{\omega}(l)$  в среде с параметрами, не зависящими от времени. (Соответствующее обобщение на случай нестационарной интенсивности  $I_{\omega}$  в среде с переменными параметрами будет представлено в конце этого раздела.) Если величина  $I_{\omega}$  достаточно мала, функцию  $\mathfrak{F}(I_{\omega})$  можно разложить в ряд по  $I_{\omega}$ , ограничившись в разложении первыми двумя членами. Тогда уравнение (8.1) примет следующий вид:

$$\frac{dI_{\omega}}{dl} = a_{\omega} - \mu_j I_{\omega}. \quad (8.2)$$

Здесь не зависящий от  $I_{\omega}$  член  $a_{\omega}$  в правой части уравнения называется излучательной способностью, а коэффициент пропорциональности  $\mu_j$  во втором слагаемом — коэффициентом поглощения (по интенсивности)\*).

\*) Индекс  $j$  у коэффициента поглощения  $\mu_j$  (равно как у показателя преломления  $n_j$ ) указывает, что эти величины характеризуют волны  $j$ -го типа (электромагнитные или плазменную). К определенному типу волн относятся, конечно, и величины  $I_{\omega}$ ,  $a_{\omega}$ ; однако для упрощения записи индекс  $j$  у этих величин мы опускаем, равно как и индекс  $\Omega$ , указывающий, что эти величины относятся к единичному телесному углу.

Из вида уравнения переноса (8.2) ясно, что  $a_\omega$  полностью определяет приращение интенсивности излучения в точке  $l$  на луче, если  $I_\omega(l) = 0$ . Отсюда следует, что  $a_\omega$  характеризует вклад в интенсивность от излучения, испускаемого средой (плазмой). Учитывая определение интенсивности как потока излучения через единичную площадку в единицу времени в единичном интервале частот и телесных углов и замечая, что  $a_\omega$  дает прирост интенсивности на единичном отрезке вдоль луча, нетрудно сообразить, что по своему смыслу излучательная способность  $a_\omega$  совпадает со спектральной мощностью излучения, испускаемого единичным объемом среды (об определении спектральной мощности излучения источника  $\mathcal{F}_{\omega\Omega}$  см. § 3). С другой стороны, фигурирующий в (8.2) коэффициент поглощения  $\mu_j$  представляет относительное уменьшение интенсивности на единице длины  $-\frac{1}{I_\omega} \frac{dI_\omega}{dl}$  в условиях, когда излучательная способность  $a_\omega = 0$  (т. е. без учета излучения, испускаемого средой на этом интервале).

Поскольку  $a_\omega$  не связана с интенсивностью излучения  $I_\omega$ , она характеризует спонтанные процессы, не зависящие от наличия или отсутствия излучения вдоль данного луча. Наоборот, член  $\mu_j I_\omega$  определяет те индуцированные (вынужденные) процессы излучения и поглощения, которые происходят лишь под действием излучения, переносимого вдоль этого луча, и исчезают при  $I_\omega \rightarrow 0$ . Вид  $a_\omega$  и  $\mu_j$  будет установлен в дальнейшем: расчету излучательной способности плазмы посвящен § 11, а вычислению коэффициента поглощения — главы V и VI. Как  $a_\omega$ , так и  $\mu_j$  могут зависеть от интенсивности излучения вдоль других лучей (или от величины интенсивности вдоль данного луча, но переносимой в противоположном направлении, или имеющей другую частоту). В этом случае речь идет об учете в уравнении переноса (8.2) процессов рассеяния излучения. Форма  $a_\omega$  и  $\mu_j$  для различных конкретных типов рассеяния на волнах и частицах плазмы будет установлена в главе VII.

Заметим, что по самому смыслу разложения функции  $\mathcal{F}(I_\omega)$  (8.1) параметры  $a_\omega$  и  $\mu_j$  не зависят от величины интенсивности  $I_\omega$  вдоль рассматриваемого луча, для которого написано уравнение переноса (8.1), (8.2). Если, однако, интенсивность  $I_\omega$  становится не слишком малой, нелинейный характер  $\mathcal{F}(I_\omega)$  можно учесть путем введения следующих



членов разложения (более высокого, чем первый, порядка по  $I_\omega$ ). Можно, однако, что нередко и делается, считать  $\mu_j$  функцией  $I_\omega$ . Пример такого рассмотрения представлен в § 15 при исследовании квазилинейной релаксации системы поток — плазма под действием возбужденных плазменных волн.

Выше отмечалось, что уравнение переноса (8.2) справедливо лишь в однородной среде. При переходе к случаю неоднородной плазмы в уравнении переноса следует учесть то обстоятельство, что интенсивность излучения не сохраняется вдоль луча даже при

$a_\omega = 0$  и  $\mu_j = 0$ . Это связано в конечном счете с изменением телесного угла  $d\Omega$ , в котором распространяется излучение, вследствие рефракции в среде с показателем преломления  $n_j(\mathbf{r})$ . Закон изменения  $I_\omega(l)$  в произвольной плавно неоднородной среде можно получить, исходя из уравнения непрерывности для плотности энергии излучения в фазовом пространстве векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{k}$ . Подобная процедура проведена в [112, 113]; однако мы от-

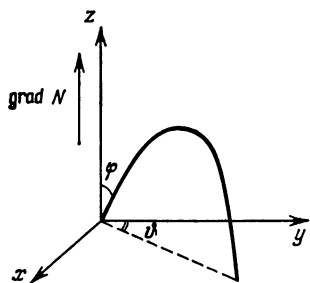


Рис. 35. К учету рефракции в уравнении переноса излучения в плоскостростой среде.

ложим получение уравнения переноса излучения таким способом до следующего раздела, где будет рассматриваться случай неоднородной магнитоактивной плазмы. Здесь же мы пойдем более прямым и более наглядным путем, предположив, что изотропная плазма — плоскостростая, т. е. ее показатель преломления  $n_j$  зависит только от одной декартовой координаты  $z$ . Учет рефракции в этом случае значительно упрощается.

Введем в плоскостростой среде систему координат  $x, y, z$ , направив ось  $z$  вдоль  $\text{grad } N$ . Рассмотрим луч, расположенный в плоскости, проходящей через ось  $z$ , и составляющий с плоскостью  $yz$  угол  $\vartheta$  (рис. 35). Уравнение луча определяется законом (6.13) и в нашем случае может быть записано в форме

$$n_j \sin \varphi = n'_j \sin \varphi'; \quad \vartheta = \vartheta', \quad (8.3)$$

где  $n_j, \varphi, \vartheta$  относятся к значению  $z$ , а  $n'_j, \varphi', \vartheta'$  — к значе-

нию  $z'$  ( $z$  и  $z'$  определяют две произвольно выбранные плоскости, параллельные плоскости  $xy$ ). Далее, наряду с лучом, имеющим в плоскости  $z$  угол падения  $\varphi$ , рассмотрим луч, проходящий через плоскость  $z$  под углами  $\varphi + d\varphi$  и  $\vartheta + d\vartheta$ ; для него, очевидно,

$$n_j \sin(\varphi + d\varphi) = n'_j \sin(\varphi' + d\varphi'); \quad \vartheta + d\vartheta = \vartheta' + d\vartheta'. \quad (8.4)$$

С учетом соотношений (8.3) и малости приращений  $d\varphi$  и  $d\vartheta$ , из (8.4) получим

$$n_j \cos \varphi d\varphi = n'_j \cos \varphi' d\varphi'; \quad d\vartheta = d\vartheta'. \quad (8.5)$$

Перемножая почленно первое равенство из (8.3) и оба равенства (8.5) и принимая во внимание, что  $\sin \varphi d\varphi d\vartheta$  и  $\sin \varphi' d\varphi' d\vartheta'$  представляют собой элементы телесных углов  $d\Omega$  и  $d\Omega'$ , в которых лежат лучи из интервалов  $d\varphi d\vartheta$  и  $d\varphi' d\vartheta'$ , получим следующее соотношение:

$$n_j^2 \cos \varphi d\Omega = n_j'^2 \cos \varphi' d\Omega'. \quad (8.6)$$

Далее учтем, что в плоскостной среде с  $a_\omega = 0$  и  $\mu_j = 0$  и при стационарном распределении интенсивности вдоль лучей закон сохранения энергии требует, чтобы потоки энергии через одинаковые площадки  $dS$  и  $dS'$ , сквозь которые проходит рассматриваемый луч в плоскостях  $z$  и  $z'$ , были равны между собой. Поток энергии через  $dS$  равен  $I_\omega \cos \varphi d\Omega dS$  и, следовательно, равенство потоков через  $dS = dS'$  приводит к соотношению

$$I_\omega \cos \varphi d\Omega = I'_\omega \cos \varphi' d\Omega' \quad (8.7)$$

( $I_\omega$  — интенсивность вдоль луча в точке  $z$ ,  $I'_\omega$  — то же самое, но в точке  $z'$ ). Деля почленно равенство (8.7) на (8.6), получаем  $I_\omega n_j^{-2} = I'_\omega n_j'^{-2}$ . Поскольку плоскости  $z$  и  $z'$  были выбраны произвольно, отсюда следует, что в прозрачной ( $\mu_j = 0$ ) и неизлучающей ( $a_\omega = 0$ ) плоскостной среде со стационарным распределением интенсивности  $I_\omega(l)$  имеет место следующий инвариант вдоль луча:

$$\frac{I_\omega}{n_j^2} = \text{const.} \quad (8.8)$$

Тот же инвариант соблюдается в изотропной среде с произвольным (но плавным) характером неоднородности.

Использование (8.8) для случая распространения волн в солнечной короне позволяет установить, что вследствие

рефракции интенсивность радиоизлучения вдоль луча увеличивается по мере удаления от Солнца, поскольку в корональной плазме показатель преломления  $n_{\text{эл}}^2 < 1$  и растет с увеличением расстояния от центра Солнца  $R$  (см. § 6). В вакууме ( $n_{\text{эл}} = 1$ ) при удалении от Солнца или другого протяженного источника интенсивность излучения не изменяется. Это обстоятельство представляется вполне естественным, если учесть, что по мере удаления от источника плотность потока излучения  $F_{\omega}$  (2.10) через единичную площадку убывает как  $1/R^2$ , а телесный угол  $\Omega$ , в котором сосредоточено излучение в каждой точке этой площадки, уменьшается по закону  $\Omega \sim 1/R^2$ . Именно поэтому сохраняется величина интенсивности  $I_{\omega}$ , равная отношению плотности потока излучения к телесному углу, в котором сосредоточено это излучение.

Из сказанного ясно, что уравнения переноса, рассматриваемые в этом параграфе, и прежде всего инвариант (8.8), относятся только к такому излучению, которое в каждой точке пространства обладает угловым спектром конечной ширины. Лишь в этом случае, очевидно, можно ввести понятие интенсивности излучения  $I_{\omega}$ , имеющей смысл плотности потока излучения, отнесенной к единичному телесному углу по направлениям фазовых или групповых скоростей. Наоборот, для излучения, не распределенного в каждой точке пространства по телесным углам, указанное выше понятие интенсивности ввести нельзя. Это означает, что для излучения, обладающего в каждой точке одним определенным направлением векторов  $\mathbf{v}_{\phi}$  и  $\mathbf{v}_{\text{гр}}$  (например, к нерассеянному излучению от точечного источника), нельзя применять инвариант  $I_{\omega}/n_j^2 = \text{const}$ .

Посмотрим теперь, каким образом учет этого инварианта в неоднородной среде меняет вид уравнения переноса. Согласно (8.8) вносимое рефракцией изменение интенсивности на единице длины луча составляет  $\frac{dI_{\omega}}{dl} = \frac{2I_{\omega}}{n_j} \frac{dn_j}{dl}$ . В неоднородной среде с отличной от нуля излучательной способностью  $a_{\omega}$  и коэффициентом поглощения  $\mu_j$  величину  $(2I_{\omega}/n_j) dn_j/dl$  нужно добавить в правую часть уравнения переноса (8.2). В результате оно приобретет следующий вид (Смерд и Вестфолд [114]):

$$n_j^2 \frac{d}{dl} \left( \frac{I_{\omega}}{n_j^2} \right) = a_{\omega} - \mu_j I_{\omega}. \quad (8.9)$$

Если интенсивность излучения зависит не только от координаты вдоль луча, но и от времени \*):  $I_\omega = I_\omega(l, t)$ , то уравнение переноса должно быть записано в форме [113]:

$$\frac{1}{v_{\text{гp}}} \frac{\partial I_\omega}{\partial t} + n_j^2 \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{I_\omega}{n_j^2} \right) = a_\omega - \mu_j I_\omega. \quad (8.10)$$

И наконец, в случае, когда показатель преломления медленно меняется во времени:  $n_j = n_j(r, t)$ , уравнение переноса обобщается таким образом:

$$\frac{1}{v_{\text{гp}}} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{I_\omega}{n_j^2} \right) + \frac{3}{c} \frac{\partial n_j}{\partial t} \frac{I_\omega}{n_j^2} + \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{I_\omega}{n_j^2} \right) = \frac{a_\omega}{n_j^2} - \mu_j \frac{I_\omega}{n_j^2}. \quad (8.11)$$

Формула (8.11) представляет собой уравнение переноса интенсивности в нестационарной плавно неоднородной изотропной среде. Вывод (8.11) можно найти в [115].

Приведенные уравнения переноса излучения могут использоваться лишь в условиях, когда космологические эффекты, связанные с расширением Вселенной, несущественны. Дело в том, что расширение Вселенной приводит к изменению плотности энергии и интенсивности излучения даже в тех условиях, когда они согласно (8.11) должны оставаться постоянными. Конкретным примером служит однородное распределение интенсивности излучения в вакууме: из (8.11) следует, что в этом случае  $\partial I_\omega / \partial t = 0$ , тогда как в процессе космологического расширения величина  $I_\omega$  и плотность энергии  $W_\omega$  меняются. Последнее вызвано изменением объема, занимаемого излучением, и частоты излучения в нестационарной Вселенной. Как мы убедимся, указанными эффектами можно пренебречь, если перенос излучения ограничен временами, малыми по сравнению с характерным временем расширения Вселенной ( $\sim 10^{10}$  лет); поэтому они не сказываются на результатах исследования процессов излучения и распространения электромагнитных волн большинством известных космических источников. Однако при изучении объектов, удаленных на космологические расстояния, и особенно реликтового излучения, приходящего к нам с расстояний, на которых

---

\*) Подобная зависимость от времени может быть обусловлена изменением во времени или граничных условий для  $I_\omega$ , или значений параметров  $a_\omega$  и  $\mu_j$ .

$z_c \gtrsim 10^3$  \*), космологические эффекты имеют определяющее значение.

Согласно современным представлениям, основанным на горячей модели Вселенной [116, 117], реликтовое излучение возникло в дозвездной стадии развития Вселенной, когда однородная первичная плазма была нагрета до температуры порядка  $5 \cdot 10^3$  °К. После охлаждения плазмы, связанного с космологическим расширением, и перехода последней в состояние нейтрального газа (из-за рекомбинации водорода) вещество перестало эффективно взаимодействовать с излучением. (Последнее обстоятельство объясняется весьма слабым излучением и поглощением в разреженном нейтральном водороде в непрерывном спектре.) Благодаря этому во Вселенной присутствует сохранившееся от тех времен («реликтовое») излучение, обладающее теперь температурой всего лишь 2,7 °К. Реликтовое излучение содержит важную информацию о состоянии и физических условиях в первичной плазме. Для получения такой информации надо исследовать изменение характера излучения в процессе космологического расширения на основе соответствующего уравнения переноса интенсивности излучения.

В нестационарной модели однородной и изотропной Вселенной все характеристики излучения и его источников зависят лишь от времени  $t$ , но не от пространственных координат. Поэтому, в частности, спектральная плотность энергии излучения  $W_\omega = W_\omega(\omega, t)$  \*\*) и в уравнении переноса будут фигурировать производные  $\partial W_\omega / \partial t$ , характеризующие «перенос» излучения во времени.

Как уже отмечалось, изменение величины  $W_\omega$  в процессе космологического расширения происходит по двум причинам: из-за увеличения объема, в котором сосредоточено излучение, и изменения частоты этого излучения. При этом локально, в каждом элементе объема расстояния между любыми двумя точками пространства увеличиваются в соответствии с законом Хаббла

$$v = Hr, \quad (8.12)$$

\*) Параметр  $z_c$  вводится для характеристики относительной величины красного смещения. Он равен  $(\omega_0 - \omega) / \omega$ , где  $\omega_0$  и  $\omega$  — частоты монохроматического излучения в системах отсчета, связанных соответственно с источником и наблюдателем.

\*\*) Об определении величины  $W_\omega$  см. § 2.

в котором  $v$  — относительная скорость точек, находящихся на расстоянии  $r$ . (Закон Хаббла справедлив для расстояний  $r$ , на которых  $v \ll c$ . Параметр  $H$  называется постоянной Хаббла; в настоящее время величину  $H^{-1}$  принимают равной 10—20 млрд. лет.)

В рассматриваемых условиях удобно получить сначала уравнение переноса, описывающее изменение спектральной плотности фотонов  $N_\omega$ , а затем уже перейти к уравнению для спектральной плотности энергии  $W_\omega$  (см. [117]). Упомянутая величина  $N_\omega$  имеет смысл числа фотонов в единице объема, приходящихся на единичный интервал частот  $\omega$ . Из этого определения следует, что спектральная плотность фотонов  $N_\omega$  связана с  $W_\omega$  соотношением

$$W_\omega = \hbar\omega N_\omega, \quad (8.13)$$

в котором  $\hbar\omega$  — энергия фотонов.

При увеличении объема  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  в процессе космологического расширения число квантов в этом объеме остается неизменным:

$$N_\omega \frac{4\pi}{3} r^3 = \text{const.}$$

Дифференцируя это равенство по времени, получим

$$\frac{\partial N_\omega}{\partial t} r + 3N_\omega \frac{dr}{dt} = 0,$$

что с учетом (8.12) дает следующее:

$$\frac{\partial N_\omega}{\partial t} = -3HN_\omega. \quad (8.14)$$

Далее примем во внимание изменение частоты излучения в процессе космологического расширения. При таком расширении длина волны излучения  $\lambda$  (т. е. величина, обратная импульсу фотона  $\hbar k$ ) меняется так же, как расстояние  $r$  между двумя точками:  $(1/\lambda) d\lambda/dt = (1/r) dr/dt = H$ . (При переходе к последнему соотношению был принят во внимание закон (8.12).) Отсюда следует, что производная по времени от частоты  $\omega = 2\pi c/\lambda$  будет равна

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\omega}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = -H\omega. \quad (8.15)$$

Эта производная характеризует скорость «движения» фотонов по оси частот  $\omega$ , а величина  $N_\omega d\omega/dt$  — поток фотонов по этой оси вследствие расширения. Нетрудно сообразить, что изменение спектральной плотности фотонов  $N_\omega$  в единицу времени из-за «перемещения» фотонов по оси частот составит тогда

$$\frac{\partial N_\omega}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{d\omega}{dt} N_\omega \right) = H \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega N_\omega). \quad (8.16)$$

Таким образом, хаббловское расширение приводит к уменьшению плотности числа фотонов (8.14) и к ее перераспределению в низкочастотную часть спектра (8.16).

Для получения полного изменения  $N_\omega$  при космологическом расширении нужно сложить оба эффекта (8.14) и (8.16):

$$\frac{\partial N_\omega}{\partial t} = - 3HN_\omega + H \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega N_\omega). \quad (8.17)$$

Теперь, учитывая связь между  $N_\omega$  и  $W_\omega$  (8.13), нетрудно написать уравнение переноса для спектральной плотности излучения с учетом космологического расширения в однородной и изотропной Вселенной (Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков [117] гл. 17):

$$\frac{\partial W_\omega}{\partial t} = - 3HW_\omega + H\omega \frac{\partial W_\omega}{\partial \omega} + \alpha_\omega - \beta W_\omega. \quad (8.18)$$

В правую часть уравнения (8.18) внесены также члены, характеризующие испускание ( $\alpha_\omega$ ) и поглощение ( $\beta$ ) излучения в среде. Только этими членами и учитывается в данном уравнении переноса наличие вещества во Вселенной, поскольку показатель преломления среды  $n_j$  был принят равным единице (т. е.  $v_{гр} = c$ ). Сопоставляя эти члены с величинами, стоящими в правой части уравнения переноса (8.10) для интенсивности  $I_\omega = v_{гр} W_\omega = c W_\omega$ , убеждаемся, что введенные величины  $\alpha_\omega$  и  $\beta$  связаны с излучательной способностью  $a_\omega$  и коэффициентом поглощения  $\mu_j$  следующими простыми соотношениями:  $\alpha_\omega = a_\omega$ ,  $\beta = \mu_j c$ .

**Уравнение переноса в магнитоактивной плазме.** В предыдущем разделе были сформулированы уравнения для анализа переноса излучения в изотропной среде или вакууме. Однако в физике плазмы и особенно в теории генерации и распространения радиоизлучения в космической плазме несомненный интерес представляет и проблема

переноса излучения в неоднородной магнитоактивной плазме.

При выводе соответствующего уравнения переноса [118] применяется способ, аналогичный использованному в [112] для изотропной среды. Основное отличие заключается в учете того обстоятельства, что в магнитоактивной плазме дисперсионное уравнение для волн  $j$ -го типа имеет вид

$$\omega = \omega_j(\mathbf{k}_j, \mathbf{r}),$$

т. е. частота  $\omega$  зависит не только от величины волнового вектора  $\mathbf{k}_j$  (как в изотропной среде), но и от его направления.

Если обозначить через  $l$  координату вдоль луча, то  $\mathbf{k}_j = \mathbf{k}_j(l)$  и радиус-вектор  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(l)$ , так что

$$\omega = \omega_j(\mathbf{k}_j(l), \mathbf{r}(l)). \quad (8.19)$$

Однако в стационарной среде частота  $\omega$  вдоль луча остается постоянной (меняется лишь волновое число  $k_j$  и длина волны  $\lambda = 2\pi/k_j$ ); поэтому, дифференцируя (8.19) по  $l$ , получаем

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_j} \frac{dk_j}{dl} + \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dl} = 0. \quad (8.20)$$

Здесь  $d\mathbf{r}/dl = \mathbf{l}$  и  $\partial \omega / \partial \mathbf{k}_j = \mathbf{v}_{\text{гp}} = v_{\text{гp}} \mathbf{l}$  ( $\mathbf{l}$  — единичный вектор вдоль луча), так что равенству (8.20) можно придать следующий вид:

$$\mathbf{l} \left( v_{\text{гp}} \frac{dk_j}{dl} + \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0.$$

Поскольку направление луча в данной точке может быть произвольным, получаем, что выражение в скобках равно нулю:

$$v_{\text{гp}} \frac{dk_j}{dl} = - \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}}. \quad (8.21)$$

Излучение вдоль луча переносится со скоростью  $v_{\text{гp}}$ ; поэтому  $v_{\text{гp}} = dl/dt$  и, следовательно, соотношение (8.21) примет такой вид:

$$\frac{dk_j}{dt} \equiv \dot{k}_j = - \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}}. \quad (8.22)$$

В дальнейшем нам потребуется также соотношение

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}_j}, \quad (8.23)$$



справедливость которого следует из определения групповой скорости  $\mathbf{v}_{гp} = \partial\omega/\partial\mathbf{k}_j$ .

Энергия излучения, соответствующего волне  $j$ -го типа, в элементе фазового объема  $d^3r d^3k_j$  равна  $W_k d^3r d^3k_j$ , где  $d^3r \equiv dV$  — элементарный объем в пространстве координат,  $d^3k_j$  — элементарный объем в пространстве волновых векторов и  $W_k$  — спектральная плотность энергии, определенная в § 2 \*). В соответствии с законом сохранения энергии  $W_k$  подчиняется уравнению непрерывности

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (\dot{\mathbf{r}} W_k) + \frac{\partial}{\partial k_j} (\dot{\mathbf{k}}_j W_k) = \alpha_k - \beta_j W_k. \quad (8.24)$$

Заметим, что по форме уравнение (8.24) аналогично уравнению непрерывности для плотности заряда  $\rho_e$  в координатном пространстве:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0$$

( $\mathbf{j} = \rho_e \mathbf{v}$  — плотность тока). Однако в (8.24) фигурирует не плотность заряда, а плотность энергии излучения; соответственно и под знаком дивергенции в члене  $\partial (\dot{\mathbf{r}} W_k) / \partial r \equiv \text{div} (\dot{\mathbf{r}} W_k)$  стоит не плотность тока, а интенсивность  $I_k = \mathbf{v}_{гp} W_k = \dot{\mathbf{r}} W_k$ , характеризующая плотность потока энергии в единичном телесном угле (см. (2.11)). Далее, поскольку  $W_k$  зависит не только от  $\mathbf{r}$ , но и от  $\mathbf{k}_j$ , в уравнении непрерывности фигурирует дивергенция от плотности потока энергии в пространстве волновых векторов  $\text{div}_{k_j} (\dot{\mathbf{k}}_j W_k) \equiv \partial (\dot{\mathbf{k}}_j W_k) / \partial k_j$ . И, наконец, в правую часть уравнения (8.24) включены источники, определяющие вклад спонтанных ( $\alpha_k$ ) и индуцированных ( $\beta_j W_k$ ) процессов в магнитоактивной среде.

С помощью (8.22), (8.23) уравнение (8.24) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + \dot{\mathbf{r}} \frac{\partial W_k}{\partial r} + \dot{\mathbf{k}}_j \frac{\partial W_k}{\partial k_j} = \alpha_k - \beta_j W_k. \quad (8.25)$$

---

\*) Индекс  $j$  в обозначении  $W_k$ , равно как и в обозначениях интенсивности  $I_k$ ,  $I_\omega$ , здесь и ниже для простоты записи опускается.

Принимая во внимание соотношения  $\dot{r} = v_{\text{гp}} \mathbf{l} = v_{\text{гp}} dr/dl$ ,  $\dot{k}_j = v_{\text{гp}} dk_j/dl$  и учитывая операторное равенство

$$\frac{dr}{dl} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{dk_j}{dl} \frac{\partial}{\partial k_j} = \frac{d}{dl},$$

определяющее правило дифференцирования функции  $W_k(\mathbf{r}(l), \mathbf{k}_j(l))$  по переменной  $l$ , получим следующее уравнение переноса для плотности энергии:

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{dW_k}{dl} = \alpha_k - \beta_j W_k. \quad (8.26)$$

Оно справедливо, как это следует из приведенного вывода, в стационарной \*) неоднородной магнитоактивной плазме.

Наряду с (8.26) часто используется уравнение переноса для интенсивности излучения, связанной с  $W_k$  соотношением, следующим из формул (2.4) и (2.13):

$$I_\omega = \frac{k_j^2}{|\cos \vartheta_j|} W_k \quad (8.27)$$

( $\vartheta_j$  — угол между  $\mathbf{k}_j$  и  $d\omega/d\mathbf{k}_j$ , который в магнитоактивной плазме, вообще говоря, не равен нулю). Согласно (8.26), (8.27) уравнение переноса для интенсивности имеет вид [118]

$$\frac{1}{v_{\text{гp}}} \frac{\partial I_\omega}{\partial t} + \frac{n_j^2}{|\cos \vartheta_j|} \frac{d}{dl} \left( \frac{I_\omega |\cos \vartheta_j|}{n_j^2} \right) = a_\omega - \mu_j I_\omega. \quad (8.28)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $n_j = k_j c/\omega$  — показатель преломления волны  $j$ -го типа с частотой  $\omega$ , постоянной вдоль луча,  $a_\omega = k_j^2 \alpha_k (|\cos \vartheta_j| v_{\text{гp}})^{-1}$  — излучательная способность среды в волны  $j$ -го типа,  $\mu_j = \beta_j v_{\text{гp}}^{-1}$  — коэффициент поглощения волн этого же типа вдоль луча. В случае, если параметры среды и источников не зависят от времени (равно как и сама интенсивность  $I_\omega$ ), уравнение (8.28) сводится к виду ([3], § 26):

$$\frac{n_j^2}{|\cos \vartheta_j|} \frac{d}{dl} \left( \frac{I_\omega |\cos \vartheta_j|}{n_j^2} \right) = a_\omega - \mu_j I_\omega. \quad (8.29)$$

\*) Стационарность здесь (равно как и в уравнении (8.10) для изотропной плазмы) понимается в смысле независимости от времени показателя преломления  $n_j(\mathbf{r})$ , т. е. групповой скорости  $v_{\text{гp}}(\mathbf{r})$  и формы лучей в среде. Параметры  $\alpha_k$  и  $\beta_j$  при этом могут быть функциями времени.

Из него следует, что в прозрачной ( $\mu_j = 0$ ), неизлучающей ( $a_\omega = 0$ ) и неоднородной магнитоактивной плазме имеет место следующий инвариант вдоль луча:

$$\frac{I_\omega |\cos \vartheta_j|}{n_j^2} = \text{const.} \quad (8.30)$$

Приведенная форма уравнения переноса (8.28) тесно связана с принятым в § 2 определением интенсивности излучения в магнитоактивной плазме, согласно которому интенсивность относится к единичному телесному углу волновых векторов (а не групповых скоростей, как это нередко принимается). Уравнение переноса при другом определении интенсивности получено, например, в [119]. Оно имеет более сложную форму, чем (8.28), что лишний раз свидетельствует о целесообразности определения, принятого в этой книге.

Следует еще раз подчеркнуть, что рассмотренные уравнения переноса имеют место только в рамках приближения геометрической оптики, где возможна лучевая трактовка процесса распространения излучения. В частности, для справедливости уравнений необходимо, чтобы в плавно неоднородной среде отсутствовало отражение и заметное линейное взаимодействие волн разных типов. Уравнение переноса, разумеется, можно применять как в равновесных, так и в неравновесных средах, включая тот случай, когда плазма становится неустойчивой и коэффициент поглощения  $\mu_j$  — отрицательным (об условиях реализации неравенства  $\mu_j < 0$ , приводящего к усилению излучения в среде, см. гл. VI).

**Решение уравнений переноса излучения.** В этом разделе приведены решения уравнений переноса в изотропной и магнитоактивной космической плазме для стационарного распределения интенсивности  $I_\omega(t)$ , а также уравнения переноса для нестационарного распределения спектральной плотности энергии  $W_\omega(t)$  в модели однородной и изотропной Вселенной.

Поскольку уравнения (8.9), (8.29) представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, их решения сводятся к квадратурам. Вид этих решений значительно упрощается, если плазма будет равновесной (в смысле распределения частиц по энергиям и скоростям). В условиях полного термодинамического равновесия,

когда не только сама плазма, но и излучение становятся равновесными, его интенсивность  $I_{\omega}^{(0)}$  определяется формулой (2.16). Из вида последней ясно, что при  $I_{\omega} = I_{\omega}^{(0)}$  левые части уравнений (8.9), (8.29) обращаются в нуль, и, следовательно, при термодинамическом равновесии в среде уравнение переноса сводится к закону Кирхгофа:

$$a_{\omega} = \mu_j I_{\omega}^{(0)}. \quad (8.31)$$

Закон Кирхгофа, связывая излучательную способность  $a_{\omega}$  и коэффициент поглощения  $\mu_j$  в условиях термодинамического равновесия, имеет, однако, более широкую область применимости: он может быть использован в равновесной плазме даже в том случае, когда излучение неравновесное. Последнее объясняется слабым воздействием излучения на вещество при не слишком высоких плотностях излучения, когда степень поглощения  $\mu_j$  и излучательная способность  $a_{\omega}$  определяются только характером распределения частиц плазмы по скоростям (но не интенсивностью излучения, которое может быть и неравновесным). Поэтому в равновесной плазме с кинетической температурой  $T$  даже при отсутствии термодинамического равновесия с излучением величины  $a_{\omega}$  и  $\mu_j$  остаются такими же, как в случае полного термодинамического равновесия. Связь между  $a_{\omega}$  и  $\mu_j$  тогда по-прежнему определяется законом Кирхгофа (8.31), в котором фигурирует равновесная интенсивность  $I_{\omega}^{(0)}$ , соответствующая кинетической температуре  $T$ .

Поскольку  $a_{\omega}$  и  $I_{\omega}^{(0)}$  — величины существенно положительные, коэффициент поглощения в равновесной плазме не может стать отрицательным. Поэтому излучение из объема, занятого равновесной плазмой, не превышает суммарного излучения входящих в нее частиц. Сказанное означает, в соответствии с определением, данным в § 3, что механизм излучения из равновесной плазмы может быть только некогерентным.

В равновесной магнитоактивной плазме, где, вообще говоря,  $I_{\omega} \neq I_{\omega}^{(0)}$ , но  $a_{\omega}$  и  $\mu_j$  связаны уравнением Кирхгофа (8.31), уравнение переноса (8.29) примет следующий вид:

$$\frac{n_j^2}{|\cos \vartheta_j|} \frac{d}{dl} \left( \frac{I_{\omega} |\cos \vartheta_j|}{n_j^2} \right) = \mu_j (I_{\omega}^{(0)} - I_{\omega}), \quad (8.32)$$

или

$$\frac{d}{d\tau_j} \left( \frac{I_{\omega} |\cos \vartheta_j|}{n_j^2} \right) = \frac{\omega^2 \kappa T}{(2\pi)^3 c^2} - \frac{I_{\omega} |\cos \vartheta_j|}{n_j^2}. \quad (8.33)$$

В последнем соотношении учтено выражение для равновесной интенсивности (2.16) и введена новая переменная — оптическая толщина среды на отрезке луча от  $l_0$  до  $l$ :

$$\tau_j(l) = \int_{l_0}^l \mu_j dl. \quad (8.34)$$

Уравнению переноса (8.33) можно придать еще более простую форму, если от интенсивности  $I_\omega$  перейти к эффективной температуре излучения  $T_{\text{эфф}}$  (2.17):

$$\frac{dT_{\text{эфф}}}{d\tau_j} = T - T_{\text{эфф}}. \quad (8.35)$$

Из этого уравнения ясно, что особенности равновесной среды (изотропная или магнитоактивная плазма, характер неоднородности, распределение источников излучения) сказываются на форме луча, распределении кинетической температуры вдоль луча  $T = T(l)$  и на связи оптической толщины  $\tau_j$  с координатой  $l$  вдоль луча (8.34).

Решение уравнения (8.35) может быть получено методом вариации постоянной; в результате получаем, что эффективная температура в точке  $l$  луча

$$T_{\text{эфф}}(l) = e^{-\tau_j} \int_0^{\tau_j} T(\xi) e^{\xi} d\xi + e^{-\tau_j} T_{\text{эфф}}(l_0). \quad (8.36)$$

Здесь  $T_{\text{эфф}}(l_0)$  — эффективная температура излучения вдоль луча в точке  $l_0$ ;  $\tau_j$  — оптическая толщина отрезка луча от  $l_0$  до  $l$ ;  $T(\xi) = T(l)$ , причем  $\xi(l) = \int_{l_0}^l \mu_j dl$ . В (8.36) первый член справа описывает излучение в точке  $l$ , собираемое с рассматриваемого отрезка луча; второй член представляет излучение, прошедшее через слой длиной  $l - l_0$  и частично ослабленное им (в  $e^{\tau_j}$  раз). Выражение (8.36) можно представить в несколько ином виде, если вместо  $\xi$  — текущего значения оптической толщины, отсчитываемой от точки  $l_0$ , — ввести новую переменную  $\zeta = \tau_j - \xi$ , т. е. оптическую толщину, отсчитываемую от точки  $l$ :

$$T_{\text{эфф}}(l) = \int_0^{\tau_j} T e^{-\zeta} d\zeta + e^{-\tau_j} T_{\text{эфф}}(l_0). \quad (8.37)$$

Если кинетическая температура не меняется вдоль луча ( $T = \text{const}$  — термически однородный слой), то

$$T_{\text{эфф}}(l) = T(1 - e^{-\tau_j}) + e^{-\tau_j} T_{\text{эфф}}(l_0). \quad (8.38)$$

Среда при этом может быть неоднородной:  $n_j = n_j(l)$ . Согласно (8.38) для оптически толстого ( $\tau_j \gg 1$ ) термически однородного слоя плазмы  $T_{\text{эфф}}$  совпадает с кинетической температурой этого слоя:

$$T_{\text{эфф}} \approx T. \quad (8.39)$$

Иными словами, интенсивность излучения из этого слоя  $I_\omega$  достигает уровня равновесной интенсивности  $I_\omega^0$  на данной частоте  $\omega$ . Для оптически тонкого слоя ( $\tau_j \ll 1$ ) эффективная температура

$$T_{\text{эфф}} \approx T\tau_j + T_{\text{эфф}}(l_0)(1 - \tau_j). \quad (8.40)$$

Таким образом, вклад оптически тонкого слоя в эффективную температуру выходящего излучения много меньше кинетической температуры  $T$ .

При неоднородном распределении температуры  $T(l)$  величина  $T_{\text{эфф}}$  для излучения, выходящего за пределы оптически толстой плазмы, описывается формулой

$$T_{\text{эфф}}(l) = \int_0^{\tau_j} T e^{-\zeta} d\zeta \quad (8.41)$$

(см. (8.37)). Однако ориентировочную оценку величины  $T_{\text{эфф}}$  в этом случае можно получить, исходя из следующих соображений. Обращаясь к формуле (8.41) и рассматривая  $T_{\text{эфф}}$  в точке  $l$  как функцию  $l_0$ , убеждаемся, что при не слишком неоднородном распределении кинетической температуры  $T$  вдоль луча излучение создается в основном за счет вклада тех слоев плазмы  $l_0$ , в которых оптическая толщина  $\tau_j = \int_{l_0}^l \mu_j dl \sim 1$ . При этом  $T_{\text{эфф}} \sim T(l_0)$ , где  $T(l_0)$  — кинетическая температура указанного слоя.

Примеры применения уравнений переноса и приведенных выше решений будут даны в § 12, 13 после вычисления коэффициентов поглощения излучения в космической плазме. Эти коэффициенты  $\mu_j(\omega)$  необходимы для отыскания оптической толщины  $\tau_j(\omega)$  вдоль лучей; без последней в свою очередь нельзя сделать определенные заключения о

физических условиях в источниках излучения на основе рассмотренных уравнений переноса.

Когда поглощение вдоль луча несущественно (это имеет место в случае, если оптическая толщина  $\tau_j \ll 1$ ), нестационарное уравнение переноса интенсивности (8.10) примет вид

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\omega}{\partial t} + \frac{\partial I_\omega}{\partial l} = a_\omega(l, t) \quad (8.42)$$

(для простоты полагаем, что влияние среды на характер распространения излучения также не сказывается:  $n_j = 1$ ,  $v_{гр} = c$ ). Уравнение (8.42) можно записать в иной форме:

$$\frac{\partial I_\omega}{\partial l} = a_\omega(l, t - l/c). \quad (8.43)$$

Его решение:

$$I_\omega(l, t) = \int_l^\infty a_\omega\left(l, t - \frac{l}{c}\right) dl. \quad (8.44)$$

В случае, когда излучательная способность не зависит от времени ( $a_\omega = a_\omega(l)$ ), наблюдаемая интенсивность совпадает с потерями излучающей системы на излучение. Если же распределение излучательной способности вдоль луча нестационарно, ситуация меняется. Например, для источника, перемещающегося как целое со скоростью  $v$  вдоль луча,  $a_\omega = a_\omega(l - vt)$  и, следовательно, наблюдаемая интенсивность составит

$$I_\omega(l, t) = \int_l^\infty a_\omega\left(l - v\left(t - \frac{l}{c}\right)\right) dl = \int \frac{a_\omega(\xi) d\xi}{1 + v/c} \quad (8.45)$$

— в полном соответствии со сделанным в § 3 заключением о потоке энергии, создаваемом движущимся источником (см. (3.21) \*).

Найдем теперь возможные решения уравнения переноса излучения (8.18) с учетом космологического расширения. В процессе эволюции Вселенной свойства первичной плазмы меняются, так что параметры  $\alpha_\omega$  и  $\beta$  в (8.18), характеризующие

\*) Различие в знаках перед скоростью в формулах (8.45) и (3.21) связано с тем, что в (8.45) положительному значению скорости соответствует движение источника от наблюдателя; в (3.21)  $\beta \cos \theta > 0$ , когда источник движется к наблюдателю.

щие собственное излучение и поглощение в расширяющейся среде, зависят от времени. Ясно поэтому, что изучение реликтового излучения должно включать детальный анализ процессов, дающих вклад в  $\alpha_\omega$  и  $\beta$ , и зависимости последних от времени. Однако при приближенном рассмотрении, которым мы здесь и ограничимся, можно считать, что в первичной плазме  $\alpha_\omega$  и  $\beta$  достаточно велики, благодаря чему испущенное излучение успевает поглотиться раньше, чем существенно изменятся параметры вещества в процессе космологического расширения.

Иными словами, на этом этапе будет справедливо квазистационарное решение уравнения (8.18), которое получается, если пренебречь всеми членами уравнения, кроме последних двух членов в правой части:  $\alpha_\omega \approx \beta W_\omega$ . Однако при равновесном распределении частиц в плазме отношение  $\alpha_\omega/\beta$  равно спектральной плотности энергии равновесного излучения  $W_\omega^{(0)}$  — результат, следующий из закона Кирхгофа (8.31), если вспомнить, что  $\alpha_\omega = a_\omega$ ,  $\beta = \mu_j c$  и  $I_\omega = W_\omega c$  (в плазме с показателем преломления  $n_j \simeq 1$ ). Как известно, спектральная плотность равновесного излучения описывается законом Планка:

$$W_\omega^{(0)} = \frac{\hbar \omega^3}{(2\pi)^3 c^3 (e^{\hbar\omega/kT} - 1)}. \quad (8.46)$$

Поэтому квазистационарное решение в первичной плазме  $W_\omega(t) = W_\omega^{(0)}(\omega, T)$ , где температура  $T(t)$  равна кинетической температуре плазмы.

Указанное равновесие излучения с веществом сохранится лишь до времен  $t \sim t_p$ , когда температура водородной плазмы  $T$  понизится до значений  $T \sim T_p \simeq 5 \cdot 10^3$  °K, при которых наступает эффективная рекомбинация протонов и электронов. Значения  $\alpha_\omega$  и  $\beta$  в образующемся нейтральном газе (на интервале  $t > t_p$ ) резко уменьшаются и излучение эволюционирует в соответствии с уравнением

$$\frac{\partial W_\omega}{\partial t} = -3HW_\omega + H\omega \frac{\partial W_\omega}{\partial \omega} \quad (8.47)$$

и начальным условием, в качестве которого можно взять закон Планка (8.46) с  $T = T_p$ .

Будем искать решение уравнения (8.47) в форме (8.46), считая  $T = T(t)$ . Подставив (8.46) в (8.47), получим, что в процессе космологического расширения в вакууме исход-



ное равновесное излучение остается равновесным; однако его температура меняется во времени в соответствии с уравнением [117]

$$\frac{dT}{dt} = -HT, \quad (8.48)$$

т. е.

$$T = T_p e^{-Ht}. \quad (8.49)$$

Согласно (8.46) максимум в спектре равновесного излучения приходится на частоту  $\omega_{\max} \approx 2,8 \kappa T/\hbar$ ; поэтому в процессе космологического расширения  $\omega_{\max}$  убывает по тому же закону, что и температура (8.49):

$$\omega_{\max} = \omega_{\max, p} e^{-Ht}. \quad (8.50)$$

Последнее представляется вполне естественным, если учесть, что изменение температуры  $T$  и частоты фотонов  $\omega$  при расширении описываются одинаковыми уравнениями (8.48) и (8.15).

В настоящее время температура реликтового излучения составляет  $T \approx 2,7$  °К, а в момент «отрыва» излучения от вещества  $t \sim t_p$  его температура достигала  $T_p \sim 5 \cdot 10^3$  °К; относительное изменение температуры  $T_p/T$  около  $2 \cdot 10^3$ . Из (8.49), (8.50) следует, что во столько же раз изменилась и частота в максимуме спектра реликтового излучения (т. е. параметр  $z_c = (\omega_0 - \omega)/\omega$ , характеризующий красное смещение, составляет для реликтового излучения  $2 \cdot 10^3$ ). Указанное изменение частоты реликтового излучения можно трактовать как эффект Доплера при регистрации излучения от источников в первичной плазме, удаляющейся от нас со скоростями, близкими к скорости света.

## § 9. Перенос поляризации излучения

**Эффекты Фарадея и Коттона — Мутона в плазме.** Электромагнитное излучение в плазме может быть как неполяризованным, так и поляризованным (полностью или частично). Неполяризованное (хаотически поляризованное) излучение представляет собой суперпозицию некогерентных волн разных типов. В свою очередь полностью поляризованное излучение, т. е. излучение с вполне определенным эллипсом поляризации — с фиксированным отношением и ориентацией осей эллипса, — может быть представлено как

суперпозиция когерентных между собой разных типов волн. Конечно, полностью поляризованное излучение может содержать и волны только одного типа (скажем, обыкновенные или необыкновенные). Тогда его поляризация совпадает с поляризацией этих волн. Какая ситуация реализуется в космической плазме, — зависит от свойств излучающего объекта и конкретных условий на пути распространения радиоволн, включая эффекты взаимодействия, рассмотренные в § 7.

При распространении волн одного типа в магнитоактивной плазме ориентация эллипса поляризации в картинной плоскости, т. е. в плоскости, ортогональной направлению распространения  $\mathbf{k}$ , определяется только направлением проекции магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  на эту плоскость. Поэтому в плавно неоднородной среде, где выполнено приближение геометрической оптики, эллипс поляризации сохраняет фиксированное положение или медленно поворачивается в соответствии с изменением направления проекции  $\mathbf{B}_0$  («широм» магнитного поля). Ситуация меняется, если в плазме распространяются когерентные между собой обыкновенная и необыкновенная волны с разными показателями преломления (разной фазовой скоростью). Поскольку в этом случае ориентация результирующего эллипса поляризации определяется не только формой и ориентацией составляющих его эллипсов обыкновенных и необыкновенных волн, но и сдвигом фаз между ними, изменение последнего вдоль направления распространения ведет (при определенных условиях) к вращению результирующего эллипса поляризации в процессе распространения волн в плазме — к эффекту Фарадея.

Указанное влияние разности фаз на форму и ориентацию результирующего эллипса поляризации мы рассмотрим более подробно. Допустим, что в плазме существует поляризованное излучение с эллипсом поляризации, не соответствующим нормальным волнам. Согласно изложенному выше это излучение может быть представлено в виде суперпозиции двух когерентных между собой волн — обыкновенной и необыкновенной. При этом в плоскости  $xy$ , перпендикулярной к направлению распространения  $\mathbf{k}$ , электрическое поле этих волн запишется следующим образом (см. рис. 6):

$$E_x = a \sin(\omega t), \quad E_y = ap \cos(\omega t); \quad (9.1)$$

$$E_x = bp \sin(\omega t - \psi), \quad E_y = -b \cos(\omega t - \psi). \quad (9.2)$$

Здесь  $a$  и  $b$  характеризуют амплитуды волн, электрические векторы  $\mathbf{E}$  которых вращаются в противоположные стороны. Далее, в приведенных формулах  $\psi$  есть разность фаз между волнами. Поскольку волны когерентны, величина  $\psi$  в фиксированной плоскости  $xy$  имеет постоянное значение, не зависящее от времени. Наконец, через  $p$  обозначена степень эллиптичности  $E_y/E_x$  волны (9.1). Знак  $p$  отражает направление вращения вектора  $\mathbf{E}$  в волне. Так, если  $p < 0$ , то волна (9.1) будет поляризована по правому, а волна (9.2) — по левому кругу (если смотреть в направлении вектора  $\mathbf{k}$ ). Если величину  $p$  положить равной  $K_1$  (5.34), то формулы (9.1) будут описывать волну необыкновенного типа. Формулы (9.2) тогда описывают обыкновенную волну.

Из (9.1), (9.2) следует, что компоненты вектора  $\mathbf{E}$  в рассматриваемом поляризованном излучении с частотой  $\omega$  изменяются во времени по закону

$$\left. \begin{aligned} E_x &= a \sin(\omega t) + bp \sin(\omega t - \psi) = A \sin(\omega t - \Psi), \\ E_y &= ap \cos(\omega t) - b \cos(\omega t - \psi) = B \sin(\omega t - \Phi), \end{aligned} \right\} (9.3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= a^2 + b^2 p^2 + 2abp \cos \psi, \\ B^2 &= a^2 p^2 + b^2 - 2abp \cos \psi, \end{aligned} \right\} (9.4)$$

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{bp \sin \psi}{a + bp \cos \psi}, \quad \operatorname{tg} \Phi = \frac{ap - b \cos \psi}{b \sin \psi}. \quad (9.5)$$

Эллипс, определяемый соотношениями (9.3) — (9.5), ориентирован под углом  $\chi$  к координатной оси  $x$  и имеет отношение полуосей, равное  $\operatorname{tg} \sigma$ , причем

$$\operatorname{tg}(2\chi) = \frac{2AB \cos(\Psi - \Phi)}{A^2 - B^2}, \quad (9.6)$$

$$\operatorname{tg}^2 \sigma = \frac{A^2 + B^2 + \sqrt{(A^2 - B^2)^2 + 4A^2 B^2 \cos^2(\Psi - \Phi)}}{A^2 + B^2 - \sqrt{(A^2 - B^2)^2 + 4A^2 B^2 \cos^2(\Psi - \Phi)}}. \quad (9.7)$$

Подставляя сюда выражения для  $A$ ,  $B$ ,  $\Psi$  и  $\Phi$  (9.4), (9.5), получим [120]

$$\operatorname{tg}(2\chi) = \pm 2 \frac{1+p^2}{p} \frac{\sin \psi}{(p^{-1}-p)(ab^{-1}-ba^{-1})+4 \cos \psi}, \quad (9.8)$$

$$\sin(2\sigma) = \pm 2 \frac{b^2 - a^2 + ab(p^{-1} - p) \cos \psi}{(a^2 + b^2)(p^{-1} + p)}. \quad (9.9)$$

Дополнительная разность фаз между обыкновенной и необыкновенной компонентами излучения, приобретаемая

при распространении волн на расстояние  $L$  вдоль  $\mathbf{k}$ , равна

$$\Delta\psi = \frac{\omega}{c} \int_L (n_2 - n_1) dl, \quad (9.10)$$

где значения показателей преломления обыкновенных ( $n_2$ ) и необыкновенных ( $n_1$ ) волн определяются формулой (5.19). В процессе прохождения излучения через область с постоянным знаком разности  $n_2 - n_1$  величина  $\psi = \psi_0 + \Delta\psi$ , где  $\psi_0$  — исходная разность фаз, монотонно нарастает; при этом ориентация и отношение осей результирующего эллипса поляризации меняются в соответствии с выражениями (9.8), (9.9). Если положение исходного эллипса характеризовать углом  $\chi_0$ , то эллипс поляризации излучения, прошедшего в плазме путь  $L$ , будет ориентирован под углом

$$\chi = \chi_0 + \Delta\chi. \quad (9.11)$$

В простейшем и часто реализуемом случае квазипродольного распространения, когда поляризация необыкновенных и обыкновенных волн близка к круговой (т. е.  $\rho \approx -1$ ), степень эллиптичности излучения остается неизменной (см. (9.9)), а фарадеевское вращение результирующего эллипса описывается соотношением

$$\Delta\chi = \frac{\Delta\psi}{2} = \frac{\omega}{2c} \int_L (n_2 - n_1) dl. \quad (9.12)$$

Первое равенство является следствием соотношения  $\operatorname{tg}(2\chi) = \pm \operatorname{tg}\psi$ , к которому сводится в этом случае (9.8); при переходе к последнему равенству в (9.12) учтено выражение (9.10).

Чтобы найти соотношение, связывающее величину вращения  $\Delta\chi$  непосредственно с параметрами плазмы и частотой излучения, примем во внимание следующее. Согласно (5.26) на достаточно высоких частотах, когда справедливо квазипродольное приближение (5.24), обеспечивающее круговую поляризацию обыкновенных и необыкновенных волн, а также выполнены неравенства  $v = \omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ,  $\sqrt{u} = \omega_B'/\omega \ll 1$ , разность показателей преломления может быть представлена в виде

$$n_2 - n_1 \approx \frac{n_2^2 - n_1^2}{2} \approx v | \sqrt{u} \cos \alpha |. \quad (9.13)$$

Тогда, как следует из (9.12) и (9.13),

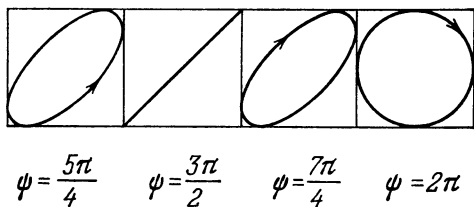
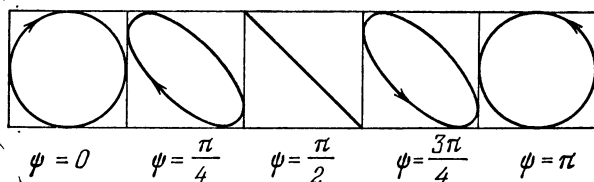
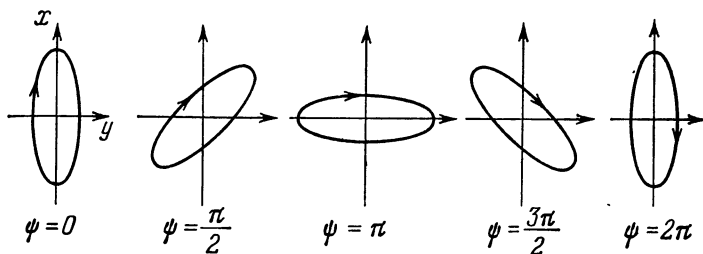
$$\Delta\chi \approx \frac{\omega}{2c} \int_L v \sqrt{u} \cos \alpha dl \simeq \frac{2,35 \cdot 10^4}{f^2} \int_L NB_0 \cos \alpha dl. \quad (9.14)$$

(В последнем выражении частота  $f$  — в  $гц$ ,  $N$  — в  $см^{-3}$ ,  $B_0$  — в  $гс$  и  $l$  — в  $см$ .) Из (9.14) ясно, что в рассматриваемых условиях величина фарадеевского вращения  $\Delta\chi$  обратно пропорциональна квадрату частоты и прямо пропорциональна «мере вращения»  $RM = \int NB_0 \cos \alpha dl$ . При одинаковых амплитудах циркулярно поляризованных волн результирующее излучение становится линейно-поляризованным. Эффект Фарадея сводится тогда к равномерному вращению плоскости поляризации с ростом величины  $RM$ . Если же указанные амплитуды не одинаковы, то излучение эллиптически-поляризовано и эффект Фарадея заключается в равномерном повороте осей эллипса поляризации по мере увеличения  $RM$  (рис. 36, а).

Необходимо специально подчеркнуть, что формула (9.14) получена для случая, когда  $\sqrt{u} \cos \alpha > 0$  (вектор  $\mathbf{k}$  составляет острый угол с  $\mathbf{B}_0$ ). Нетрудно сообразить, однако, что (9.14) останется справедливой и при  $\sqrt{u} \cos \alpha < 0$ , когда типы волн, отвечающие поляризации по правому и левому кругу, меняются местами. Последнее приведет к смене знака разности показателей преломления волн, вращающихся по правому и левому кругу, и соответственно, — к изменению направления вращения эллипса поляризации излучения. Это изменение учитывается в (9.14) введением  $\sqrt{u} \cos \alpha$  вместо  $|\sqrt{u} \cos \alpha|$ , фигурирующего в формуле (9.13) для  $n_2 - n_1$ .

В условиях квазипоперечного распространения (5.25), когда поляризация нормальных волн становится линейной, характер изменения поляризации излучения, связанного с набегом фаз  $\Delta\psi$ , резко отличается от рассмотренного выше. В этом случае  $K_1 \rightarrow 0$ ,  $K_2 \rightarrow -\infty$  и, следовательно, степень эллиптичности  $p \rightarrow 0$ . Тогда из (9.8), (9.9) следует, что при равных амплитудах обеих волн ( $a = b$ ) величина  $\operatorname{tg}(2\psi) = \pm \infty$ , что соответствует двум возможным значениям угла  $\chi = \pm \pi/4$ . Одно из значений реализуется на интервале, где разность фаз  $\psi$  меняется от  $2\pi t$  до  $2\pi t + \pi$ ; другое значение — когда  $\psi$  лежит в пределах от  $2\pi t + \pi$

до  $2\pi m + 2\pi$  ( $m$  — целое число). При этом форма результирующего эллипса периодически варьируется так, что поляризация из линейной с  $\chi = \pi/4$  переходит в круговую,



б)

Рис. 36. Изменение характера поляризации излучения с ростом разности фаз  $\psi$ : а) эффект Фарадея ( $a=b$ ,  $p=1$ ); б) эффект Коттона — Муттона ( $a=b$ ,  $p=0$ ).

потом становится снова линейной, но с  $\chi = -\pi/4$ , затем снова круговой, но с противоположным направлением вращения, и т. д. (см. рис. 36, б). Линейной поляризации соответствуют значения  $\psi = \pi m \pm \frac{\pi}{2}$ ;  $2\pi m + 3\pi/2$ , круговой —

$\psi \approx \pi t$ . Описанное изменение поляризации излучения называется эффектом Коттона — Мутона.

Полный цикл изменения поляризованного эллипса при эффекте Коттона — Мутона занимает интервал  $\Delta\psi = 2\pi$ . При квазипоперечном распространении (5.25) в разреженной плазме ( $v \ll 1$ ) разность показателей преломления

$$n_2 - n_1 \approx \frac{n_2^2 - n_1^2}{2} \approx \frac{uv \sin^2 \alpha}{1 - u \sin^2 \alpha} \quad (9.15)$$

(см. (5.27)). Приобретаемая на пути  $L$  разность фаз  $\Delta\psi$  (9.7) между линейно-поляризованными нормальными волнами при этом составит

$$\Delta\psi \approx \frac{\omega}{c} \int_L \frac{uv \sin^2 \alpha}{1 - u \sin^2 \alpha} dl. \quad (9.16)$$

Если в плазме наряду с  $v \ll 1$  выполнено также условие  $u \ll 1$ , то область квазипоперечного распространения сужается, занимая лишь узкий интервал углов  $\alpha$  близ  $\pi/2$ . В этом интервале формула (9.16) выглядит несколько проще:

$$\Delta\psi \approx \frac{\omega}{c} \int_L uv dl. \quad (9.17)$$

В других обозначениях:

$$\Delta\psi \approx \frac{1}{\omega^2 c} \int_L \omega_L^2 \omega_B^2 dl \approx \frac{1,3 \cdot 10^{11}}{f^2} \int_L NB_0^2 dl. \quad (9.18)$$

Входящий в (9.18) интеграл  $\int_L NB_0^2 dl$  можно назвать «мерой пульсаций» при эффекте Коттона — Мутона, обозначив его через РМ. С ростом величины РМ сокращается расстояние, на котором происходит полный цикл изменения поляризационного эллипса, представленный на рис. 36, б.

В произвольном случае эллиптической поляризации обыкновенных и необыкновенных волн вместо простых выражений (9.12), (9.14), (9.18) следует пользоваться более сложными формулами (9.8) — (9.10) с показателями преломления в общем виде (5.19). Анализ выражения (9.8) показывает, что при  $|p| \neq 1$  фарадеевское вращение становится неравномерным, хотя при изменении  $\Delta\psi$  на вели-

чину, много бóльшую  $2\pi$ , среднее изменение  $\Delta\chi$  по-прежнему совпадает с (9.12). Наконец при

$$|p^{-1} - p| \cdot |ab^{-1} - ba^{-1}| > 4, \quad (9.19)$$

т. е. при достаточном отличии эллипса поляризации нормальных волн от окружности и отношения амплитуд этих волн от единицы, вращение эллипса сменяется его колебанием с амплитудой по  $\chi$  не более  $\pi/4$ . Последнее обстоятельство сразу же следует из формулы (9.8): в случае (9.19) правая часть равенства (9.8) остается конечной для любых  $\psi$ , тогда как при вращении (т. е. монотонном изменении  $\chi$ ) обе части равенства должны обращаться в бесконечность в точках  $\chi = -\pi/4; +\pi/4$  и т. д. Далее, при условиях

$$\left. \begin{aligned} |p^{-1} - p| \cdot |ab^{-1} - ba^{-1}| &\gg 4; \\ |p^{-1} - p| \cdot |ab^{-1} - ba^{-1}| &\gg 2p^{-1}(1 + p^2) \end{aligned} \right\} \quad (9.20)$$

правая часть (9.8) становится много меньше единицы; тогда

$$\chi = \pm \frac{1 + p^2}{1 - p^2} \cdot \frac{\sin \psi}{ab^{-1} - ba^{-1}} \quad (9.21)$$

или отличается от нее на величину, равную или кратную  $\pi/2$ . Фиксированная ориентация эллипса поляризации излучения в случае (9.20) (с точностью до малых колебаний относительно положения, соответствующего эллипсу поляризации обыкновенной и необыкновенной волн) представляется вполне естественной: наложение на эллипс сильной волны эллипса слабой волны не в состоянии существенно изменить ориентацию результирующего эллипса.

Роль эффектов Фарадея и Коттона — Мутона в космической плазме весьма существенна. Эти эффекты (особенно первый) нельзя не учитывать при поляризационных наблюдениях внеземного радиоизлучения, поскольку они могут радикально изменить характер поляризации космических источников.

Так, в межзвездной среде ( $N \sim 0,1 \text{ см}^{-3}$ ,  $B_0 \sim 10^{-6} \text{ гс}$ ) фарадеевское вращение  $\Delta\chi$  (9.14) на пути  $L \sim 100 \text{ пс} \sim 3 \cdot 10^{20} \text{ см}$  составляет около 70 радиан для частоты  $f \sim 10^8 \text{ гц}$  ( $\lambda \sim 3 \text{ м}$ ) и 0,7 радиан для частоты  $f \sim 10^9 \text{ гц}$  ( $\lambda \sim 30 \text{ см}$ ). Указанную величину  $L \sim 100 \text{ пс}$  (иногда  $10 \text{ пс}$ ) обычно рассматривают как характерный размер областей квазиоднородного магнитного поля («магнитных облаков») в модели Галактики с хаотическим магнитным полем.



Поскольку угол  $\alpha$  вдоль луча принимает с одинаковой вероятностью случайные значения в интервале от 0 до  $2\pi$ , то  $\overline{\cos \alpha} = 0$  и, следовательно, при постоянных  $B_0$  и  $N$  в межзвездной среде среднее значение фарадеевского вращения  $\overline{\Delta\chi} = 0$  (см. формулу (9.14)). Однако средняя квадратичная дисперсия угла вращения в рассматриваемом случае может быть весьма значительной, поскольку она зависит от числа  $n$  пройденных излучением облаков:  $V(\overline{\Delta\chi})^2 \sim \Delta\chi_{\text{обл}} \cdot Vn$ . Здесь через  $\Delta\chi_{\text{обл}}$  обозначена средняя величина фарадеевского вращения на протяжении одного облака. Оценки  $\Delta\chi_{\text{обл}}$  для  $L \sim 100$  пс были приведены выше.

Таким образом, при распространении линейно-поляризованного излучения в среде с хаотическим магнитным полем происходит взаимная компенсация фарадеевского вращения на отрезках луча, расположенных в отдельных магнитных облаках. Подобная компенсация будет отсутствовать (или ее действие будет существенно ослаблено), если траектория луча лежит главным образом в галактическом диске, где магнитное поле обладает более высокой степенью упорядоченности (см. § 1).

Оценки по формуле (9.14) показывают, что эффект Фарадея для радиоволн в солнечной короне также очень велик. В самом деле, даже при сравнительно скромных величинах концентрации электронов, магнитных полей и длины «траектории» лучей в короне ( $N \sim 10^8$  см<sup>-3</sup>,  $B_0 \sim 4$  гс,  $L \sim 10^{10}$  см) угол  $\Delta\chi$  порядка  $10^{23} f^{-2}$  радиан. (Для сравнения заметим, что в ионосфере Земли  $\Delta\chi$  на шесть порядков меньше.) Из сказанного следует, что в короне  $\Delta\chi \lesssim 1$  только на волнах  $\lambda \lesssim 0,1$  см;  $\Delta\chi$  быстро растет с длиной волны, достигая значений  $10^6$  радиан на  $\lambda \sim 1$  м. Фактически величина вращения в короне, в особенности над центрами активности с более высокими значениями  $N$  и  $B_0$ , может быть еще больше.

Фарадеевское вращение в источнике и на пути от источника до наблюдателя ведет не только к потере информации о положении плоскости поляризации излучения в самом источнике; оно вызывает также деполяризацию (уменьшение степени линейной поляризации  $\zeta_L$ ) наблюдаемого излучения. Указанная деполяризация обусловлена конечными размерами излучающей области и конечной шириной полосы частот приемной аппаратуры  $\Delta f_n$ . Влияние первого фактора

мы рассмотрим в последнем разделе этого параграфа, где роль источников в формировании поляризационных характеристик излучения будет исследована на основе уравнений переноса поляризации. Здесь же мы обсудим значение второго фактора — конечной полосы частот приемной аппаратуры.

Из выражений (9.11), (9.12) ясно, что угол  $\chi$  есть функция частоты  $f$  даже в том случае, если исходная ориентация эллипса поляризации  $\chi_0$  не зависит от  $f$ . В узком частотном интервале, например, в полосе поляриметра  $\Delta f_{\text{п}} \ll f_0$ , угол  $\chi$  можно представить в виде

$$\chi(f) \approx \chi(f_0) + \left. \frac{\partial(\Delta\chi)}{\partial f} \right|_{f=f_0} (f - f_0), \quad (9.22)$$

где  $f_0$  — «рабочая частота» приемной аппаратуры. Тогда изменение ориентации  $\chi$  результирующего эллипса в указанной полосе составит

$$\delta\chi \approx \left. \frac{\partial(\Delta\chi)}{\partial f} \right|_{f=f_0} \Delta f_{\text{п}}. \quad (9.23)$$

В частности, при квазипродольном распространении в области  $n_1 \approx n_2 \approx 1$ , когда  $\Delta\chi \propto f^{-2}$  (см. (9.14)), производная  $\partial(\Delta\chi)/\partial f|_{f=f_0} = -2f_0^{-1} \Delta\chi(f=f_0)$ , а изменение величины  $\chi$  в полосе  $\Delta f_{\text{п}}$  составит

$$\delta\chi \approx 2f_0^{-1} \Delta\chi(f=f_0) \Delta f_{\text{п}}. \quad (9.24)$$

Вследствие различия в положениях эллипса на разных частотах наблюдаемая поляризация радиоизлучения будет отличаться от первоначальной меньшей степенью линейной поляризации  $\zeta_{\text{л}}$ ; ее величина резко падает, если  $\delta\chi \gg 1$ .

В солнечной короне благодаря сильному вращению плоскости поляризации этот эффект выступает весьма ярко. Так, если на волнах  $\lambda \sim 1$  м величина  $\Delta\chi \sim 10^6$  радиан, то дисперсия  $\delta\chi$  согласно (9.24) будет меньше единицы только в весьма узкой полосе  $\Delta f_{\text{п}} < 150$  гц, которая не достигается при современных поляризационных измерениях. Это приводит к необходимости строгого учета эффектов, связанных с дисперсией фарадеевского вращения в короне (см. в этой связи [121] и [3], § 23).

Деполяризация радиоизлучения за счет конечной ширины полосы поляриметра может играть заметную роль и при поляризационных исследованиях нетеплового излучения

межзвездной среды. При этом модуляция ширины полосы  $\Delta f_{\text{п}}$  (и соответствующее изменение степени линейной поляризации  $\zeta_{\text{л}}$ ) служит одним из методов регистрации слабой линейной поляризации космического радиоизлучения на фоне многочисленных паразитных эффектов [122].

Деполаризация наблюдаемого космического излучения может быть связана не только с эффектом Фарадея в космической плазме: она возникает, например, и за счет различной ориентации плоскости линейной поляризации излучения от различных источников, охватываемых диаграммой направленности приемной антенны [123]. Конкретным примером служит здесь синхротронное излучение системы релятивистских электронов в хаотически неоднородном магнитном поле. Ориентация плоскости поляризации такого излучения ортогональна проекции магнитного поля на картинную плоскость (т. е. плоскость, перпендикулярную к лучу зрения; см. § 10, 11). Поэтому в хаотическом магнитном поле ориентации плоскости поляризации излучения от различных областей квазиоднородного поля также будут случайными. В модели Галактики с хаотическим магнитным полем это приведет к столь сильной деполаризации радиоизлучения, что степень линейной поляризации упадет ниже реально обнаружимого уровня. Регистрация поляризации космического радиоизлучения поэтому служит одним из аргументов в пользу существования в нашей Галактике магнитных полей, обладающих значительной степенью упорядоченности.

**Уравнения переноса поляризации в магнитоактивной плазме.** Проблема формирования поляризационных характеристик излучения не ограничивается учетом фазовых сдвигов между волнами разных типов, приводящих к эффектам Фарадея и Коттона — Мутона: помимо указанной причины поляризация излучения зависит и от характера поляризации источников, и от степени поглощения излучения в магнитоактивной плазме. Характер поляризации с учетом всех указанных обстоятельств определяется уравнением переноса поляризации, описывающим изменение поляризационных параметров излучения в пространстве. К установлению вида этого уравнения мы сейчас и перейдем.

В § 2 было отмечено, что состояние поляризации излучения в данной точке среды полностью определяется четырьмя параметрами Стокса  $I, Q, U, V$  (2.23) или четырьмя компо-

нентами тензора поляризации  $I_{\alpha\beta} = \overline{D_\alpha D_\beta^*}$  (2.27). (В последнем выражении  $D_\alpha, D_\beta$  — компоненты вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  в электромагнитном излучении.) Таким образом, уравнение переноса поляризации должно описывать изменение в пространстве тензора поляризации или параметров Стокса.

Получим наиболее простые и наглядные уравнения переноса поляризации излучения, считая магнитоактивную плазму однородной и стационарной, характеристики излучения не зависящими от времени, а поляризации нормальных волн — ортогональными. При этом мы используем процедуру, предложенную Кавабатой [124] для учета влияния фазовых сдвигов между нормальными волнами на величину тензора поляризации излучения  $I_{\alpha\beta}$ , распространив эту процедуру на все уравнение переноса поляризации [38]. Затем мы обсудим возможные обобщения и другие формы уравнений переноса поляризации.

Выделим из состава электромагнитного излучения в среде ту часть, которая обладает волновыми векторами, ориентированными вдоль оси  $z$ , и частотами, заключенными в интервале  $\Delta\omega$ . Вектор электрической индукции этой части излучения  $\mathbf{D}$  лежит в плоскости  $xy$ , причем  $\alpha$ -компонента этого вектора ( $\alpha = x, y$ ) может быть записана в следующем виде:

$$D_\alpha(z, t) = \int_{\Delta\omega} D_1 e_{1\alpha} \exp(-i\omega t + ik_1 z + i\psi_1) d\omega + \int_{\Delta\omega} D_2 e_{2\alpha} \exp(-i\omega t + ik_2 z + i\psi_2) d\omega. \quad (9.25)$$

Первый интеграл характеризует часть излучения, соответствующую необыкновенным волнам с амплитудой  $D_1$ , а второй — обыкновенным волнам с амплитудой  $D_2$ . Далее,  $e_{1\alpha}$  и  $e_{2\alpha}$  — компоненты единичных векторов поляризации  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  необыкновенных (индекс 1) и обыкновенных (индекс 2) волн,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — фазы, а  $k_1$  и  $k_2$  — волновые числа этих волн. Все указанные величины, вообще говоря, функции частоты  $\omega$ .

При наличии поглощения (или усиления) в среде волновые числа будут комплексными:

$$k_1 = k'_1 + ik''_1; \quad k_2 = k'_2 + ik''_2, \quad (9.26)$$

причем

$$k'_{1,2} = \frac{\omega}{c} n_{1,2}, \quad k''_{1,2} = \frac{\omega}{d} \eta_{1,2} \quad (9.27)$$

( $n_{1,2}$  и  $\eta_{1,2}$  — показатели преломления и поглощения волн разных типов; см. § 4).

Далее, поскольку векторы поляризации единичные,

$$e_1 e_1^* = 1, \quad e_2 e_2^* = 1. \quad (9.28)$$

Если к тому же поляризации нормальных волн ортогональны, то между векторами  $e_1$  и  $e_2$  существуют следующие соотношения:

$$e_1 e_2^* = 0, \quad e_1^* e_2 = 0. \quad (9.29)$$

Для нормальных волн с неортогональными поляризациями вместо (9.29) справедливы равенства

$$e_1 e_2^* = \bar{\alpha}, \quad e_1^* e_2 = \bar{\alpha}^*, \quad (9.30)$$

которые служат определением величины  $\bar{\alpha}$  — степени неортогональности поляризаций нормальных волн. Как уже отмечалось, мы будем считать, что  $\bar{\alpha} = 0$ , т. е. что у нас выполнены условия (9.29). Возможные ограничения на пределы применимости полученного при условии (9.29) уравнения переноса поляризации будут указаны ниже.

Записывая в форме, аналогичной (9.25), компоненту вектора электрической индукции  $D_\beta(z, t)$  ( $\beta = x, y$ ), перемножая  $D_\alpha(z, t)$  и  $D_\beta(z, t)$  и дифференцируя результат по  $z$ , найдем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (D_\alpha D_\beta^*) &= \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_1 \tilde{D}_1 e_{1\alpha} \tilde{e}_{1\beta}^* (ik_1 - i\tilde{k}_1) \times \\ &\times \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_1 - i\tilde{\psi}_1 + ik_1 z - i\tilde{k}_1 z) d\omega d\tilde{\omega} + \\ &+ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_2 \tilde{D}_2 e_{2\alpha} \tilde{e}_{2\beta}^* (ik_2 - i\tilde{k}_2) \times \\ &\times \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_2 - i\tilde{\psi}_2 + ik_2 z - i\tilde{k}_2 z) d\omega d\tilde{\omega} + \\ &+ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_1 \tilde{D}_2 e_{1\alpha} \tilde{e}_{2\beta}^* (ik_1 - i\tilde{k}_2) \times \\ &\times \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_1 - i\tilde{\psi}_2 + ik_1 z - i\tilde{k}_2 z) d\omega d\tilde{\omega} + \\ &+ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_2 \tilde{D}_1 e_{2\alpha} \tilde{e}_{1\beta}^* (ik_2 - i\tilde{k}_1) \times \\ &\times \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_2 - i\tilde{\psi}_1 + ik_2 z - i\tilde{k}_1 z) d\omega d\tilde{\omega}. \quad (9.31) \end{aligned}$$

Здесь тильдой отмечены величины, зависящие от  $\tilde{\omega}$  —

частоты в выражении для  $D_{\beta}^*$ ; переобозначение  $\omega \rightarrow \tilde{\omega}$  введено при переходе к двойным интегралам.

Считая полосу  $\Delta\omega$  столь узкой, что в ее пределах

$$\left. \begin{aligned} |k'_1 - \tilde{k}'_1| &\ll |k''_1 + \tilde{k}''_1| \approx 2|k''_1|, \\ |k'_2 - \tilde{k}'_2| &\ll |k''_2 + \tilde{k}''_2| \approx 2|k''_2|, \end{aligned} \right\} \quad (9.32)$$

пренебрежем разностями  $k'_1 - \tilde{k}'_1$  и  $k'_2 - \tilde{k}'_2$  в предэкспоненциальных множителях формулы (9.31) (напомним, что в (9.31) величины  $k_1$  и  $k_2$  имеют вид (9.26)). Узость полосы  $\Delta\omega$  позволяет также вынести за знак интеграла компоненты векторов поляризации  $e_{1,2}$  и волновые числа  $k_{1,2}$  со значениями в середине указанного интервала частот. После проведения этих операций в (9.31) останутся интегралы, удовлетворяющие следующим соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_1 \tilde{D}_1 \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_1 - i\tilde{\psi}_1 + \\ + ik_1 z - i\tilde{k}_1 z) d\omega d\tilde{\omega} &= e_{1\gamma}^* e_{1\delta} D_{\gamma} D_{\delta}^*, \\ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_2 \tilde{D}_2 \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_2 - i\tilde{\psi}_2 + \\ + ik_2 z - i\tilde{k}_2 z) d\omega d\tilde{\omega} &= e_{2\gamma}^* e_{2\delta} D_{\gamma} D_{\delta}^*; \\ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_1 \tilde{D}_2 \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_1 - i\tilde{\psi}_2 + \\ + ik_1 z - i\tilde{k}_2 z) d\omega d\tilde{\omega} &= e_{1\gamma}^* e_{2\delta} D_{\gamma} D_{\delta}^*; \\ \int_{\Delta\omega} \int_{\Delta\omega} D_2 \tilde{D}_1 \exp(-i\omega t + i\tilde{\omega} t + i\psi_2 - i\tilde{\psi}_1 + \\ + ik_2 z - i\tilde{k}_1 z) d\omega d\tilde{\omega} &= e_{2\gamma}^* e_{1\delta} D_{\gamma} D_{\delta}^*. \end{aligned} \right\} \quad (9.33)$$

В их справедливости можно убедиться с помощью формул типа (9.25) для  $D_{\gamma}$ ,  $D_{\delta}$  и равенств (9.28), (9.29). Подставив (9.33) в (9.31) и усреднив члены уравнений по времени, получим следующее уравнение переноса поляризации излучения [38]:

$$\frac{dl_{\alpha\beta}}{dz} = S_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta\gamma\delta} I_{\gamma\delta}, \quad (9.34)$$

где тензор четвертого ранга  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , называемый тензором переноса поляризации, может быть представлен в виде разности

$$T_{\alpha\beta\gamma\delta} = R_{\alpha\beta\gamma\delta} - K_{\alpha\beta\gamma\delta}. \quad (9.35)$$

Здесь  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  характеризует изменение тензора поляризации  $I_{\alpha\beta}$  за счет сдвига фаз, а  $K_{\alpha\beta\gamma\delta}$  — вследствие различного поглощения волн разных типов при распространении в магнитоактивной среде:

$$\left. \begin{aligned} R_{\alpha\beta\gamma\delta} &= i(k'_1 - k'_2)(e_{1\alpha}e_{2\beta}^*e_{1\gamma}e_{2\delta} - e_{2\alpha}e_{1\beta}^*e_{2\gamma}e_{1\delta}), \\ K_{\alpha\beta\gamma\delta} &= (k''_1 + k''_2)(e_{1\alpha}e_{2\beta}^*e_{1\gamma}e_{2\delta} + e_{2\alpha}e_{1\beta}^*e_{2\gamma}e_{1\delta}) + \\ &\quad + 2k''_1e_{1\alpha}e_{1\beta}^*e_{1\gamma}e_{1\delta} + 2k''_2e_{2\alpha}e_{2\beta}^*e_{2\gamma}e_{2\delta}. \end{aligned} \right\} (9.36)$$

В уравнение (9.34) дополнительно введен тензор поляризации источников излучения в плазме  $S_{\alpha\beta}$ , определяющий изменение  $I_{\alpha\beta}$  за счет собственного излучения среды.

Если в среде есть излучение одного типа (скажем, составленное только из необыкновенных волн:  $D_1 \neq 0$ ,  $D_2 = 0$ ), то согласно (9.33) и (2.27)  $e_{1\gamma}^*e_{2\delta}I_{\gamma\delta} = 0$ ,  $e_{1\gamma}^*e_{2\delta}I_{\gamma\delta} = 0$ ,  $e_{1\gamma}^*e_{1\delta}I_{\gamma\delta} = 0$ . Тогда в уравнении (9.34) нет членов, связанных со сдвигом фаз между волнами:  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}I_{\gamma\delta} = 0$ , а члены, характеризующие влияние поглощения, существенно упрощаются \*):

$$K_{\alpha\beta\gamma\delta}I_{\gamma\delta} = 2k''_1e_{1\alpha}e_{1\beta}^*e_{1\gamma}e_{1\delta}I_{\gamma\delta} = 2k''_1I_{\alpha\beta}. \quad (9.37)$$

В случае, когда собственное излучение среды отсутствует ( $S_{\alpha\beta} = 0$ ), мы приходим к уравнению переноса

$$\frac{dI_{\alpha\beta}}{dz} = -2k''_1I_{\alpha\beta}. \quad (9.38)$$

Оно отражает то тривиальное обстоятельство, что все компоненты вектора  $\mathbf{D}$  в необыкновенной волне изменяются вследствие поглощения по закону  $e^{-k''_1 z}$ . При этом, очевидно, будет изменяться лишь интенсивность излучения (первый параметр Стокса)  $I_1 = I_{xx} + I_{yy}$  в соответствии с уравнением

$$\frac{dI_1}{dz} = -2k''_1I_1, \quad (9.39)$$

в то время как остальные поляризационные характеристики излучения  $\zeta$ ,  $\rho$ ,  $\chi$ , определяемые отношениями компонент тензора поляризации  $I_{\alpha\beta}$  (см. формулы (2.24) и (2.26)), сохраняются неизменными. Величины  $\zeta$ ,  $\rho$ ,  $\chi$  останутся посто-

\*) Переход к последнему равенству в (9.37) можно совершить с помощью первой формулы (9.33) и выражения для  $D_\alpha D_\beta^*$ , записанного при условии  $D_1 \neq 0$ ,  $D_2 = 0$ .

янными и в присутствии источников ( $S_{\alpha\beta} \neq 0$ ), если последние дают вклад только в необыкновенное излучение. Заметим, что благодаря ортогональности поляризации нормальных волн интенсивность произвольного излучения в среде  $I$  складывается из интенсивностей излучений, соответствующих двум типам волн:  $I = I_1 + I_2$ . Можно показать (см. следующий раздел), что при этом излучение каждого типа по-прежнему удовлетворяет своему уравнению переноса интенсивности типа (9.39).

При выводе уравнения (9.34) с тензором переноса поляризации в форме (9.35), (9.36) предположение об ортогональности поляризации нормальных волн (9.29) было весьма существенным. Однако в присутствии поглощения (или усиления) волн, когда  $k_1''$  и  $k_2''$  не равны нулю, указанная ортогональность, вообще говоря, нарушается. Если, однако, неортогональность остается достаточно слабой ( $\bar{\alpha}\bar{\alpha}^* \ll 1$ ), уравнениями (9.34) — (9.36) можно пользоваться и в непрозрачной среде \*).

В случае произвольной (не малой) неортогональности поляризации тензор  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  становится более сложным [125]:

$$\begin{aligned}
 T_{\alpha\beta\gamma\delta} = & (1 - \bar{\alpha}^2)^{-2} \{ -2k_1'' e_{1\alpha} e_{1\beta}^* \times \\
 & \times [e_{1\gamma}^* e_{1\delta} - \bar{\alpha} (e_{1\gamma}^* e_{2\delta} + e_{2\gamma}^* e_{1\delta}) + \bar{\alpha}^2 e_{2\gamma}^* e_{2\delta}] - \\
 & - 2k_2'' e_{2\alpha} e_{2\beta}^* [e_{2\gamma}^* e_{2\delta} - \bar{\alpha} (e_{1\gamma}^* e_{2\delta} + e_{2\gamma}^* e_{1\delta}) + \bar{\alpha}^2 e_{1\gamma}^* e_{1\delta}] + \\
 & + [i(k_1' - k_2') - (k_1'' + k_2'')] e_{1\alpha} e_{2\beta}^* \times \\
 & \times [e_{1\gamma}^* e_{2\delta} - \bar{\alpha} (e_{1\gamma}^* e_{1\delta} + e_{2\gamma}^* e_{2\delta}) + \bar{\alpha}^2 e_{2\gamma}^* e_{1\delta}] + \\
 & + [-i(k_1' - k_2') - (k_1'' + k_2'')] e_{2\alpha} e_{1\beta}^* \times \\
 & \times [e_{2\gamma}^* e_{1\delta} - \bar{\alpha} (e_{1\gamma}^* e_{1\delta} + e_{2\gamma}^* e_{2\delta}) + \bar{\alpha}^2 e_{1\gamma}^* e_{2\delta}] \}. \quad (9.40)
 \end{aligned}$$

Его можно получить, действуя так же, как было описано выше, но используя вместо соотношений (9.29) равенства (9.30). Заметим, что для простоты выражение (9.40) записано при условии, что степень неортогональности  $\bar{\alpha}$  — действительная величина. Это условие, в частности, выполнено

\*) Не вдаваясь в подробности, отметим, что сильная неортогональность ( $\bar{\alpha}\bar{\alpha}^* \sim 1$ ) в плазме реализуется, если эрмитова часть тензора диэлектрической проницаемости ( $\epsilon_{\alpha\beta} + \epsilon_{\beta\alpha}^*$ ) сравнима по величине с антиэрмитовой ( $\epsilon_{\alpha\beta} - \epsilon_{\beta\alpha}^*$ ). Если же тензор  $\epsilon_{\alpha\beta}$  близок к эрмитову или антиэрмитову, то степень неортогональности становится малой, что и оправдывает использование в этом случае тензоров (9.36) для анализа переноса поляризации излучения [125]



в плазме с изотропным распределением частиц по импульсам. Обобщить  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  на случай комплексных  $\bar{\alpha}$  нетрудно.

В среде, где поляризации нормальных волн неортогональны, излучение, содержащее лишь волны одного типа, по-прежнему подчиняется уравнениям (9.38), (9.39) и не меняет характера своей поляризации в процессе распространения (если волны другого типа отсутствуют). Однако при наличии волн обоих типов интенсивность излучения в среде  $I$  уже не складывается из интенсивностей волн разных типов \*):  $I \neq I_1 + I_2$ , причем перестает быть справедливым и уравнение переноса в форме (9.39). В этом случае, тем не менее, можно добиться [127], чтобы интенсивность определенной части излучения все-таки подчинялась уравнению типа (9.39), если ввести так называемые векторы «переносной» поляризации  $t_1$ ,  $t_2$ , ортогональные векторам поляризации нормальных волн  $e_1$ ,  $e_2$ :

$$e_1 t_1^* = 0, \quad e_2 t_2^* = 0. \quad (9.41)$$

При этом интенсивность  $I_{t_1}$  излучения, обладающего «переносной» поляризацией  $t_1$ , будет изменяться в пространстве в соответствии с уравнением

$$\frac{dI_{t_1}}{dz} = -2k_2'' I_{t_1}, \quad (9.42)$$

а интенсивность излучения, поляризация которого отвечает вектору  $t_2$ , описывается уравнением

$$\frac{dI_{t_2}}{dz} = -2k_1'' I_{t_2}. \quad (9.43)$$

Эти уравнения можно получить строго из уравнений переноса (9.34). Они становятся вполне очевидными, если учесть, что в излучении с переносной поляризацией  $t_2$  не содержится обыкновенных волн, обладающих вектором поляризации  $e_2$ . Это означает, что в  $I_{t_2}$  содержатся только необыкновенные волны. Поэтому вполне естественно идентичность уравнения переноса (9.43) для  $I_{t_2}$  и уравнения переноса (9.39), описывающего изменение интенсивности необыкновенного излучения. То же самое, разумеется, справедливо и в отношении уравнения (9.42). Поскольку переносные

---

\* ) Полная интенсивность  $I$  тогда зависит от  $z$ , осциллируя с пространственным периодом  $2\pi/(k_1' - k_2')$  [125, 126].

поляризации неортогональны между собой при  $\alpha \neq 0$ , полная интенсивность излучения не равна сумме  $I_{i_1} + I_{i_2}$ .

В условиях космической плазмы, особенно в межзвездной среде и в плазме дискретных источников, важную роль играет случай слабоанизотропной разреженной среды. Этот вариант реализуется в плазме малой плотности ( $\nu = \omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ), помещенной в слабое магнитное поле ( $u = \omega_B^2/\omega^2 \ll 1$ ), когда элементы тензора диэлектрической проницаемости удовлетворяют критерию

$$|\epsilon_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}| \ll 1 \quad (9.44)$$

( $\delta_{\alpha\beta}$  — символ Кронекера). При этом тензор переноса  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  (9.40) существенно упрощается и может быть приведен [125] к виду

$$T_{\alpha\beta\gamma\delta} = i \frac{\omega}{c} (\epsilon_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \epsilon_{\beta\delta}^* \delta_{\alpha\gamma}). \quad (9.45)$$

Если в тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}$  явно входит волновой вектор  $\mathbf{k}$ , то при подстановке  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в (9.45) величину  $k$  следует положить равной  $\omega/c$ . Поскольку индексы  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  принимают только два значения  $x, y$ , ясно, что элементы тензора переноса  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  (9.45) определяются лишь компонентами  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в плоскости  $x, y$ .

Уравнение переноса (9.34) с тензором  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  (9.45) было получено В. Н. Сазоновым и В. Н. Цытовичем [128] непосредственно из уравнений Максвелла. Элементы тензора  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  весьма просто выражаются через элементы тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$ . В этом отношении представление  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  в форме (9.45) существенным образом отличается от  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  в виде (9.35), (9.36) и (9.40), поскольку в них фигурируют непосредственно параметры нормальных волн в плазме (векторы поляризации, показатели преломления и поглощения). Какую форму  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  лучше применять для анализа поляризации космического излучения — зависит от характера поставленной задачи и в значительной степени определяется соображениями удобства. При этом не следует, конечно, забывать о пределах применимости разных форм тензора переноса поляризации.

Выше совсем не затрагивался важный вопрос о нахождении тензора поляризации источников излучения в плазме  $S_{\alpha\beta}$ . Эта задача достаточно сложна. В общем случае тензор  $S_{\alpha\beta}$  может быть выражен через интегралы от произведений

фурье-компонент сторонних токов в источнике. Для слабоанизотропной плазмы такие выражения можно найти в [128]; для конкретных типов источников синхротронного излучения — в [128] и др. Однако задача становится более простой в случае теплового излучения, т. е. излучения в системе, где частицы имеют равновесное распределение по энергиям и импульсам. В этом случае тензор  $S_{\alpha\beta}$  может быть выражен через тензор переноса  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  и тензор поляризации равновесного излучения  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$  — подобно тому как излучательная способность теплового излучения  $a_\omega$  может быть представлена через коэффициент поглощения  $\mu_j$  и равновесную интенсивность  $I_\omega^{(0)}$  (закон Кирхгофа (8.31)). Действительно, в условиях полного термодинамического равновесия вещества с излучением в однородной среде  $dI_{\alpha\beta}^{(0)}/dz = 0$  и, следовательно,

$$S_{\alpha\beta} = -T_{\alpha\beta\gamma\delta} I_{\gamma\delta}^{(0)} \quad (9.46)$$

(см. (9.34)). Поскольку  $S_{\alpha\beta}$  определяется только характером источников излучения (распределением сторонних токов в них) и не зависит от окружающего излучения (если оно не слишком велико), становится ясным, что соотношение (9.46) будет справедливо и в отсутствие термодинамического равновесия между веществом и излучением; достаточно лишь, чтобы плазма оставалась равновесной в отношении распределения частиц, определяющего вид тензора диэлектрической проницаемости.

Проблема нахождения  $S_{\alpha\beta}$  с помощью (9.46) становится особенно простой в слабоанизотропной разреженной плазме, когда в первом приближении можно считать тензор  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$  таким же, как в вакууме:

$$I_{\alpha\beta}^{(0)} = I_\omega^{(0)} \delta_{\alpha\beta}. \quad (9.47)$$

При написании этой формулы мы пронормировали  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$  так, чтобы при  $\alpha = \beta$  величина  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$  совпадала с равновесной интенсивностью  $I_\omega^{(0)}$ , имеющей смысл потока энергии в единичном интервале частот и телесных углов. При  $\alpha \neq \beta$  величина  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$  (9.47) равна нулю; это отражает неполяризованный характер равновесного излучения в вакууме. Принимая во внимание выражение (9.45) для  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , из

(9.46) и (9.47) получаем, что в слабоанизотропной разреженной равновесной плазме [127] \*)

$$S_{\alpha\beta} = -i \frac{\omega}{2c} I_{\omega}^{(0)} (\epsilon_{\alpha\beta} - \epsilon_{\beta\alpha}^*). \quad (9.48)$$

Величина  $I_{\omega}^{(0)}$  описывается при этом формулой (2.17), в которой для обсуждаемых условий следует положить  $n = 1$  и  $\cos \vartheta = 1$ . Заметим, что согласно (9.48) тензор поляризации источников в равновесной плазме непосредственно определяется антиэрмитовой частью тензора  $\epsilon_{\alpha\beta}$ .

Аналог (9.46) закона Кирхгофа был использован [133] для отыскания тензора  $S_{\alpha\beta}$  в более сложном случае равновесной магнитоактивной плазмы с произвольной степенью анизотропии (но в предположении об ортогональности поляризаций нормальных волн). Оказалось, что источники теплового излучения в плазме испускают некогерентные между собой обыкновенные и необыкновенные волны; поэтому поляризация теплового излучения в магнитоактивной среде должна совпадать с поляризацией нормальных волн. Так, например, при выполнении условий квазипродольного распространения (5.24), когда обыкновенные и необыкновенные волны поляризованы по кругу, источники теплового излучения в плазме излучают наряду с естественно поляризованным только циркулярно поляризованное излучение. Поэтому линейная поляризация излучения в такой среде не может возникнуть за счет собственных источников теплового излучения. Соответственно в квазипоперечном приближении (5.25) с линейно-поляризованными нормальными волнами источники теплового излучения дают вклад лишь в линейно-поляризованное излучение и не могут обеспечить появление излучения, поляризованного по кругу.

В заключение этого раздела подчеркнем, что рассмотренные уравнения переноса поляризации применимы лишь в однородной среде. Нетрудно обобщить эти уравнения на случай распространения излучения вдоль градиента  $\epsilon_{\alpha\beta}$  в плоскостной среде. Более сложной проблемой представляется получение соответствующих уравнений в случае распространения излучения под углом к градиенту  $\epsilon_{\alpha\beta}$

---

\*) Из (9.46) ясно, что малые поправки к  $I_{\alpha\beta}^{(0)}$ , обусловленные конечной плотностью плазмы и анизотропией, скажутся лишь незначительно на величине  $S_{\alpha\beta}$ .

в плоскостной среде и для распространения в произвольной неоднородной среде. Здесь возникают дополнительные трудности, связанные с необходимостью учитывать различия в траекториях лучей для обыкновенных и необыкновенных волн \*). Однако в достаточно разреженной неоднородной среде, когда рефракция становится несущественной, для анализа поляризации излучения можно использовать приведенные выше уравнения: достаточно при этом считать элементы тензора поляризации источников  $S_{\alpha\beta}$  и тензора переноса поляризации  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  функциями координат.

**Решение уравнений переноса поляризации.** Исследование уравнений переноса поляризации с тензором  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  в общем виде затруднительно: решения получаются весьма громоздкими и трудно обозримыми. Поэтому приходится обращаться к разного рода предельным случаям, среди которых важную роль играют квазипродольное и квазипоперечное приближения. В первом из них волны обоих типов (обыкновенные и необыкновенные) поляризованы по кругу, во втором — линейно. Квазипродольное приближение имеет широкую область применимости в космической плазме (солнечная корона, оболочки сверхновых, межзвездная среда и пр.); случай линейно-поляризованных нормальных волн может представить интерес для некоторых специальных условий распространения радиоволн в солнечной короне, ионосфере Юпитера, а также в магнитосферах нейтронных звезд. В обоих указанных приближениях уравнение переноса поляризации (9.34) с тензором  $T_{\alpha\beta\gamma\delta}$  в форме (9.35), (9.36) существенно упрощается.

Действительно, в случае циркулярно поляризованных необыкновенных и обыкновенных волн векторы поляризации соответственно равны

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0); \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (i\mathbf{x}_0 + \mathbf{y}_0) \quad (9.49)$$

( $\mathbf{x}_0$  и  $\mathbf{y}_0$  — единичные векторы координатных осей  $x$  и  $y$ , расположенных в плоскости, ортогональной  $\mathbf{k}$ ). Внося эти значения  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  в выражения для тензоров  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ ,  $K_{\alpha\beta\gamma\delta}$

---

\*) В приближении малоуглового рассеяния этот эффект учтен в уравнении переноса, полученном в [228] для хаотически неоднородной среды.

(9.36), запишем уравнения переноса поляризации (9.34) сразу через параметры Стокса (2.26):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI}{dz} &= S_I - (k_1'' + k_2'') I + (k_1'' - k_2'') V, \\ \frac{dV}{dz} &= S_V - (k_1'' + k_2'') V + (k_1'' - k_2'') I; \end{aligned} \right\} \quad (9.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ}{dz} &= S_Q - (k_1'' + k_2'') Q + (k_1' - k_2') U, \\ \frac{dU}{dz} &= S_U - (k_1'' + k_2'') U - (k_1' - k_2') Q. \end{aligned} \right\} \quad (9.51)$$

Здесь через  $S_I$ ,  $S_V$ ,  $S_Q$ ,  $S_U$  обозначены соответственно величины  $S_{xx} + S_{yy}$ ,  $S_{xx} - S_{yy}$ ,  $i(S_{yx} - S_{xy})$ ,  $S_{yx} + S_{xy}$ .

Для квазипоперечного распространения векторы поляризации необыкновенных и обыкновенных волн равны соответственно

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{y}_0, \quad (9.52)$$

если магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  направлено вдоль оси  $\mathbf{y}_0$ . В этом случае уравнения переноса поляризации (9.34) — (9.36) приобретают такой вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI}{dz} &= S_I - (k_1'' + k_2'') I - (k_1'' - k_2'') Q, \\ \frac{dQ}{dz} &= S_Q - (k_1'' + k_2'') Q - (k_1'' - k_2'') I, \\ \frac{dU}{dz} &= S_U - (k_1'' + k_2'') U - (k_1' - k_2') V, \\ \frac{dV}{dz} &= S_V - (k_1'' + k_2'') V + (k_1' - k_2') U, \end{aligned} \right\} \quad (9.53)$$

где поляризация источников характеризуется параметрами  $S_I = S_{xx} + S_{yy}$ ,  $S_Q = S_{xx} - S_{yy}$ ,  $S_U = S_{xy} + S_{yx}$ ,  $S_V = i(S_{yx} - S_{xy})$ .

Поскольку квазипродольное распространение в условиях космической плазмы представляет более широкий интерес, мы рассмотрим перенос поляризации излучения в этом случае подробнее [38]. Не представляет труда провести аналогичным образом и анализ уравнения переноса поляризации в квазипоперечном приближении (9.53) (в этой связи см., например, [126]).

Итак, обращаясь к системе (9.50), (9.51), замечаем, что эффект Фарадея, определяемый сдвигом фаз между нормаль-

ными волнами (разностью  $k'_1 - k'_2$ ), на уравнениях (9.50) не сказывается. Это вполне естественно, поскольку вращение эллипса поляризации не меняет общей интенсивности излучения  $I$  и степени круговой поляризации  $\zeta_k = V/I$ . Однако эффект Фарадея, как видно из (9.51), может изменить степень линейной поляризации  $\zeta_l = \sqrt{Q^2 + U^2}/I$  и ориентацию эллипса  $\chi$  в соответствии с соотношением  $\text{tg}(2\chi) = U/Q$  (см. § 2).

Если ввести понятие интенсивностей необыкновенного ( $I_1$ ) и обыкновенного ( $I_2$ ) излучений, связанных с параметрами Стокса соотношениями

$$I = I_1 + I_2, \quad V = I_2 - I_1 \quad (9.54)$$

(см. (2.33)), то после подстановки их в (9.50), сложения и вычитания этих уравнений получим

$$\frac{dI_1}{dz} = S_1 - 2k'_1 I_1, \quad \frac{dI_2}{dz} = S_2 - 2k'_2 I_2, \quad (9.55)$$

где  $S_I = S_1 + S_2$ ,  $S_V = S_2 - S_1$ .

Формулы (9.55) демонстрируют то отмеченное в предыдущем разделе обстоятельство, что в случае ортогональности поляризаций нормальных волн излучение, содержащее волны одного типа (например, необыкновенные), описывается уравнением переноса интенсивности вида (9.39) независимо от наличия в среде волн другого типа.

Нетрудно написать общее решение системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами (9.50), (9.51), выразив константы в этом решении через значения параметров Стокса в начале слоя (при  $z = 0$ ; см. [38]). Если собственное излучение слоя плазмы несущественно ( $S_I = S_V = S_U = S_Q = 0$ ), то из этих решений следует, что степень круговой поляризации \*)

$$\zeta_k \equiv \frac{V}{I} = \frac{1 + \zeta_k^0 - (1 - \zeta_k^0) e^{-2(k''_1 - k''_2)z}}{1 + \zeta_k^0 + (1 - \zeta_k^0) e^{-2(k''_1 - k''_2)z}}, \quad (9.56)$$

а степень линейной поляризации

$$\zeta_l = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} = \frac{2\zeta_l^0}{(1 - \zeta_k^0) e^{-(k''_1 - k''_2)z} + (1 + \zeta_k^0) e^{(k''_1 - k''_2)z}}. \quad (9.57)$$

\*) Здесь и ниже верхний индекс «нуль» указывает на то, что соответствующая величина относится к точке  $z = 0$ .

Ориентация эллипса поляризации  $\chi$  при этом определяется соотношением

$$\operatorname{tg}(2\chi) \equiv \frac{U}{Q} = \operatorname{tg}[2\chi^0 - (k'_1 - k'_2)z],$$

согласно которому

$$\Delta\chi \equiv \chi - \chi^0 = \frac{1}{2}(k'_2 - k'_1)z = \frac{\omega}{2c}(n_2 - n_1)z \quad (9.58)$$

(эффект Фарадея, ср. с (9.11), (9.12)). Из приведенных формул ясно, что по мере распространения излучения в магнитоактивной плазме без источников эллипс поляризации равномерно вращается, причем степень линейной поляризации  $\zeta_\lambda$  при условии

$$|k''_1 - k''_2|z \gg 1 \quad (9.59)$$

становится экспоненциально малой. Степень круговой поляризации в области (9.59) близка к  $\pm 1$  даже в том случае, если в начале слоя излучение не было поляризовано по кругу ( $\zeta_k^0 = 0$ ). Последнее обусловлено различным поглощением нормальных волн в плазме, поляризованных по правому и левому кругу. Соответственно знак  $\zeta_k$  определяется знаком разности  $k''_1 - k''_2$ .

Обсудим теперь характер изменения поляризации с учетом собственного излучения магнитоактивной плазмы, ограничиваясь сначала случаем, когда падающее на слой плазмы излучение отсутствует ( $I^0 = V^0 = Q^0 = U^0 = 0$ ), а слой плазмы столь тонок

$$|k''_{1,2}z| \ll 1, \quad (9.60)$$

что влияние поглощения можно не учитывать. Тогда из общего решения системы (9.50)–(9.51) вытекает, что  $I \approx S_I z$ ,  $V = S_V z$  и, следовательно, степень круговой поляризации не меняется:  $\zeta_k = V/I = \operatorname{const}$ . В этом случае зависимость степени линейной поляризации от толщины однородного слоя плазмы  $z$  описывается формулой [122]:

$$\zeta_\lambda = \frac{V\sqrt{U^2 + Q^2}}{I} = \zeta_\lambda^S \left| \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(k'_1 - k'_2)z\right]}{\frac{1}{2}(k'_1 - k'_2)z} \right|, \quad (9.61)$$

в которой  $\zeta_\lambda^S = \sqrt{S_U^2 + S_Q^2}/S_I$  — степень линейной поляризации источников излучения в этом слое. Из (9.61)



получаем, что при условии

$$\frac{1}{2} (k'_1 - k'_2) z = \frac{\omega}{2c} (n_1 - n_2) z \gg 1 \quad (9.62)$$

степень линейной поляризации излучения из плазменного слоя резко убывает по сравнению с величиной  $\zeta_{\text{л}}^S$ . Далее, отношение параметров Стокса  $U$  и  $Q$  здесь равно

$$\frac{U}{Q} = \operatorname{tg} \left[ 2\chi^S - \frac{1}{2} (k'_1 - k'_2) z \right], \quad \operatorname{tg} (2\chi^S) = \frac{S_U}{S_Q},$$

и, следовательно, ориентация эллипса поляризации  $\chi(z)$  меняется по закону

$$\chi = \chi^S + \frac{1}{4} (k'_2 - k'_1) z + \frac{\pi}{2} m. \quad (9.63)$$

Целое число  $m$  изменяется на единицу в точках  $z$ , где степень линейной поляризации (9.61) обращается в нуль (т. е. в точках, где  $(k'_1 - k'_2) z = 2\pi m$ ). При подходе к указанным точкам угол  $\chi$  приближается к  $\chi^S + \pi/4$  или  $\chi^S - \pi/4$  (в зависимости от знака разности  $k'_1 - k'_2$ ), в то время как после этих точек изменение  $\chi$  каждый раз начинается с  $\chi^S$ , т. е. с ориентации, характерной для источников излучения. При этом изменение  $\chi$  происходит вдвое медленнее, чем для излучения, падающего на слой плазмы извне (см. формулы (9.63) и (9.58)). Более медленное вращение эллипса поляризации обусловлено тем, что к излучению каждого элементарного источника, испытывающему по мере распространения в плазме обычное фарадеевское вращение (9.58), по пути добавляется излучение от других источников с фиксированной ориентацией эллипса поляризации [38].

Особое внимание в обсуждаемом случае оптически тонкого источника (9.60) надо обратить на условие (9.62), при котором происходит сильная деполяризация (уменьшение наблюдаемой величины  $\zeta_{\text{л}}$  по сравнению с  $\zeta_{\text{л}}^S$ ), делающая невозможной регистрацию линейной поляризации излучения даже в случае высоких значений  $\zeta_{\text{л}}^S$ . Из сопоставления (9.62) с (9.58) ясно, что деполяризация происходит, когда имеет место сильное фарадеевское вращение излучения в пределах области генерации ( $\Delta\chi \gg 1$ ). Благодаря этому обстоятельству ориентации эллипсов поляризации излучения, пришедшего в точку наблюдения от разных точек источника, лежащих на одном луче, будут заключены в широ-

ком интервале углов  $\Delta\chi \gg 1$ . При этом эллиптически поляризованное излучение источников наблюдается как циркулярно поляризованное, а излучение, поляризованное линейно, как хаотически поляризованное. Указанная деполаризация не происходит лишь при условии  $|\Delta\chi| \ll 1$ , которое, как нетрудно убедиться, налагает серьезные ограничения на размеры областей генерации линейно- или эллиптически-поляризованного излучения. В самом деле, из (9.14) следует, что в пределах излучающей области с линейным размером  $L$  величина  $|\Delta\chi| \ll 1$ , если

$$L \ll f^2/2,35 \cdot 10^4 N B_0 |\cos \alpha|. \quad (9.64)$$

В солнечной короне с  $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$  и  $B_0 |\cos \alpha| \sim 10 \text{ гс}$  для радиоизлучения на частоте  $f \sim 10^{10} \text{ гц}$  величина  $L$  должна быть меньше  $2 \cdot 10^6 \text{ см}$ ; в метровом диапазоне еще на четыре порядка меньше. Поскольку размеры источников солнечного радиоизлучения обычно превышают указанные значения, деполаризация вследствие эффекта Фарадея в излучающей области будет практически полной. Создание линейно- или эллиптически поляризованного солнечного радиоизлучения возможно лишь за счет специальных условий выхода радиоизлучения за пределы солнечной короны, включая эффекты линейного взаимодействия волн (см. об этом § 7).

Рассмотрим теперь характер поляризации излучения из однородного оптически толстого источника ( $2k''_{1,2z} \gg 1$ ). В подобном источнике поглощение становится весьма существенным, а падающим на него излучением можно пренебречь. В этом случае из решения системы (9.50) — (9.51) следует, что степени линейной и круговой поляризации излучения  $\zeta_\lambda$  и  $\zeta_\kappa$  не зависят от координаты  $z$  и определяются лишь характером поляризации источников ( $\zeta_\lambda^S$  и  $\zeta_\kappa^S$ ) и поглощением ( $k''_{1,2}$ ). Вращение эллипса поляризации отсутствует: на расстояниях, где  $2k''_{1,2z} \gg 1$ , угол  $\chi$  принимает фиксированное значение, несмотря на эффект Фарадея. При этом угол  $\chi$  близок к  $\chi^S$ , если фарадеевское вращение несущественно по сравнению с эффектами поглощения:  $|k'_1 - k'_2| \ll k''_1 + k''_2$ . В случае сильного эффекта Фарадея, когда  $|k'_1 - k'_2| \gg k''_1 + k''_2$ , угол  $\chi \approx \chi^S \pm \pi/4$  (знак совпадает со знаком разности  $k'_2 - k'_1$ ). Указанные результаты не удивительны, если принять во внимание тот факт, что в каждой точке  $z$ , достаточно удаленной от начала слоя

( $2k_{1,2}'' z \gg 1$ ), излучение создается источниками в слоях одинаковой протяженности  $\Delta z_{1,2} \sim (2k_{1,2}'')^{-1}$ .

В предыдущем разделе отмечалось, что поляризация источников теплового излучения, действующих в равновесной плазме, — циркулярная (в квазипродольном приближении):  $S_U = S_Q = 0$  и  $\zeta_{\perp}^S = 0$ . Из (9.61) следует, что в указанных условиях собственное излучение, выходящее из слоя плазмы, не может содержать линейно-поляризованной компоненты [133]. Тот же вывод справедлив и для источника произвольной оптической толщины. Поэтому существование линейной поляризации радиоизлучения из тех областей, где в широких пределах выполнены условия квазипродольного распространения (например, в межзвездной среде и в оболочках сверхновых), служит веским аргументом, указывающим на нетепловой характер этого излучения \*).

Отмеченное совпадение поляризации теплового излучения с поляризацией нормальных волн в плазме означает, что обыкновенная и необыкновенная компоненты в составе теплового излучения некогерентны между собой. Последний факт, разумеется, не зависит от угла между  $k_{1,2}$  и магнитным полем в плазме  $B_0$ . Поэтому и в общем случае — для произвольных ориентаций волновых векторов  $k_{1,2}$  по отношению к  $B_0$  — поляризация источников теплового излучения в плазме совпадает с поляризацией нормальных волн (если эти поляризации ортогональны).

Характер поляризации излучения резко меняется (по сравнению с рассмотренным выше), если в плазме реализуются условия, при которых становится возможным усиление нормальных волн:  $k_{1,2}'' < 0$  (об этих условиях см. гл. VI). Степень круговой поляризации  $\zeta_k$  в области  $-2k_{1,2}'' z \gg 1$  оказывается постоянной и определяется характером поляризации источников и падающего излучения до тех пор, пока  $2 |k_1'' - k_2''| z \ll 1$ . Однако на достаточно больших расстояниях  $z$ , удовлетворяющих противоположному неравенству,  $\zeta_k(z) \rightarrow \pm 1$  независимо от свойств источников и падающего излучения. Знак  $\zeta_k$  при этом определяется знаком разности  $k_2'' - k_1''$ . Поскольку полная степень поляризации  $\zeta = \sqrt{\zeta_{\perp}^2 + \zeta_k^2} \leq 1$ , ясно, что при  $\zeta_k \rightarrow \pm 1$  степень линейной поляризации  $\zeta_{\perp} \rightarrow 0$ .

\*) Если, конечно, такая поляризация не формируется по пути, например, за счет эффектов линейного взаимодействия волн.

Здесь, на примере среды с круговой поляризацией обыкновенных и необыкновенных волн мы встретились с обстоятельством, имеющим весьма важное значение для суждения о возможных поляризационных характеристиках излучения из тех космических объектов, в которых имеет место усиление волн. Из приведенного примера можно сделать общее утверждение о том, что в случае достаточно большого усиления в области генерации излучения ( $-2k_{1,2}''L \gg 1$ ;  $L$  — размер области генерации) и заметного различия в величине этого усиления для волн разных типов ( $2 | k_1'' - k_2'' | L \gg 1$ ) выходящее за пределы источника излучения будет принадлежать к одному типу волн — обыкновенным или необыкновенным, в зависимости от того, какой коэффициент усиления больше. Поляризация излучения полностью определяется поляризацией этого типа волн в космической плазме и не зависит от поляризации излучения, испускаемого отдельными частицами источника.

На этом мы закончим анализ решений уравнений переноса поляризации, по необходимости весьма ограниченный и неполный. Отметим лишь, что существует довольно обширная литература, посвященная переносу поляризации конкретных видов излучения, главным образом синхротронного (см. работы [45, 127—131, 229] и др.). Уравнения переноса поляризации оказались весьма полезными и при анализе влияния эффекта Зеемана на поляризацию спектральных линий в излучении Солнца и магнитных звезд [132], однако указанная проблема выходит за рамки этой книги.

## ГЛАВА IV

### СОБСТВЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

В этой главе мы рассмотрим различные процессы излучения заряженных частиц, из которых складывается излучательная способность космической плазмы. Излучение частиц в плазме зависит от их энергии, условий движения в электрических и магнитных полях, а также от характеристик окружающей среды. Основную роль в создании излучения космической плазмы (прежде всего в радиодиапазоне) играют тормозное, черенковское и магнитотормозное излучения; на них и будет сосредоточено основное внимание в этой главе. В формировании спектра наблюдаемого внеземного излучения эти процессы участвуют или непосредственно или в результате рассеяния волн, которое будет обсуждаться позднее — в главе VII. Указанные типы излучения, разумеется, не исчерпывают все богатство спектра космического радиоизлучения: достаточно сказать, что в радиодиапазоне регистрируются спектральные линии, возникающие при электронных переходах между дискретными уровнями атомов и молекул межзвездной среды — линии нейтрального водорода H, гидроксила OH и пр., изучение которых стало мощным средством исследования межзвездной среды. Однако при таких процессах плазменные явления не играют, по-видимому, существенной роли, что лишает нас оснований рассматривать указанный тип излучения в этой книге \*).

#### § 10. Излучение волн отдельными заряженными частицами

**Тормозное излучение.** Тормозным обычно называют излучение, возникающее при пролете одной заряженной частицы мимо другой (столкновении двух частиц), если на-

---

\*) В этой связи см., впрочем, работы [297, 298], где обсуждается влияние эффектов индуцированного рассеяния в плазме на характер спектральных линий излучения.

летающая частица после соударения остается свободной — не захватывается второй частицей. Поэтому в астрофизике переходы, сопровождаемые испусканием квантов тормозного излучения, носят название свободно-свободных переходов, в отличие, например, от свободно-связанных (рекомбинационных) переходов, которые ведут к захвату электрона ионом.

При столкновениях частиц с существенно различной массой (электрона и иона) более тяжелую частицу можно считать неподвижной. Тогда тормозное излучение возникает за счет потери энергии электрона. Энергия испускаемого кванта  $\hbar\omega$  заведомо не превышает начальной кинетической энергии электрона  $\mathcal{E}_{\text{кин}}$ . Это ограничивает широкий спектр тормозного излучения максимальной частотой  $\omega_{\text{max}}$ :

$$\omega \leq \omega_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{кин}}}{\hbar}. \quad (10.1)$$

Максимальное изменение  $\Delta\mathcal{E}$  кинетической энергии электрона в кулоновском поле иона наступает в момент наибольшего сближения частиц на расстояние  $r_{\text{min}} \sim q$ , где  $q$  — прицельный параметр при столкновении\*). На расстоянии  $r_{\text{min}}$  потенциальная энергия электрона в кулоновском поле иона с зарядом  $Ze$  составит  $Ze^2/r_{\text{min}}$ . Соответственно  $\Delta\mathcal{E} \sim Ze^2/r_{\text{min}}$  станет сравнимым с исходным значением кинетической энергии  $\mathcal{E}_{\text{кин}}$  для «эффективных» столкновений, в которых

$$q \sim r_{\text{min}} \sim \frac{Ze^2}{\mathcal{E}_{\text{кин}}} \sim 2 \frac{Ze^2}{m_e v^2}. \quad (10.2)$$

(Последнее соотношение записано для нерелятивистского электрона с начальной скоростью  $v$ .)

Движение электрона в поле ядра допускает классическое (не квантовое) описание, если  $\lambda_B \ll r_{\text{min}}$  ( $\lambda_B = \hbar/m_e v$  — длина волны де-Бройля для частицы со скоростью  $v$ ). Для нерелятивистского электрона последнее неравенство (с учетом (10.2)) сводится к виду

$$v \ll \frac{2Ze^2}{\hbar}. \quad (10.3)$$

---

\*) Прицельный параметр — наименьшее расстояние, на которое приблизились бы взаимодействующие частицы при условии сохранения прямолинейности своих траекторий.

Тормозное излучение на частотах  $\omega \ll \omega_{\max}$  имеет классический характер, в то время как на высоких частотах  $\omega \sim \omega_{\max}$  (10.1) процесс излучения (да и движение частицы с учетом эффектов «отдачи» при излучении) приобретает квантовый характер.

Расчет тормозного излучения нерелятивистского электрона, движущегося по «классической» траектории со скоростью  $v$  (10.3), существенно упрощается на низких частотах, удовлетворяющих условию

$$\omega \ll \frac{m_e v^2 c}{2Ze^2}, \quad (10.4)$$

где тормозное излучение становится дипольным: длина электромагнитных волн этих частот велика по сравнению с характерными размерами системы «электрон — ион» в момент столкновения ( $r_{\min}$ ). В результате спектральная энергия, излученная в единичном интервале частот при одном столкновении, будет равна (см., например, [37], § 67):

$$\mathcal{E}_\omega = \frac{8\pi}{3c^3} |\ddot{\mathbf{d}}_\omega|^2. \quad (10.5)$$

Здесь  $\ddot{\mathbf{d}}_\omega$  — фурье-компонента разложения дипольного момента системы «электрон — ион»  $\mathbf{d}(t) = -er_e(t) + Zer_i$ . Заметим, что в изотропной среде с показателем преломления  $n_{э,л}(\omega)$  энергия тормозного излучения в дипольном приближении на фактор  $n_{э,л}(\omega)$  отличается от заданной формулой (10.5). В магнитоактивной плазме выражения для  $\mathcal{E}_\omega$  становятся более сложными.

Из формулы (10.5) следует, что при столкновении двух одинаковых нерелятивистских частиц (скажем, двух электронов) дипольного тормозного излучения не возникает \*). Здесь есть только квадрупольное излучение, энергия которого в  $(v/c)^2$  раз меньше дипольного излучения электрона при столкновении с неподвижной (тяжелой) частицей. Вот почему для нерелятивистских частиц имеет смысл говорить главным образом о тормозном излучении при столкновениях разных частиц и прежде всего — электронов и ионов (или ядер). В то же время тормозное излучение при взаимодей-

---

\*) Дипольный момент системы из двух электронов есть  $\mathbf{d} = e(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ , где  $\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = \mathbf{R}$  — радиус-вектор центра масс системы. Если на последнюю внешние силы не действуют, то  $\ddot{\mathbf{R}} = 0$  и  $\ddot{\mathbf{d}} = 0$ .

ствии тяжелых частиц тоже будет слабым — из-за малости ускорения, испытываемого ими при ударе.

Спектральная энергия тормозного излучения существенно зависит от величины прицельного параметра  $q$ . В то же время при решении конкретных проблем излучения космической плазмы обычно представляет интерес не излучение при соударениях двух частиц, а излучение целого ансамбля частиц, испытывающих соударения с различными прицельными параметрами. Поэтому с точки зрения приложений важно знать не  $\mathcal{E}_\omega$ , а эффективную спектральную мощность излучения — результат усреднения  $\mathcal{E}_\omega$  по различным значениям прицельного параметра:

$$\kappa_\omega = 2\pi \int_0^\infty \mathcal{E}_\omega q dq. \quad (10.6)$$

Нетрудно видеть, что  $\kappa_\omega$  представляет собой спектральную мощность тормозного излучения потока частиц (с единичной плотностью потока \*) при соударениях с одной фиксированной частицей. Наряду с  $\kappa_\omega$  в теории тормозного излучения используется также эффективное дифференциальное сечение для тормозного излучения  $\sigma_\omega = \kappa_\omega / \hbar \omega$ , имеющее размерность произведения площади на время и характеризующее число фотонов в единичном интервале частот, излучаемых в единицу времени единичным потоком частиц при столкновениях с одной частицей.

Если кулоновский центр с зарядом  $Ze$  остается неподвижным (приближение, вполне допустимое при столкновениях электронов с ионами), то

$$\kappa_\omega = \frac{16e^6 Z^2}{3v^2 c^3 m_e^2} \ln \left( \frac{2m_e v^3}{\delta \omega e^2 Z} \right) \quad \omega \ll \frac{m_e v^3}{Ze^2}; \quad (10.7)$$

$$\kappa_\omega = \frac{16\pi e^6 Z^2}{3\sqrt{3} v^2 c^3 m_e^2} \quad \omega \gg \frac{m_e v^3}{Ze^2}. \quad (10.8)$$

Коэффициент  $\delta = e^C \approx 1,781$ , где  $C$  — постоянная Эйлера. Соответствующая процедура перехода от (10.5) к (10.6), которая приводит в результате к формулам (10.7), (10.8), указана в [37], § 70. Напомним, что обе формулы написаны

---

\*) Имеется в виду поток движущихся в одном направлении частиц с концентрацией, при которой в единицу времени через единицу площади проходит одна частица.



в дипольном приближении (10.4). При этом выражение (10.7) справедливо для столкновений как одинаковых, так и противоположных зарядов, а выражение (10.8) — только для столкновений разноименных зарядов. В случае соударений частиц с зарядами одного знака вместо (10.8) имеет место выражение, согласно которому  $\kappa_{\omega} \sim \exp(-2\pi\omega e^2 Z/m_e v^3)$ .

Полные потери энергии частицы на тормозное излучение в единицу времени при прохождении через среду с концентрацией ионов  $N_+$ , очевидно, выражаются следующим образом \*):

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{торм}} = \int_0^{\omega_{\text{max}}} \kappa_{\omega} d\omega N_+ v. \quad (10.9)$$

Эту величину можно приближенно оценить, подставив в (10.9) выражение (10.8) для  $\kappa_{\omega}$ :

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{торм}} \sim \frac{8\pi e^6 Z^2 N_+ v}{3\sqrt{3} m_e c^3 \hbar} \quad (10.10)$$

(см., например, [134], гл. 16). Неточность формулы (10.10) связана с экстраполяцией формулы (10.8) за пределы ее применимости в область низких частот и, что особенно существенно, на высокие частоты вплоть до  $\omega_{\text{max}} = \mathcal{E}_{\text{кин}}/\hbar$ .

Когда условие (10.3) нарушено (для ионов с  $Z \sim 1$  это может произойти даже у нерелятивистских электронов, чья скорость  $v/c \gtrsim (e^2/\hbar c) Z \approx \frac{1}{137} Z$ ), то процесс столкновений приобретает квантовый характер. Соответствующие формулы для тормозного излучения приведены в [135], § 90, 91. В случае, противоположном (10.3), но при условии  $v \ll c$ , величина

$$\kappa_{\omega} = \frac{16e^6 Z^2}{3v^2 c^3 m_e^2} \ln\left(\frac{2mv^2}{\hbar\omega}\right). \quad (10.11)$$

Формула (10.11) справедлива на частотах  $\omega \ll \omega_{\text{max}}$ , для которых остается малым относительное изменение скорости электрона за счет излучения при одном соударении. При по-

\* Величина  $P_{\omega} = \kappa_{\omega} N_+ v = \hbar\omega\sigma_{\omega} N_+ v$  определяет при этом спектральную мощность тормозного излучения частицы (т. е. энергию, излучаемую частицей в единицу времени в единичном интервале частот).

лучении (10.11) вероятность свободно-свободных переходов при соударениях вычислена в борновском приближении, а излучения — в дипольном.

Полные (просуммированные по всем излучаемым частотам) потери энергии (10.9) для нерелятивистской частицы при движении в среде со скоростью  $v \gg 2e^2 Z/\hbar$  определяются выражением ([136], § 25):

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{торм}} = \frac{16e^6 Z^2 N_{+v}}{3m_e c^3 \hbar}. \quad (10.12)$$

Далее, если электрон релятивистский, то эффективная мощность его тормозного излучения, сосредоточенного при этом в узком угле  $\sim m_e c^2/\mathcal{E}$  вдоль скорости электрона, равна (для  $\omega \ll \omega_{\text{max}}$ , см. [134], гл. 16)

$$\kappa_{\omega} = \frac{16e^6 Z^2}{3m_e^2 c^5} \left[ \ln \left( \frac{2\mathcal{E}^2}{m_e c^2 \hbar \omega} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (10.13)$$

Тормозные потери релятивистского электрона в среднем составляют ([136], § 25):

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{торм}} = \frac{4e^6 Z^2 N_{+}\mathcal{E}}{m_e^2 c^4 \hbar} \left[ \ln \left( \frac{2\mathcal{E}}{m_e c^2} \right) - \frac{1}{3} \right]. \quad (10.14)$$

Основной вклад в эту величину, однако, вносят потери на излучение квантов с энергией  $\hbar\omega \sim \hbar\omega_{\text{max}} \sim \mathcal{E}$ . Поэтому фактическая убыль энергии частиц в каждый момент времени может существенно отличаться от (10.14).

Надо подчеркнуть, что во всех приведенных в этом разделе формулах не учитывалось влияние окружающей среды (плазмы) на тормозное излучение. Это влияние имеет двоякий характер. С одной стороны, присутствие плазмы меняет вид электростатического поля: потенциал иона (или ядра) существенно отличается от кулоновского и резко убывает по величине на расстояниях  $r > D$  от данного заряда (дебаевское экранирование; см. формулу (1.5)). Это экранирование, очевидно, не изменит приведенных результатов, если дебаевский радиус  $D \gg r_{\text{min}}$ , определенного формулой (10.2). В случае  $r_{\text{min}} > D$  оценку  $\kappa_{\omega}$  можно получить, положив верхний предел интегрирования по прицельным параметрам в (10.6) равным  $D$ . Для точного расчета тормозного излучения в этом случае необходимо заново рассчитать  $\mathcal{E}_{\omega}$  с учетом дебаевской формы потенциала заряженной частицы в плазме (1.5). С другой стороны, отличие показателя преломления в плазме от единицы меняет спектр тормозного излучения.

Это изменение легко учесть, если плазма изотропна, а тормозное излучение имеет дипольный характер: спектр будет ограничен снизу ( $\omega > \omega_L$  \*)), а мощность излучения  $\kappa_\omega$  равна вакуумному значению, умноженному на показатель преломления электромагнитных волн  $n_{э,л}(\omega)$  (5.2). Влияние магнитоактивной среды на мощность тормозного излучения будет более сложным. Кроме того, при учете теплового движения в плазме становится возможным тормозное излучение плазменных волн. Дополнительные сведения о тормозном излучении в плазме можно почерпнуть из работ [137—140].

О тормозном излучении космической плазмы в радиодиапазоне будет идти речь в § 12. Здесь мы лишь отметим, что приведенные формулы широко используются также для расчетов рентгеновского излучения солнечной короны, рентгеновских источников, входящих в состав двойных звезд, а также для оценок радиационных потерь энергичных частиц в межзвездной среде.

**Черенковское излучение.** Для излучения заряженной частицы в вакууме необходимо, чтобы она двигалась с ускорением. Примером этого служит формула дипольного излучения (10.7). В среде, однако, возможны условия, при которых излучает заряд, движущийся равномерно. В однородной среде это явление называется эффектом Вавилова — Черенкова. Если среда неоднородна, то наряду с черенковским излучением появляется излучение другого типа — переходное. На нем мы останавливаться не станем (о переходном излучении см. [134] и приведенную там литературу).

Условия черенковского излучения можно получить, решая классическую задачу об электромагнитном поле, создаваемом движущимся в однородной среде зарядом. Однако к этому условию можно прийти значительно проще и нагляднее, используя законы сохранения импульса и энергии системы «электрон + излучение» в их квантовой форме (В. Л. Гинзбург [141]). Это служит иллюстрацией того факта, что элементарные квантовые представления нередко оказываются весьма полезными даже в случаях, когда задача является классической и постоянная Планка не входит в конечный результат.

---

\*) Поскольку при  $\omega < \omega_L$  квадрат показателя преломления  $n_{э,л}^2 < 0$ , и электромагнитные волны таких частот не могут распространяться в плазме (см. § 5).

Итак, пусть нерелятивистский электрон движется в среде с показателем преломления  $n_j(\omega)$  со скоростью  $\mathbf{v}$  (энергия электрона  $m_e v^2/2$ , импульс  $m_e \mathbf{v}$ ). Если он испустит фотон (соответствующий  $j$ -й нормальной волне) с энергией  $\hbar\omega$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}$ , то энергия и импульс электрона примут новые значения,  $m_e v_1^2/2$  и  $m_e \mathbf{v}_1$ . Указанный процесс излучения фотона отдельным электроном возможен лишь в том случае, если выполнены законы сохранения энергии и импульса:

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e v_1^2 + \hbar\omega; \quad (10.15)$$

$$m_e \mathbf{v} = m_e \mathbf{v}_1 + \hbar\mathbf{k}_j. \quad (10.16)$$

Полагая  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + \Delta\mathbf{v}$ , подставим эту величину в (10.15), (10.16):

$$m_e \mathbf{v} \Delta\mathbf{v} + \frac{1}{2} m_e (\Delta\mathbf{v})^2 + \hbar\omega = 0; \quad (10.17)$$

$$m_e \Delta\mathbf{v} + \hbar\mathbf{k} = 0. \quad (10.18)$$

Считая далее, что  $m_e v^2/2 \gg \hbar\omega$  (т. е. изменение скорости электрона при испускании фотона  $|\Delta\mathbf{v}| \ll |\mathbf{v}|$ ), пренебрежем вторым членом в (10.17) по сравнению с первым \*). Исключив затем  $\Delta\mathbf{v}$  из уравнений (10.17), (10.18), получим условие эффекта Вавилова — Черенкова:

$$\omega = k\mathbf{v}. \quad (10.19)$$

Хотя для простоты считалось, что  $v \ll c$ , критерий (10.19) остается справедливым при любой скорости электрона.

Этот критерий можно записать в иной форме, положив  $k = n_j \omega/c$ ,  $v = \beta c$  и обозначив через  $\theta$  угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}$ :

$$\beta n_j \cos \theta = 1. \quad (10.20)$$

Третья форма записи рассматриваемого критерия

$$v_\phi = v \cos \theta \quad (10.21)$$

получается из (10.20) с учетом выражения для фазовой скорости волн  $v_\phi = c/n_j$ . При фиксированных значениях  $v$  и  $v_\phi$  эти критерии определяют «черенковский конус» с осью

---

\*) Именно в пренебрежении «отдачей» при испускании фотона и состоит переход к классическому пределу при отыскании условия появления излучения Вавилова — Черенкова.

вдоль  $\mathbf{v}$  и углом  $2\theta$  при вершине. В направлениях, лежащих на этой конической поверхности, и происходит черенковское излучение (рис. 37).

Равенства (10.19)—(10.21), очевидно, выполняются в среде и только для тех волн, показатель преломления которых  $n_j > 1$  или, что то же самое, фазовая скорость  $v_\phi < c$  (поскольку скорость излучающих частиц  $v < c$  и  $\cos \theta \leq 1$ ). В изотропной плазме для электромагнитных (поперечных) волн  $n_j = n_{эл} < 1$  (см. (5.2)), что препятствует появлению

эффекта Вавилова — Черенкова. Однако показатель преломления плазменных (продольных) волн  $n_{пл}$  может принимать значения больше единицы на частотах, не слишком близких к  $\omega_L$  (см. (5.14) и рис. 8). Вот на этих волнах и возможен эффект Вавилова — Черенкова в изотропной плазме. Из (10.21) следует, что электрон при движении в плазме излучает волны, фазовая скорость которых  $v_\phi = \omega/k \leq v$ .

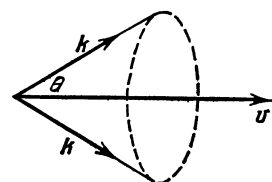


Рис. 37. Конус волновых векторов при эффекте Вавилова — Черенкова.

С другой стороны, как будет показано в § 12, плазменные волны сильно затухают, если  $v_\phi$  становится порядка  $v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$  — тепловой скорости электронов в плазме. Поэтому в спектре черенковского излучения присутствуют плазменные волны с фазовой скоростью в пределах от  $v$  до  $\sim v_T$  (при  $v \gg v_T$ ). Если же скорость электрона  $v \lesssim v_T$ , то он практически не излучает плазменных волн; при  $v \ll v_T$  его поле будет близко к электростатическому (см. (1.5)). Далее, поскольку  $n_{пл} = n_{пл}(\omega)$ , каждой частоте  $\omega$  при черенковском излучении будет соответствовать свое значение угла  $\theta$  (10.20). Величина  $n_{пл}(\omega)$  растет вместе с  $\omega$ , поэтому более высокие частоты излучаются под большими углами  $\theta$  к направлению скорости  $\mathbf{v}$ . Для указанного выше интервала фазовых скоростей  $v_T < v_\phi < v$  значения  $\cos \theta$  заключены в пределах от 1 до  $v_T/v$ .

Спектральная мощность черенковского излучения\*) электроном плазменных волн равна (см., например, [66])

\*) Определение понятия спектральной мощности излучения  $P_{\omega\Omega}$  и используемой ниже мощности излучения в единичном интервале частот  $P_\omega$  см в § 3

гл. 6)

$$P_{\omega\Omega} = \frac{e^2 \omega k}{2\pi \varepsilon(\omega)} \delta(\omega - k\mathbf{v}), \quad (10.22)$$

где  $\delta(\omega - k\mathbf{v})$  — дельта-функция, указывающая на тот факт, что черенковское излучение возникает на частотах и в направлениях, удовлетворяющих критерию (10.19). Интегрируя (10.22) по всем телесным углам (для этого необходимо умножить  $P_{\omega\Omega}$  на  $2\pi \sin \theta d\theta$  и проинтегрировать по  $\theta$  в пределах от 0 до  $\pi$  с учетом дельта-функции от  $\omega - k\mathbf{v}$ ), получим спектральную мощность черенковского излучения [142, 143]:

$$P_\omega = \int P_{\omega\Omega} d\Omega = \frac{e^2 \omega}{v \varepsilon(\omega)}. \quad (10.23)$$

Здесь  $\varepsilon(\omega)$  — диэлектрическая проницаемость изотропной плазмы (4.70).

Чтобы найти полную энергию, теряемую частицей в единицу времени на черенковское излучение плазменных волн, следует проинтегрировать (10.23) по всем излучаемым частотам:

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{чер}} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} P_\omega d\omega \approx \frac{e^2 \omega_L^2}{2v} \ln\left(\frac{2}{3} \frac{v^2}{v_T^2}\right). \quad (10.24)$$

Нижний предел в (10.24) находится из равенства  $\beta n_{\text{пл}}(\omega) = 1$  (см. (10.20)), а верхний — из условия  $v_\phi \sim v_T$ , или, что то же самое,  $kD \approx kv_T/\omega_L \sim 1$  ( $D$  — дебаевский радиус; см. (1.4)). Указанное условие, как уже отмечалось, служит критерием сильного затухания Ландау для плазменных волн. Заметим, что потери энергии частицей с  $v \gg v_T$  на черенковское излучение сравнимы по порядку величины с потерями энергии вследствие столкновений (но не с потерями на тормозное излучение при соударениях, которое обычно значительно слабее).

До сих пор, говоря об эффекте Вавилова — Черенкова, мы имели в виду изотропную плазму. В присутствии постоянного магнитного поля плазма становится магнитоактивной, что приводит к существенному усложнению характера излучения заряженных частиц. При прямолинейном движении частицы в магнитоактивной плазме (скажем, вдоль магнитного поля  $B_0$ ) критерии черенковского излучения

(10.19)—(10.21) сохраняются. Однако теперь наряду с плазменными волнами могут излучаться также электромагнитные волны на тех участках дисперсионных кривых, которым соответствуют значения  $n_{1,2}^2 > 1$ . Из рис. 9—11 следует, что последнее имеет место преимущественно на частотах, для которых  $u = \omega_B^2/\omega^2 > 1$ . При этом в интервале  $0 < \nu < 1$  (где  $\nu = \omega_L^2/\omega^2$ ) могут излучаться необыкновенные волны, а в области  $\nu > 1$  — вистлеры. Соответствующие выражения для спектральной мощности черенковского излучения в магнитоактивной плазме приведены в [144, 145].

Черенковское излучение плазменных волн потоками быстрых частиц играет важную роль в плазменных механизмах радиоизлучения, широко используемых для объяснения некоторых типов солнечного спорадического радиоизлучения, радиоизлучения пульсаров и пр. (см. § 15). При этом весьма существенно то, что черенковское излучение в плазме возможно лишь на тех ветвях дисперсионных кривых, которым соответствуют волны, непосредственно не выходящие из плазмы в вакуум со слабым магнитным полем. В этом легко убедиться, рассматривая рис. 17—20. Указанное обстоятельство нельзя забывать, если наблюдаемое радиоизлучение связывается с черенковским излучением заряженных частиц в космической плазме: такое излучение выходит из плазмы только в результате процессов трансформации за счет линейного взаимодействия волн (§ 7) или эффектов рассеяния (§ 18, 19).

**Магнитотормозное излучение.** Когда электрон движется под углом к магнитному полю  $B_0$ , его траектория представляет собой винтовую линию с осью вдоль поля. Проекция этой винтовой линии на плоскость, ортогональную  $B_0$ , есть окружность; частота вращения электрона по этой окружности совпадает с релятивистской гирочастотой  $\Omega_B$  (1.8). Характер излучения электрона при движении по винтовой линии радикально отличается от излучения при прямолинейном движении: черенковское излучение меняет свой характер, наряду с ним появляется магнитотормозное излучение, которое существует не только в среде (как черенковское), но и в вакууме. Как будет показано ниже, частоты излучения при движении электрона по винтовой линии в однородном магнитном поле представляют собой бесконечную совокупность гармоник с номерами  $s = 0, \pm 1, \pm 2$  и т. д. К магнитотормозному излучению относятся все гар-

моники, кроме нулевой; последняя представляет собой модифицированное черенковское излучение.

Если излучающая частица — нерелятивистская (точнее, слабoreлятивистская), т. е. если  $\mathcal{E}_{\text{кин}} \ll m_e c^2$ , то ее магнитотормозное излучение называется циклотронным. Это излучение, как мы убедимся, имеет дипольный характер. Если же, наоборот, электрон релятивистский ( $\mathcal{E} \gg m_e c^2$ ), то его излучение называют синхротронным. Точнее, этот термин применяется к излучению электрона, чья скорость  $v$  составляет с направлением поля  $B_0$  питч-угол  $\vartheta \gg m_e c^2 / \mathcal{E}$ . Излучение частиц с малыми питч-углами  $\vartheta \ll m_e c^2 / \mathcal{E}$  имеет другое название — релятивистское дипольное излучение. Случай  $\vartheta \ll m_e c^2 / \mathcal{E}$  выделен потому, что при переходе в систему отсчета  $A'$ , где скорость поступательного движения релятивистского электрона вдоль магнитного поля обращается в нуль, частица перестает быть релятивистской. В вакууме ее излучение в системе  $A'$  не отличается от обычного циклотронного; релятивистское дипольное излучение при этом выступает как циклотронное излучение, пересчитанное из  $A'$  в систему, движущуюся с релятивистской скоростью относительно последней.

Выше речь шла об излучении электрона в однородном магнитном поле. Однако к магнитотормозному типу можно отнести и особый вид излучения, возникающего при движении (дрейфе) электрона вдоль изогнутых магнитных силовых линий. Это излучение, рассматриваемое обычно в применении к релятивистским частицам, в зарубежной литературе получило название *curvature radiation*. Мы станем именовать его магнитодрейфовым излучением.

Найдем теперь спектр частот, излучаемых электроном в однородном магнитном поле. Для этого снова воспользуемся [56] законами сохранения энергии и импульса при испускании электроном фотона с энергией  $\hbar\omega$  и продольным импульсом  $\hbar k_{||} = \hbar \frac{\omega}{c} n_j \cos \alpha$  ( $k_{||}$  — проекция волнового вектора  $\mathbf{k}$  на направление магнитного поля  $B_0$ ,  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $B_0$ ). Эти законы представим в форме, справедливой и для релятивистских частиц:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_n &\equiv \sqrt{m_e^2 c^4 + p_m^2 c^2} - \sqrt{m_e^2 c^4 + p_n^2 c^2} = \hbar\omega, \\ p_{m||} - p_{n||} &= \frac{\hbar\omega}{c} n_j \cos \alpha, \end{aligned} \right\} (10.25)$$



где  $\mathcal{E}_m$ ,  $\mathcal{E}_n$  и  $p_m$ ,  $p_n$  — энергии и импульсы частицы до испускания фотона (состояние  $m$ ) и после (состояние  $n$ ). Закон сохранения импульса записан только для продольных компонент импульсов частицы и фотона, потому что в магнитном поле у электрона в квантовом состоянии с данной энергией  $\mathcal{E}$  поперечные компоненты импульса  $p_{\perp}$  (в отличие от  $p_{\perp}^2$  и от продольных компонент  $p_{\parallel}$ ) не имеют определенного значения.

Из (10.25) при условии, что  $\hbar\omega \ll m_e c^2$  и  $n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha$  не слишком близко к единице, т. е.

$$\frac{n_j^2 \cos^2 \alpha - 1}{(n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha - 1)^2} \frac{2(1 - \beta^2)}{m_e c^2} (\varepsilon_m - \varepsilon_n) \ll 1,$$

получаем следующее соотношение (см. подробнее [56]):

$$\hbar\omega = \frac{V\sqrt{1-\beta^2}(\varepsilon_m - \varepsilon_n)}{1 - n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha}. \quad (10.26)$$

Здесь  $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$ ;  $\varepsilon_m$  и  $\varepsilon_n$  — это величины  $p_{m\perp}^2/2m_e$  и  $p_{n\perp}^2/2m_e$ , имеющие (для нерелятивистского электрона) смысл энергии поперечного движения. Квадрат поперечного импульса  $p_{\perp}^2$  при движении электрона в магнитном поле принимает квантованные значения, соответствующие так называемым уровням Ландау ([147], § 111):

$$\frac{p_{\perp}^2}{2m_e} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \omega_B \quad (10.27)$$

( $n$  — целое число,  $\omega_B = eB_0/m_e c$  — гирочастота \*). Отсюда следует, что

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_m - \varepsilon_n &\equiv (p_{m\perp}^2 - p_{n\perp}^2)/2m_e = \hbar\omega_B s, \\ s &\equiv m - n = \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned} \right\} \quad (10.28)$$

и, таким образом, условие (10.26) излучения электрона в магнитном поле принимает окончательный вид:

$$\omega = \frac{s\omega_B \sqrt{1-\beta^2}}{1 - n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha}. \quad (10.29)$$

Здесь  $\omega_B \sqrt{1-\beta^2}$  — частота вращения электрона в магнитном поле, а число  $s$  называется номером гармоники в

\*) Несмотря на то, что в (10.27) фигурирует нерелятивистская гирочастота  $\omega_B$ , эта формула справедлива и для релятивистских электронов

спектре магнитотормозного излучения. С квантовой точки зрения  $s$  представляет собой разность между квантовыми числами (номера́ми уровней Ландау)  $m$  и  $n$  в состояниях до и после испускания кванта соответственно (см. (10.28)). В целом соотношение (10.29) представляет собой релятивистскую формулу Доплера, определяющую спектр частот магнитотормозного излучения электрона. Если  $n_j = n_j(\omega)$ , то (10.29) следует рассматривать как уравнение относительно частоты  $\omega$ .

Согласно (10.26) магнитотормозное излучение сопровождается изменением квадрата поперечного импульса электрона. Однако законы сохранения (10.25) позволяют электрону испустить фотон и без изменения  $p_{\perp}^2$ , т. е. при  $s = 0$ . Согласно (10.29) это соответствует частотам, для которых

$$n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha = 1. \quad (10.30)$$

Приведенное условие определяет частоту черенковского излучения электрона при винтовом движении в плазме. Нетрудно видеть, что это условие, вообще говоря, отличается от критерия эффекта Вавилова — Черенкова в изотропной среде (10.20) и не переходит в него при  $B_0 \rightarrow 0$  (поскольку  $\beta_{\parallel} \neq \beta$  и  $\alpha \neq \theta$ , еслиpitch-угол электрона  $\theta$  отличен от нуля). Это вполне естественно, поскольку при переходе к нулевому магнитному полю и «выпрямленной» траектории электрона спектр черенковского излучения в изотропной среде формируется как предел излучения на всех гармониках  $s$ , а не только на нулевой гармонике [148].

Заметим, что в формулу Доплера (10.29) постоянная Планка явно не входит, что указывает на ее классический характер. Вместе с тем не следует забывать, что в (10.29) частота  $\omega$ , определяющая энергию фотона  $\hbar\omega$ , не может быть отрицательной. Это обстоятельство позволяет сделать важные заключения об изменении состояния (направлении переходов) электрона при магнитотормозном излучении.

В самом деле, в области нормального эффекта Доплера, определяемой условием

$$n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha < 1, \quad (10.31)$$

для положительности частоты в формуле (10.29) необходимо, чтобы  $s \equiv m - n > 0$ . Последнее означает, что излучение кванта  $\hbar\omega$  связано с переходом электрона из состояния  $m$

с «поперечной энергией»  $\varepsilon_m = p_{\perp}^2/2m_e$  в состоянии  $n$  с меньшим значением  $\varepsilon_n$ . Наоборот, в области аномального эффекта Доплера

$$n_j \beta_{\perp} \cos \alpha > 1 \quad (10.32)$$

соотношение (10.29) удовлетворяется при положительных  $\omega$  лишь в случае, когда  $s < 0$  и разность  $\varepsilon_m - \varepsilon_n$  может быть отрицательной. В этом случае испускание фотона  $\hbar\omega$  сопровождается ростом  $\varepsilon = p_{\perp}^2/2m_e$ ; необходимая для этого энергия черпается из кинетической энергии поступательного движения\*).

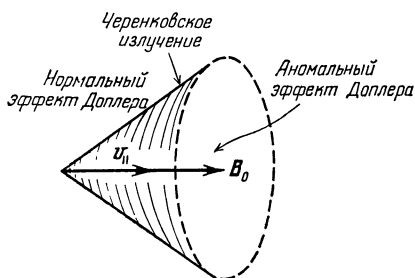


Рис. 38. Области аномального и нормального эффектов Доплера при магнитотормозном излучении электрона в среде.

Из неравенства (10.32) следует, что аномальный эффект Доплера может реализоваться только в среде с  $n_j(\omega) > 1$  и в направлениях  $k$ , составляющих острый угол с продольной скоростью электрона (когда одновременно  $\beta_{\perp}$  и  $\cos \alpha$  или оба положительны или оба отрицательны). Интервалы углов с аномальным и нормальным

эффектами Доплера расположены соответственно внутри и снаружи черенковского конуса, определяемого условием (10.30) (рис. 38).

Поскольку направления переходов в областях с нормальным и аномальным эффектами Доплера противоположны, встает вопрос о результирующем изменении  $p_{\perp}^2$ . Соответствующий анализ, проведенный на примере движущегося осциллятора, показал, что в изотропной среде всегда происходит затухание «поперечных» колебаний при излучении; однако в анизотропной среде, в частности, в плазме с сильным магнитным полем может наступить и «раскачка» колебаний осциллятора за счет излучения в области аномального эффекта Доплера [150].

\* На своеобразие излучения в области аномального эффекта Доплера обратили внимание (на примере движения двухуровневой системы в среде) В. Л. Гинзбург и И. М. Франк [149].

В вакууме, где черенковское излучение отсутствует, а магнитотормозное излучение относится к области нормального эффекта Доплера, изменение скорости электрона под влиянием радиационной силы, действующей со стороны поля излучения на частицу, происходит следующим образом: при  $t \rightarrow \infty$  поперечная компонента скорости  $v_{\perp}$  уменьшается до нуля, а продольная компонента  $v_{\parallel}$  остается неизменной. В сказанном легко убедиться, если перейти в инерциальную систему отсчета  $A'$ , движущуюся со скоростью  $v$ . В системе  $A'$  траекторией электрона будет окружность, а диаграмма излучения окажется симметричной относительно плоскости окружности. Поэтому ускорение частиц вдоль магнитного поля  $B_0$  равно нулю, и излучение целиком происходит за счет уменьшения поперечного импульса частицы. Следовательно, и в лабораторной системе отсчета, где электрон обладает продольной скоростью  $v_{\parallel}$ , ускорение  $dv_{\parallel}/dt = 0$  и  $v_{\parallel} = \text{const}$ . Здесь излучение происходит за счет изменения как поперечного, так и продольного импульсов частицы. Поперечный импульс  $p_{\perp} = mv_{\perp}$  убывает вследствие уменьшения поперечной скорости  $v_{\perp}$  и релятивистской массы  $m$  частицы; продольный импульс  $p_{\parallel} = mv_{\parallel}$  — только вследствие уменьшения массы  $m$ .

Сказанное позволяет указать универсальное одномерное распределение частиц по импульсам  $f(\mathbf{p}, t \rightarrow \infty)$ , которое устанавливается в системе независимо излучающих частиц в магнитном поле \*) в пределе при  $t \rightarrow \infty$ . Можно убедиться, что вид  $f(\mathbf{p}, t \rightarrow \infty)$  не зависит от характера начальной функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$ , лишь бы она была релятивистской ( $p \gg m_0c$ ) и изотропной ( $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p)$ ). Действительно, в пространстве скоростей функция распределения исходной изотропной и релятивистской системы, очевидно, имеет вид

$$F(v) = Q\delta(v - c),$$

---

\*) Такой системой частиц может быть релятивистская плазма, занимающая область с линейным размером  $L$ , если ее оптическая толщина  $\tau = \int_L \mu_i dl \ll 1$ . Благодаря последнему условию реабсорбция излучения в пределах указанной области незначительна, так что процесс «высвечивания» и потери импульса данной частицы происходит независимо от присутствия других частиц

где  $Q$  — нормирующий множитель, определяемый из условия, что концентрация частиц в системе  $N = \int F(\mathbf{v}) d^3v = 4\pi c^2 Q$ . Тогда функция распределения по продольным скоростям

$$F(v_{||}) = 2\pi \int_0^c F(\mathbf{v}) v_{\perp} dv_{\perp} = \frac{N}{2c}$$

в интервале  $0 \leq |v_{||}| < c$ . После релаксации к одномерному распределению это выражение по-прежнему будет характеризовать распределение частиц по продольным скоростям (поскольку в процессе «высвечивания» частиц  $v_{||}$  остается неизменной). Однако теперь  $v_{\perp} = 0$  и  $p_{||} = m_e v_{||} / (1 - v_{||}^2/c^2)^{1/2}$ . Поэтому функция распределения по продольным импульсам принимает такой вид:

$$f(p_{||}, t \rightarrow \infty) = F(v_{||}) \frac{dv_{||}}{dp_{||}} = \frac{N}{2m_e c} \left(1 + \frac{p_{||}^2}{m_e^2 c^2}\right)^{-3/2}.$$

Поскольку распределение по импульсам  $f(\mathbf{p}, t \rightarrow \infty)$  становится одномерным (все частицы движутся вдоль магнитного поля), в нем должна фигурировать дельта-функция  $\delta(p_{\perp})$  (точнее, фактор  $\delta(p_{\perp})/2\pi p_{\perp}$ , если учесть требования нормировки при интегрировании функции распределения по  $p_{\perp}$ ). Окончательно получаем, что [151]

$$f(\mathbf{p}, t \rightarrow \infty) = \frac{N}{m_e c} \left(1 + \frac{p_{||}^2}{m_e^2 c^2}\right)^{-3/2} \frac{\delta(p_{\perp})}{2\pi p_{\perp}}. \quad (10.33)$$

Это универсальное одномерное распределение было использовано в § 5 при исследовании характера нормальных волн в релятивистской плазме. Оно быстро устанавливается в результате «высвечивания» изотропной релятивистской системы частиц, если последняя помещена в сильное магнитное поле, характерное, например, для ближайшей окрестности нейтронных звезд (потери энергии на излучение пропорциональны  $B_0^2$ ; см. далее формулу (10.81)).

Возвращаясь к рассмотрению магнитотормозного излучения отдельной частицы, приведем общие формулы для излучаемой мощности при винтовом движении электрона в «холодной» магнитоактивной плазме с тензором  $\epsilon_{\alpha\beta}$  (4.64), (4.65), которые были получены В. Я. Эйдманом [152].

Мощность излучения на гармониках  $s \neq 0$  в единицу телесного угла определяется следующим выражением:

$$P_{\Omega j} = \frac{n_j e^2 \omega^2 \mathcal{F}_j^2 \{ \beta_{\perp} J'_s(\zeta) + [g_j s \beta_{\perp} \zeta^{-1} + h_j \beta_{\parallel}] J_s(\zeta) \}^2}{2\pi c |1 - \beta_{\parallel} \cos \alpha (n_j + \omega dn_j/d\omega)|}. \quad (10.34)$$

Здесь  $J_s(\zeta)$  и  $J'_s(\zeta)$  — функция Бесселя  $s$ -го порядка и ее производная по аргументу

$$\zeta = k_j r_B \sin \alpha = \frac{sn_j \beta_{\perp} \sin \alpha}{1 - \beta_{\parallel} n_j \cos \alpha}; \quad (10.35)$$

$r_B = v_{\perp}/\Omega_B$  — радиус вращения электрона в магнитном поле,  $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$ ,  $k_j = \frac{\omega}{c} n_j$  — волновое число  $j$ -й нормальной волны (необыкновенной  $j=1$  или обыкновенной  $j=2$ ). Частота излучения  $\omega$  определяется уравнением Доплера (10.29). Параметры  $g_j$ ,  $h_j$  определены соотношениями (5.37), (5.34), показатель преломления  $n_j$  — выражением (5.19), а фактор

$$\mathcal{F}_j^2 = (1 + K_j^2)^{-1}, \quad (10.36)$$

где  $K_j$  задается формулой (5.34).

Приведенное выражение для мощности магнитотормозного излучения весьма сложно и неудобно для дальнейшего анализа. Более простые выражения получаются, если электрон движется по винтовой линии в плазме, которую можно считать изотропной. В магнитном поле это допустимо, если  $\sqrt{u} = \omega_B/\omega \ll 1$  и параметр  $v = \omega_{\perp}^2/\omega^2$  не слишком близок к единице (см. § 5). Мощность излучения тогда находим из (10.34), переходя к пределу  $\sqrt{u} \rightarrow 0$ . При этом  $n_j^2 = 1 - v$ ,  $\mathcal{F}_j^2 = 1/2$ ,  $g_j = \pm \cos \alpha$ ,  $h_j = \mp \sin \alpha$  и суммарная мощность для обеих нормальных волн

$$\begin{aligned} P_{\Omega} &= P_{\Omega 1} + P_{\Omega 2} = \\ &= \frac{n_j^2 e^2 \omega^2 [\beta_{\perp}^2 J_s'^2(\zeta) + (n_j \sin \alpha)^{-2} (\cos \alpha - n_j \beta_{\parallel})^2 J_s^2(\zeta)]}{2\pi c |n_j - \beta_{\parallel} \cos \alpha|}. \end{aligned} \quad (10.37)$$

При движении электрона в вакууме ( $v \rightarrow 0$ ) по окружности ( $\beta_{\parallel} = 0$ ) из (10.37) следует известная формула Шотта:

$$P_{\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{2\pi c} [\beta^2 J_s'^2(\zeta) + \operatorname{ctg}^2 \alpha J_s^2(\zeta)]; \quad (10.38)$$

в ней  $\omega = s\omega_B \sqrt{1 - \beta^2}$  и  $\zeta = s\beta \sin \alpha$ ,

Приведенные выше формулы характеризуют магнитотормозное излучение на гармониках  $s \neq 0$ . При винтовом движении электрона в «холодной» магнитоактивной плазме для мощности черенковского излучения ( $s = 0$ ) в единичном интервале частот справедливо выражение [152]

$$P_{\omega j} = \frac{\mathcal{F}_j^2 e^2 \omega}{2v_{\parallel}} \frac{[\beta_{\perp} J'_0(\xi) + h_j \beta_{\parallel} J_0(\xi)]^2}{|1 - (\partial n_j / \partial \alpha) / n_j \sqrt{n_j^2 \beta_{\parallel}^2 - 1}|}, \quad (10.39)$$

где  $n_j \beta_{\parallel} \geq 1$ ,  $J_0(\xi)$  и  $J'_0(\xi)$  — функция Бесселя нулевого порядка и ее производная по аргументу  $\xi = (\omega r_B / v_{\parallel}) \sqrt{n_j^2 \beta_{\parallel}^2 - 1}$ . Частота излучения задается условием (10.30). Если электрон движется по прямой вдоль  $\mathbf{B}_0$ , то  $v_{\perp} = 0$ ,  $v_{\parallel} = v$  и формула (10.39) упрощается:

$$P_{\omega j} = \frac{\mathcal{F}_j^2 e^2 \omega}{2c^2} \frac{h_j^2 v}{|1 - (\partial n_j / \partial \alpha) / n_j \sqrt{n_j^2 \beta^2 - 1}|}. \quad (10.40)$$

Соответствующие выражения для излучения плазменных волн зарядом, движущимся в магнитоактивной плазме по винтовой траектории, при учете теплового движения получены в [145].

**Циклотронное излучение.** Остановимся теперь более подробно на характеристиках магнитотормозного излучения слаборелятивистского электрона. Будем считать параметр  $\beta = v/c$  настолько малым, что

$$\beta^2 \ll 1, \quad |n_j \beta_{\parallel}| \ll 1, \quad \left| \beta_{\parallel} \omega \frac{\partial n_j}{\partial \omega} \right| \ll 1; \quad (10.41)$$

$$|s n_j \beta_{\perp} \sin \alpha| \ll 1. \quad (10.42)$$

Совокупность этих неравенств обеспечивает циклотронный характер излучения электрона в магнитоактивной плазме. Частота циклотронного излучения близка к  $s\omega_B$  (см. (10.29)). Если же наряду с условиями (10.41) потребовать, чтобы

$$|2n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha| \gg \beta^2,$$

то разность  $\omega - s\omega_B$  может быть представлена в таком виде:

$$\omega - s\omega_B \approx s\omega_B n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha. \quad (10.43)$$

Из второго неравенства (10.41) следует, что циклотронное излучение рассматривается здесь только в области нормального эффекта Доплера (10.31).

Далее примем во внимание неравенство (10.42), которое определяет дипольный характер излучения: оно требует, чтобы размер излучающей системы в направлении излучения (величина  $r_B \sin \alpha$  в нашем случае) был много меньше длины волны  $\lambda \equiv \lambda/2\pi = c/\omega n_j$ . В сказанном легко убедиться, если учесть, что радиус вращения нерелятивистского электрона  $r_B = v_{\perp}/\omega_B$ , а частота циклотронного излучения  $\omega \approx s\omega_B$ .

Поскольку при условии (10.42) параметр  $|\zeta| \ll 1$ , в формуле для мощности магнитотормозного излучения (10.34) можно ограничиться лишь первыми членами разложения функции Бесселя и ее производной в ряд по степеням  $\zeta$ . Учитывая вместе с тем неравенства (10.41) и полагая  $\omega \approx s\omega_B$ , получим мощность циклотронного излучения в магнитоактивной плазме [153]:

$$P_{\Omega_i} \approx \frac{e^2 \omega_B^2 \beta_{\perp}^2}{2\pi c} [n_j \mathcal{F}_j^2 (1+g_j)^2 (sn_j \beta_{\perp} \sin \alpha)^{2s-2}] 2^{-2s} s^4 (s!)^{-2}. \quad (10.44)$$

При переходе к выражению (10.44) было принято, что

$$1 + g_j + n_j h_j \beta_{\parallel} \sin \alpha \approx (1 + g_j)_{\omega = s\omega_B}.$$

Благодаря второму из неравенств (10.41) это вполне допустимо на гармониках  $s \geq 2$ ; исключением служит лишь излучение обыкновенных волн ( $j = 2$ ) при поперечном распространении ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ), где параметр  $h_j \rightarrow \infty$ .

На первой гармонике  $s = 1$  ситуация совершенно иная. Дело в том, что  $(1 + g_j)_{\omega = \omega_B} = 0$ ; последнее обусловлено отмеченным в § 5 своеобразием поляризации нормальных волн на гирочастоте в холодной магнитоактивной плазме. Поэтому для  $s = 1$  фактор

$$1 + g_j + n_j h_j \beta_{\parallel} \sin \alpha \approx \approx \beta_{\parallel} \cos \alpha \left[ n_j \left( \frac{\omega}{\partial \omega} \frac{\partial g_j}{\partial \omega} + h_j \operatorname{tg} \alpha \right) \right]_{\omega = \omega_B}, \quad (10.45)$$

и мощность циклотронного излучения близ гирочастоты  $\omega_B$  составляет

$$P_{\Omega_i} \approx \frac{e^2 \omega_B^2 \beta_{\perp}^2}{8\pi c} \beta_{\parallel}^2 \cos^2 \alpha \left[ n_j \left( \frac{\omega}{\partial \omega} \frac{\partial g_j}{\partial \omega} + h_j \operatorname{tg} \alpha \right) \right]_{\omega = \omega_B}^2. \quad (10.46)$$

Применимость этой формулы при  $\alpha \approx \pi/2$  и  $n_j \approx 0$  ограничена неравенством  $|2n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha| \geq \beta_{\parallel}^2$ , которое обеспе-



чивает возможность использования в (10.45) приближенной формулы (10.43) для излучаемой частоты вместо (10.29). Однако и в остальных случаях формула (10.46) справедлива лишь для достаточно быстрых частиц с продольной скоростью  $v_{\parallel} \gg v_T$ , где  $v_T$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы (см. ниже).

Наконец приведем выражение для мощности циклотронного излучения в вакууме (разреженной плазме) при заданном винтовом движении электрона. Оно получается из формулы (10.34) (с учетом (10.41) — (10.43)) предельным переходом  $v = \omega_L^2/\omega^2 \rightarrow 0$ :

$$P_{\Omega_j} \approx \frac{e^2 \omega_B^2 \beta_{\perp}^2}{2\pi c} \frac{(1 + K_j \cos \alpha)^2}{1 + K_j^2} 2^{-2s} s^6 (sl)^{-2} (s\beta_{\perp} \sin \alpha)^{2s-2}, \quad (10.47)$$

где  $K_j$  задается соотношением (5.35).

Из (10.47) ясно, что в направлении  $\alpha = 0$  циклотронное излучение происходит лишь на гирочастоте (гармоники  $s \geq 2$  не излучаются), причем излучение соответствует необыкновенной волне. Это вполне естественно, поскольку именно в необыкновенной волне вектор  $\mathbf{E}$  вращается в ту же сторону, что и электрон в магнитном поле. Далее, под углами  $\alpha \neq 0$  излучаются волны обоих типов, принадлежащие всем гармоникам; однако необыкновенные волны в процессе циклотронного излучения отрицательно заряженной частицы испускаются более эффективно, чем обыкновенные (в отношении  $(1 + K_1 \cos \alpha)^2 / (1 - K_1^{-1} \cos \alpha)^2$ ). При  $\alpha = \pi/2$  электроны с  $\beta_{\parallel} = 0$  снова излучают лишь необыкновенные волны. Это опять-таки связано с характером поляризации нормальных волн: в необыкновенной волне вектор  $\mathbf{E}$  лежит в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ , т. е. в плоскости движения электрона с  $\beta_{\parallel} = 0$ ; наоборот, в обыкновенной волне  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}_0$  и электрон не имеет компоненты скорости вдоль поля  $\mathbf{E}$ .

Благодаря простоте выражения для  $P_{\Omega_j}$  (10.47) его можно проинтегрировать по телесному углу, получив следующую формулу для полной мощности циклотронного излучения на  $s$ -й гармонике в вакууме:

$$P = \int (P_{\Omega_1} + P_{\Omega_2}) d\Omega = \frac{2e^2 \omega_B^2 \beta_{\perp}^{2s}}{c} \frac{s^{2s+1} (s+1)}{(2s+1)!}. \quad (10.48)$$

Мощность излучения  $P$  с ростом номера гармоники убывает в основном по закону  $\beta_{\perp}^{2s}$  (рис. 39); это является следствием дипольного характера циклотронного излучения.

Сопоставление (10.46) и (10.47) показывает, что в магнитоактивной плазме мощность излучения электрона на гирочастоте резко уменьшается по сравнению с соответствующим значением в вакууме (грубо говоря, в  $\beta_{\parallel}^{-2}$  раз, если не учитывать множителей, содержащих  $n_j$ ,  $\mathcal{F}_j$ ,  $g_j$ ,  $h_j$  и т. д.). В то же время мощность излучения на высших гармониках  $s \geq 2$  радикальным образом не меняется (ср. 10.44) с (10.47)). Поэтому если в вакууме мощность циклотронного излучения на гар-

мониках убывает с ростом  $s$  как  $\beta_{\perp}^{2s}$ , начиная с  $s = 1$ , то в магнитоактивной плазме указанное уменьшение фактически происходит лишь при  $s \geq 2$ . Благодаря малому фактору  $\beta_{\parallel}^2$  в выражении для мощности на первой гармонике (10.46) отношение  $P_{\Omega}(s=2)/P_{\Omega}(s=1) \sim \beta_{\perp}^2/\beta_{\parallel}^2$  и при  $\beta_{\perp} \sim \beta_{\parallel}$ , вообще говоря, становится порядка единицы.

Эффект депрессии первой гармоники циклотронного излучения, отмеченный в [154], проявляется не всегда: он отсутствует в вакууме и при продольном распространении в плазме, поскольку фактор  $(1 + g_j)$  в (10.44) не обращается в нуль при  $\omega = \omega_B$ , если  $\nu = 0$  или  $\alpha = 0$ . Вместе с тем  $1 + g_j = 0$  при  $\omega = \omega_B$  и  $\nu \neq 0$ ,  $\alpha \neq 0$ . Отсюда следует, что переход к вакууму и к малым углам  $\alpha$  нетривиален. Однако корректным образом указанный переход может быть сделан лишь при учете теплового движения в плазме на основе тензора диэлектрической проницаемости в форме (4.95). Соответствующий анализ показывает [155], что депрессия на первой гармонике возникает лишь в достаточно плотной плазме, для которой параметр

$$\nu = \omega_L^2/\omega^2 \gg \beta_T n_j |\cos \alpha/\omega(Z_j)|. \quad (10.49)$$

Здесь  $\bar{\omega}(Z_j)$  — функция Крампа (4.88) с аргументом  $Z_j = (1 - \omega_B/\omega) / \sqrt{2\beta_T n_j \cos \alpha}$ ;  $\beta_T = v_T/c$ . Наоборот, в раз-

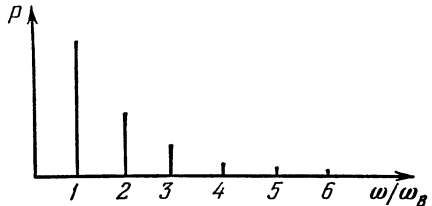


Рис. 39. Частотный спектр циклотронного излучения электрона в вакууме.

реженной плазме, когда выполнено противоположное неравенство, циклотронное излучение на первой гармонике практически ничем не отличается от излучения в вакууме (10.47), (10.48). Подчеркнем также, что выражение для мощности излучения на первой гармонике (10.46) справедливо лишь для достаточно быстрых электронов с продольной скоростью  $v_{\parallel} \gg v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$ . Дело в том, что на частотах, которые излучаются электронами с  $v_{\parallel} \sim v_T$ , тепловые поправки к коэффициентам поляризации обыкновенных и необыкновенных волн становятся достаточными для существенного изменения вида  $P_{\Omega i}$ .

**Синхротронное излучение.** В последних разделах этого параграфа мы рассмотрим характеристики излучения релятивистских частиц в магнитном поле, начав с синхротронного излучения. По определению, оно возникает при винтовом движении релятивистских частиц, чья скорость  $v$  составляет с  $B_0$  pitch-угол  $\vartheta \gg m_e c^2/\mathcal{E}$ .

Синхротронное излучение занимает исключительное положение в астрофизике. Это связано прежде всего с его распространенностью: в солнечной короне и в магнитосфере Юпитера, в межзвездной среде и в оболочках сверхновых — везде, где есть магнитные поля и релятивистские частицы, эффективно действует синхротронный механизм радиоизлучения. Далее, указанный механизм позволил связать наблюдаемое распределенное радиоизлучение Галактики с космическими лучами в межзвездной среде [156, 157]. И, наконец, он стал первым механизмом, перенесенным из радиоастрономии в область, традиционно принадлежавшую классической астрофизике. Здесь имеется в виду интерпретация оптического излучения солнечных вспышек и Крабовидной туманности в непрерывном спектре на основе синхротронного излучения [302, 158]. Впоследствии оказалось, что рентгеновское излучение этой туманности, а возможно, оптическое и рентгеновское излучение пульсара в Крабе, также имеют синхротронное происхождение.

Об угловом и частотном спектрах синхротронного излучения заряженной частицы в вакууме можно судить, обратившись к потенциалам Лиенара — Вихерта (см. например, [37], § 63):

$$A = \left[ \frac{ev}{c(R - Rv/c)} \right]_{t - \frac{R}{c}}, \quad \Phi = \left[ \frac{e}{R - Rv/c} \right]_{t - \frac{R}{c}}. \quad (10.50)$$

Последние определяют поле излучения точечного заряда  $E = -\text{grad } \varphi - \frac{1}{c} \partial A / \partial t$  и  $H = \text{rot } A$  через значения скорости  $v(t')$  и радиуса-вектора  $R(t')$  частицы в опережающий момент времени  $t' = t - R/c$ , когда частица излучила волны, пришедшие в момент  $t$  в точку, которая удалена на расстояние  $R(t')$  от нее.

Для направлений  $R$ , близких к мгновенному значению скорости  $v(t')$ , знаменатель потенциалов  $A$  и  $\varphi$  (10.50) можно представить в виде

$$R - \frac{Rv}{c} = R \left( 1 - \frac{v}{c} \cos \theta \right) \approx R \left( 1 - \beta + \beta \frac{\theta^2}{2} \right), \quad (10.51)$$

где  $\theta$  — угол между  $R$  и  $v$ , а  $\beta = v/c$ . Из (10.51) ясно, что величина знаменателя возрастает, а потенциалы  $A$  и  $\varphi$  резко уменьшаются в направлениях, для которых угол  $\theta \gg \sqrt{2(1-\beta)} \approx \sqrt{1-\beta^2}$ . Из сказанного следует, что основное излучение релятивистского электрона сосредоточено в пределах угла

$$\theta \approx \sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \ll 1 \quad (10.52)$$

около направления  $v(t')$ , т. е. мгновенная диаграмма излучения релятивистского электрона имеет ширину  $\Delta\theta \approx \approx 2m_e c^2 / \mathcal{E}$ . Более детальную картину углового спектра излучения релятивистского электрона см. в [159].

О характерной ширине частотного спектра синхротронного излучения можно судить по длительности наблюдаемых импульсов  $\Delta t$  от электрона, обладающего острой диаграммой направленности (10.52). Если электрон движется в магнитном поле по окружности ( $\beta_{\parallel} = 0$ ), то задача отыскания величины  $\Delta t$  фактически была решена в § 3 на примере источника излучения, обращающегося по орбите вокруг звезды. Там было выяснено, что благодаря движению источника  $\Delta t$  меньше времени, в течение которого диаграмма излучения направлена в сторону наблюдателя, причем для источника с шириной диаграммы  $2\theta$  величина  $\Delta t$  определяется формулой (3.25). В нашем случае период вращения  $\tau = 2\pi/\Omega_B = 2\pi/\omega_B \sqrt{1-\beta^2}$ ,  $\theta \approx \sqrt{1-\beta^2}$ , и при условии  $1-\beta \ll 1$  получаем, что

$$\Delta t \sim \frac{1-\beta^2}{\omega_B} \approx \frac{1}{\omega_B} \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2. \quad (10.53)$$

Указанные импульсы длительностью  $\Delta t$  следуют периодически, через промежутки  $2\pi/\Omega_B$ . Поэтому зависимость электромагнитного поля от времени  $\mathbf{E}(t)$ ,  $\mathbf{H}(t)$  в точке наблюдения представляет собой периодическую функцию, которая может быть разложена в ряд Фурье. Это разложение содержит гармоники

$$\omega = s\Omega_B = s\omega_B \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}}, \quad (10.54)$$

которые определяют спектр частот синхротронного излучения. Вполне естественно, что он совпадает со спектром частот магнитотормозного излучения (10.29) при  $\beta_{\parallel} = 0$ . Поскольку длительность отдельного импульса равна  $\Delta t$ , в этом разложении гармоники с большой амплитудой приходится на частоты

$$\omega_{\max} \sim \frac{1}{\Delta t} \sim \omega_B \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2. \quad (10.55)$$

В области  $\omega \gg \omega_{\max}$  амплитуда гармоник и соответственно мощность синхротронного излучения будет мала. На частотах  $\omega \ll \omega_{\max}$  мощность излучения также падает. Последнее связано с тем, что импульсы излучения не имеют

постоянной составляющей:  $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(t) dt = 0$ ; поэтому и амплитуды низших гармоник стремятся к нулю.

Таким образом, спектр синхротронного излучения представляет собой дискретный набор частот, разделенных интервалами  $\Delta\omega = \omega_B m_e c^2 / \mathcal{E}$ , причем максимальный вклад в излучение приходится в частоты  $\omega \sim \omega_{\max}$  (10.55), которым соответствуют гармоники  $s \sim (\mathcal{E}/m_e c^2)^3$ . Спектр излучения должен спадать по обе стороны от  $\omega_{\max}$ .

Установленный выше качественный характер частотного спектра синхротронного излучения вполне подтверждается результатами расчетов, к изложению которых мы и перейдем. Мощность излучения электрона в вакууме на  $s$ -й гармонике можно получить, интегрируя формулу Шотта (10.38) по телесному углу:

$$P_s = \int P_{\Omega} d\Omega = \frac{2e^2 \omega_B^2}{c} \frac{1-\beta}{\beta} \left[ s\beta^2 J'_{2s}(2s\beta) - s^2 (1-\beta^2) \int_0^{\beta} J_{2s}(2s\xi) d\xi \right]. \quad (10.56)$$

Для релятивистского электрона ( $1 - \beta \ll 1$ ) на высоких гармониках  $s \gg 1$  функции Бесселя можно заменить асимптотическими представлениями через функцию Макдональда  $K_{5/3}$ . В результате для  $P_s$  получаем следующее выражение (см., например, [160], § 43):

$$P_s = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B^2}{c} \frac{m_e c^3}{\mathcal{E}} \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx. \quad (10.57)$$

Здесь через  $\omega_c$  обозначена «критическая» частота

$$\omega_c = \frac{3}{2} \omega_B \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2. \quad (10.58)$$

В астрофизике вместо величины  $P_s$  обычно пользуются другой:  $P_\omega = P_s / \Delta\omega$ , где  $\Delta\omega = \omega_B m_e c^2 / \mathcal{E}$  — расстояние между отдельными гармониками в спектре синхротронного излучения [161]:

$$P_\omega(\omega, \mathcal{E}) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx. \quad (10.59)$$

$P_\omega$  имеет смысл мощности излучения, отнесенной к единичному интервалу частот; ее применение оправдано тем, что спектр синхротронного излучения состоит из близко расположенных дискретных линий и поэтому имеет квазинепрерывный характер. График функции  $F(\omega/\omega_c) = (\omega/\omega_c) \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx$ , отражающей частотный спектр синхротронного излучения, приведен на рис. 40.

На низких частотах  $\omega \ll \omega_c$  мощность синхротронного излучения пропорциональна  $\omega^{1/3}$ :

$$P_\omega \approx \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} 2^{2/3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/3}, \quad (10.60)$$

где  $\Gamma$  — гамма-функция. Величина  $P_\omega$  достигает максимального значения

$$P_\omega^{\max} \approx \frac{1,6}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \quad (10.61)$$

на частоте

$$\omega_{\max} \approx 0,3 \omega_c \approx \frac{1}{2} \omega_B \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2, \quad (10.62)$$

и становится экспоненциально малой в области  $\omega \gg \omega_c$ :

$$P_\omega \approx \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \sqrt{\frac{\pi \omega}{2 \omega_c}} e^{-\omega/\omega_c}. \quad (10.63)$$

Отметим, что в максимуме частотного спектра мощность синхротронного излучения не зависит от энергии частицы и определяется только величиной магнитного поля. От энергии частиц зависит, однако, положение максимума спектра  $\omega_{\max}$  и его характерная ширина по частоте  $\Delta\omega$ : обе эти величины пропорциональны  $\mathcal{E}^2$ .

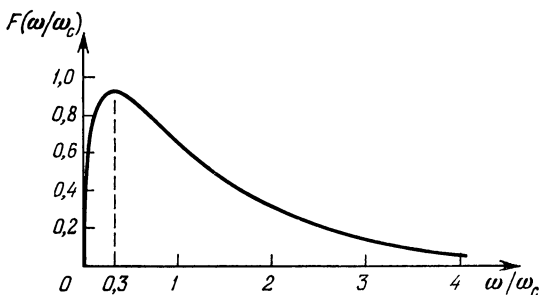


Рис. 40. Частотный спектр синхротронного излучения электрона в вакууме.

При рассмотрении вопросов, связанных с реабсорбцией синхротронного излучения (§ 17), важную роль играет характер зависимости  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$  (10.59) от энергии частицы  $\mathcal{E}$ . Функция  $P_\omega$  от  $\mathcal{E}$  при  $\omega = \text{const}$  — кривая с максимумом при

$$\mathcal{E}_{\max} \sim m_e c^2 \left( \frac{\omega}{\omega_B} \right)^{1/2} \quad (10.64)$$

(см. (10.55)), спадающая как в сторону низких, так и высоких энергий. Однако в области высоких энергий убывание  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$  — более слабое, чем с ростом частоты (ср. 10.63): величина  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$  при  $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_{\max}$  падает медленнее, чем  $\mathcal{E}^{-2}$ , т. е. произведение  $P_\omega \mathcal{E}^2$  монотонно растет вместе с  $\mathcal{E}$ .

Обсуждая зависимость  $P_\omega$  от  $\mathcal{E}$ , мы, конечно, не должны забывать, что речь идет о «сглаженном» по гармоникам распределении мощности излучения. Фактически же син-

хротронное излучение на фиксированной частоте  $\omega$  излучается частицами с «избранными» энергиями, образующими дискретный ряд значений

$$\mathcal{E} = s \frac{\omega_B}{\omega} m_e c^2 \quad (10.65)$$

(см. (10.54)).

Теперь несколько замечаний о поляризации синхротронного излучения. Исследование полей синхротронного излучения показывает [162], что в каждом заданном направлении  $\mathbf{k}$  на фиксированной частоте  $\omega$  излучение, вообще говоря, эллиптически-поляризовано. При этом одна ось эллипса поляризации перпендикулярна к  $\mathbf{B}_0$ , а другая ориентирована вдоль проекции  $\mathbf{B}_0$  на плоскость, ортогональную волновому вектору  $\mathbf{k}$ . Спектральные мощности линейно-поляризованных компонент синхротронного излучения (с векторами электрического поля  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{E}^{(2)}$ , направленными вдоль главных осей эллипса поляризации) будут соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} P_{\omega\Omega}^{(1)} &= \frac{3}{8\pi^3} \frac{e^2 \omega_B}{c} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^5 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \Theta^2 \right]^2 K_{3/2}^2(g_\omega); \\ P_{\omega\Omega}^{(2)} &= \frac{3}{8\pi^3} \frac{e^2 \omega_B}{c} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^5 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \Theta^2 \right] \Theta^2 K_{1/2}^2(g_\omega). \end{aligned} \right\} \quad (10.66)$$

Здесь  $\Theta$  — угол, образованный вектором  $\mathbf{k}$  и плоскостью орбиты электрона (т. е.  $\Theta = \pi/2 - \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ ),  $g_\omega$  — аргумент функции Макдональда:

$$g_\omega = \frac{\omega}{2\omega_c} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^3 \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \Theta^2 \right]^{3/2}. \quad (10.67)$$

Отношение осей эллипса поляризации (степень эллиптичности  $\rho$ ) будет тогда равно корню квадратному из отношения  $P_{\omega\Omega}^{(2)}/P_{\omega\Omega}^{(1)}$ :

$$\rho = \Theta \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \Theta^2 \right]^{-1/2} K_{1/2}(g_\omega) K_{3/2}^{-1}(g_\omega). \quad (10.68)$$

Из этой формулы следует, что поляризация синхротронного излучения в пределах диаграммы направленности неодинакова: она меняет знак при прохождении  $\Theta$  через нуль, становясь линейной при  $\Theta = 0$  (т. е. в плоскости электронной орбиты). При  $\Theta \gg m_e c^2 / \mathcal{E}$  поляризация близка



к круговой; однако в этой области углов мощность излучения сильно уменьшается.

Далее можно найти мощность линейно-поляризованных компонент синхротронного излучения в целом по всем направлениям, если проинтегрировать формулы (10.66) по телесному углу. В результате получим [162], что

$$\left. \begin{aligned} P_{\omega 1} &= \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \frac{\omega}{2\omega_c} \left[ \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{3/2}(x) dx + K_{3/2}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \right]; \\ P_{\omega 2} &= \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \frac{\omega}{2\omega_c} \left[ \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{3/2}(x) dx - K_{3/2}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \right]. \end{aligned} \right\} (10.69)$$

Сумма  $P_{\omega 1} + P_{\omega 2}$ , естественно, совпадает с полной мощностью синхротронного излучения  $P_{\omega}$  (10.59).

Среда, даже весьма разреженная, может радикально изменить характер излучения релятивистского электрона. Качественную сторону указанного влияния можно выяснить, обратившись к потенциалам Лиенара — Вихерта. В недиспергирующей среде, где  $n(\omega) = \text{const}$ , потенциалы имеют следующий вид ([163], гл. 14):

$$A = \left[ \frac{e\mathbf{v}}{c(R - nR\mathbf{v}/c)} \right]_{t - \frac{R}{c}}; \quad \Phi = \left[ \frac{e}{n^2(R - nR\mathbf{v}/c)} \right]_{t - \frac{R}{c}}. \quad (10.70)$$

Отсюда следует, что для излучения в среде определяющим является отношение скорости частицы  $v$  к фазовой скорости волны  $v_{\phi} = c/n$ . Поскольку скорость релятивистской частицы, будучи близкой к  $c$ , не может превышать ее, ясно, что характер влияния среды будет различным в зависимости от случая  $v_{\phi} > c$  ( $n < 1$ ) или  $v_{\phi} < c$  ( $n > 1$ ).

Если  $n > 1$ , то в потенциалах (10.70) знаменатель становится малым не в направлениях вдоль скорости частицы  $\mathbf{v}$ , а в направлениях, близких к черенковскому конусу ( $v/c$ )  $n \cos \theta = 1$  (на котором  $R - nR\mathbf{v}/c = 0$ ). Это обстоятельство определяет мгновенную диаграмму излучения электрона с максимумом на черенковском конусе. Если учесть движение электрона по окружности, то отмеченное обстоятельство приведет к перераспределению мощности синхротронного излучения. Последнее будет сосредоточено главным образом в направлениях, для которых угол  $\alpha$  между  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}_0$  удовлетворяет условию  $\beta n \cos \alpha \lesssim 1$ ,

причем диаграмма будет иметь сложный многолепестковый характер [152].

В среде с  $n < 1$ , но при  $1 - n \ll 1$ , характер синхротронного излучения существенно иной. В этом случае для малых углов  $\theta$  между  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{v}$  знаменатель в (10.70) приобретает вид

$$R - \frac{Rv}{c} n = R(1 - \beta n \cos \theta) \approx R \left(1 - \beta n + \beta n \frac{\theta}{2}\right)^2. \quad (10.71)$$

Отсюда ясно, что в присутствии среды диаграмма излучения релятивистской частицы будет иметь характерную ширину

$$\theta \sim \sqrt{1 - \beta n}. \quad (10.72)$$

Она практически совпадает с (10.52) (т. е. влияние среды не существенно), если

$$1 - n^2 \ll \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}}\right)^2. \quad (10.73)$$

Наоборот, в случае, когда

$$1 - n^2 \gg \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}}\right)^2, \quad (10.74)$$

ширина диаграммы увеличивается и целиком определяется характером среды:

$$\theta \sim \sqrt{1 - n}. \quad (10.75)$$

Из (10.70), (10.71) ясно, что при условии (10.73) влиянием среды можно пренебречь при любых углах  $\theta$  в пределах диаграммы излучения. Это означает, что при условии (10.73) присутствие среды не скажется на справедливости приведенных выше «вакуумных» формул (10.57) — (10.64) для мощности синхротронного излучения. Последние, однако, должны существенно измениться в случае (10.74), поскольку даже при  $\beta \rightarrow 1$  знаменатель потенциалов  $\mathbf{A}$ ,  $\Phi$  не становится бесконечно малым, как это было в вакууме, а стремится к конечному пределу, равному  $R(1 - n)$  для  $\mathbf{R} \parallel \mathbf{V}$ . Указанное обстоятельство приведет к резкому уменьшению (депрессии) мощности синхротронного излучения по сравнению с ее значением в вакууме.

Эффект депрессии синхротронного излучения, отмеченный В. Н. Цытовичем [148], сохранится и в диспергирую-

щей среде. Здесь применение потенциалов Лиенара — Вихерта в форме (10.70) для расчета полей излучения становится незаконным. Однако критерии слабого и сильного влияния среды (10.73), (10.74) и оценки ширины диаграммы излучения (10.72), (10.75) в достаточно разреженной изотропной плазме ( $\omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ,  $\omega_B^2/\omega^2 \ll 1$ ) полностью сохраняет свою силу. Следует лишь помнить, что в них теперь  $n = n_{э,1}(\omega) = \sqrt{1 - \omega_L^2/\omega^2}$ , и среда будет прежде всего сказываться на излучении в области достаточно низких частот \*).

Мощность синхротронного излучения в изотропной диспергирующей среде определяется следующей формулой [165, 166]:

$$P_\omega(\omega, \mathcal{E}) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 \omega_B}{c} \left[ 1 + (1 - n^2) \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{-1/2} \frac{\omega}{\omega'_c} \int_{\omega/\omega'_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \\ \omega'_c = \omega_c \left[ 1 + (1 - n^2) \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (10.76)$$

Для того чтобы влиянием среды можно было пренебречь в основном интервале излучаемых частот  $\omega \sim \omega_{\max}$  (10.62), необходимо выполнить условие

$$\frac{\omega_L^2}{\omega_B^2} \ll \left( \frac{\mathcal{E}}{2m_e c^2} \right)^2. \quad (10.77)$$

Тогда среда будет подавлять синхротронное излучение лишь на частотах  $\omega \ll \omega_{\max}$ .

В случае обратного неравенства

$$\frac{\omega_L^2}{\omega_B^2} \gg \left( \frac{\mathcal{E}}{2m_e c^2} \right)^2 \quad (10.78)$$

депрессия синхротронного излучения становится шире, охватывая основную область излучаемых в вакууме частот  $\omega \sim \omega_{\max}$ . Это приводит к смещению максимума частотного спектра, который теперь будет приходиться на частоту

$$\omega'_{\max} \approx \sqrt{2} \omega_L \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \gg \omega_{\max}, \quad (10.79)$$

\*) Физическая сторона эффекта депрессии синхротронного излучения в плазме была выяснена В. Л. Гинзбургом [164, 173].

и к резкому уменьшению потерь энергии релятивистского электрона на синхротронное излучение [167]:

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{синхр}} \approx -\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{синхр}}^{(0)} \frac{3}{4} \delta e^{-\delta}. \quad (10.80)$$

Здесь параметр

$$\delta \equiv \sqrt{3} \frac{\omega_L}{\omega_B} \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \gg 1,$$

а величина

$$-\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right)_{\text{синхр}}^{(0)} = \frac{2e^2 \omega_B^2}{3c} \left(\frac{\mathcal{E}}{m_e c^2}\right)^2 \quad (10.81)$$

характеризует потери на синхротронное излучение в вакууме ([37], § 74).

Как изменится в присутствии среды зависимость  $P_\omega$  от энергии  $\mathcal{E}$  на фиксированной частоте? Если в вакууме произведение  $\mathcal{E}^2 P_\omega$  монотонно увеличивалось вместе с  $\mathcal{E}$ , то в среде для энергий

$$\mathcal{E}^2 \gg \left(m_e c^2 \frac{\omega}{\omega_L}\right)^2, \quad (10.82)$$

получаемых из условия (10.74), характер зависимости  $\mathcal{E}^2 P_\omega$  от  $\mathcal{E}$  становится другим: величина  $\mathcal{E}^2 P_\omega$  сначала достигает максимума при

$$\mathcal{E}'_{\text{max}} \approx m_e c^2 \omega_B \frac{\omega^2}{\omega_L^3}, \quad (10.83)$$

а затем экспоненциально уменьшается с ростом  $\mathcal{E}$ . Если же значение  $\mathcal{E}'_{\text{max}}$  не попадает в интервал (10.82), экспоненциальное убывание  $\mathcal{E}^2 P_\omega$  происходит во всей области энергий, где существенно влияние среды [199]. Как будет показано в § 17, отмеченный спад  $\mathcal{E}^2 P_\omega$  при высоких энергиях делает возможной синхротронную неустойчивость в изотропной плазме \*).

При оценках влияния космической плазмы на наблюдаемое синхротронное излучение удобно несколько видоизменить критерий (10.77), учитывая, что излучение на

\*) О влиянии на синхротронное излучение магнитоактивной плазмы см. [168].

частоте  $\omega$  создается в основном электронами с энергией  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{\max}$  (10.64). Подставив это значение  $\mathcal{E}$  в (10.77), получим следующее условие, при котором отличие показателя преломления плазмы от единицы практически не сказывается на синхротронном излучении [164, 166]:

$$\omega \gg \frac{\omega_L^2}{2\omega_B} \quad (10.84)$$

или, что то же самое,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \gg \frac{eNc}{B_0} \approx 15 \frac{N}{B_0} \quad (10.84a)$$

(здесь  $f$  — в  $гц$ ,  $N$  — в  $см^{-3}$ ,  $B_0$  — в  $гс$ ).

В солнечной короне, в областях генерации радиоизлучения IV типа, одним из возможных источников которого является синхротронное излучение,  $N \sim 10^8$   $см^{-3}$  и  $B_0 \sim \sim 10$   $гс$ . При этом влиянием корональной плазмы на излучение можно пренебречь лишь на частотах выше 150  $Мгц$ . Поскольку радиоизлучение IV типа наблюдается и на меньших частотах, влияние короны на синхротронное излучение, вообще говоря, нельзя игнорировать. Сильная депрессия синхротронного излучения в случае, обратном (10.84), означает, что в реально наблюдаемых источниках интенсивного радиоизлучения IV типа должно реализоваться условие  $f \gtrsim 15 N/B_0$  [167].

В Галактике роль межзвездной среды в синхротронном излучении релятивистских электронов мало существенна. Например, в радиодиапазоне на частотах  $f \sim 10$   $Мгц$  и для полей  $B_0 \sim 10^{-6}$   $гс$  условие (10.84) будет нарушено лишь при  $N > 1$   $см^{-3}$ . Однако электронная концентрация в межзвездной среде на 1–2 порядка меньше. Поэтому депрессия синхротронного излучения может сказаться или на более низких частотах (порядка сотен килогерц) или в дискретных источниках типа остатков сверхновых, где величина электронной концентрации больше значений, характерных для межзвездной среды. Указанный эффект приводит к резкому уменьшению наблюдаемой интенсивности радиоизлучения («завалу» спектра) в сторону низких частот.

До сих пор при обсуждении синхротронного излучения мы рассматривали лишь случай плоского движения

электрона, когда поступательная скорость отсутствует ( $\beta_{\parallel} = 0$ ) и траектория частицы представляет собой окружность радиуса  $r_B = c/\Omega_B$ . При этом синхротронное излучение было сосредоточено в плоскости движения частицы и под углами  $\theta \leq \sqrt{1 - \beta_{\parallel}^2}$  к этой плоскости (см. (10.52), (10.72)). Если же  $\beta_{\parallel} \neq 0$ , то синхротронное излучение будет, очевидно, «прижато» к конусу, который описывает вектор скорости электрона при движении в магнитном поле; занимаемый излучением характерный интервал углов при вершине этого конуса по-прежнему определяется формулами (10.52), (10.72) (рис. 41). Все формулы для синхротронного излучения (10.59) — (10.84) (за исключением (10.65)) остаются справедливыми и при  $\beta_{\parallel} \neq 0$ , если в них заменить  $\omega_B$  на  $\omega_B \sin \vartheta$ , где  $\vartheta$  — питч-угол электрона (т. е. вместо  $B_0$  подставить проекцию  $B_0 \sin \vartheta$  магнитного поля на плоскость, перпендикулярную к  $v$ ). Эта операция, однако, законна лишь до тех пор, пока питч-угол  $\vartheta \gg m_e c^2 / \mathcal{E}$ , т. е. много больше интервала углов  $\Delta \theta \sim m_e c^2 / \mathcal{E}$  близ направления  $v$ , в котором сосредоточено синхротронное излучение.

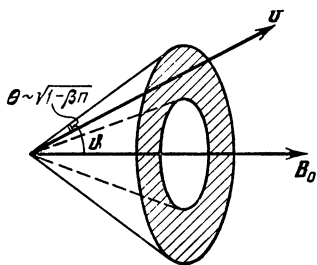


Рис. 41. Диаграмма направленности синхротронного излучения. Телесный угол, в котором сосредоточена основная часть излучения, заштрихован.

В случае противоположного неравенства  $\vartheta \ll m_e c^2 / \mathcal{E}$ , т. е. при движении релятивистского электрона по сильно вытянутой вдоль  $B_0$  винтовой линии с поперечной скоростью  $\beta_{\perp} \ll (m_e c^2 / \mathcal{E}) \beta_{\parallel}$ , магнитотормозное излучение в вакууме приобретает дипольный характер.

Мощность релятивистского дипольного излучения в единичном телесном угле в вакууме можно получить из (10.34), устремив  $v = \omega_L^2 / \omega^2$  к нулю и разложив функцию Бесселя  $J_s(\xi)$  и ее производную  $J'_s(\xi)$  в ряд по степеням  $\xi = s \beta_{\perp} \sin \alpha (1 - \beta_{\parallel} \cos \alpha)^{-1}$ . При  $\cos \alpha = \beta_{\parallel}$  функция  $\zeta(\alpha)$  достигает наибольшего значения, равного  $s \beta_{\perp} / m_e c^2$ . Отсюда следует, что  $\zeta \ll 1$  при любых  $\alpha$  на гармониках  $s \ll m_e c^2 / \mathcal{E} \beta_{\perp}$ . Оставляя для этих гармоник только первые члены разложения функций Бесселя и ее производной, придем к

следующей формуле:

$$P_{\Omega} = P_{\Omega_1} + P_{\Omega_2} = \frac{e^2 \omega^2 [s^2 \beta_{\perp}^2 (1 + \cos^2 \alpha) + \zeta^2 \beta_{\parallel}^2 \sin^2 \alpha - 2s \beta_{\perp} \beta_{\parallel} \zeta \sin \alpha \cos \alpha]}{2\pi c (1 - \beta_{\parallel} \cos \alpha)} \frac{\zeta^{2s-2}}{2^{2s} (s!)^2}. \quad (10.85)$$

Поскольку  $\zeta \ll 1$ , мощность излучения быстро (примерно как  $\zeta^{2s-2}$ ) убывает с ростом номера гармоники  $s$ . Диаграмма направленности рассмотренного излучения в основном определяется фактором  $(1 - \beta_{\parallel} \cos \alpha)$  в знаменателе (10.85). Она направлена вдоль силовых линий магнитного поля и имеет характерную ширину  $\alpha \sim m_e c^2 / \mathcal{E}$  (в то время какpitch-угол частицы  $\vartheta$  много меньше этой величины).

В среде релятивистское дипольное излучение реализуется, если параметр  $\zeta$  (10.35) много меньше единицы. Соответствующую формулу для  $P_{\Omega_j}$  в этом случае также можно получить из (10.34), удержав в ней первые члены разложения бесселевых функций \*).

**Магнитодрейфовое излучение.** Выше рассматривалось магнитотормозное излучение частиц в однородном магнитном поле. В неоднородных магнитных полях у заряженной частицы появляется дополнительное ускорение, вызванное движением вдоль изогнутых силовых линий, и связанное с этим ускорением магнитодрейфовое излучение. Конечно, строго вдоль искривленной силовой линии частица двигаться не может, поскольку сила Лоренца  $\frac{e}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}_0]$  тогда обратится в нуль. В действительности у частицы наряду со скоростью дрейфа вдоль  $\mathbf{B}_0$  есть компонента дрейфовой скорости, которая ортогональна плоскости, касательной к силовой линии. Эта компонента скорости обеспечивает появление силы Лоренца, искривляющей траекторию частицы в соответствии с формой силовой линии магнитного поля [170].

Излучение, о котором идет речь, во многом напоминает синхротронное излучение. Ширина углового спектра остается такой же, как в синхротронном излучении:  $\theta \sim m_e c^2 / \mathcal{E}$

\* О различных аспектах теории синхротронного излучения, не затронутых в этом разделе, но важных для астрофизических приложений, см. [45, 130, 166].

(рис. 42). Различия обусловлены тем, что здесь роль радиуса вращения электрона в магнитном поле  $r_B = v_{\perp} / \Omega_B$  играет радиус кривизны силовой линии  $R_B$ . Поэтому длительность

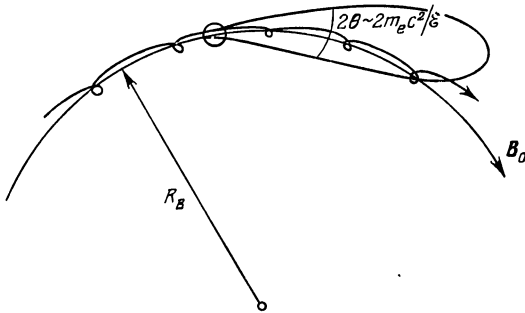


Рис 42 Мгновенная диаграмма направленности излучения из-за кривизны силовых линий ( $R_B$  — радиус кривизны).

наблюдаемого импульса  $\Delta t$  получается из (10.53) заменой  $r_B = \mathcal{E} / \omega_B m_e c \rightarrow R_B$ :

$$\Delta t \approx \frac{R_B}{c} \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^3. \quad (10.86)$$

Это дает следующую оценку ширины частотного спектра  $\Delta \omega$  и характерной частоты излучения  $\omega_{\max}$ , связанного с кривизной силовой линии:

$$\Delta \omega \sim \omega_{\max} \sim \frac{1}{\Delta t} \simeq \frac{c}{R_B} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^3. \quad (10.87)$$

Величину полных потерь на излучение из-за кривизны силовых линий можно получить из формулы для потерь на синхротронное излучение (10.81) путем той же замены  $r_B \rightarrow R_B$ :

$$- \left( \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right)_{\text{мд}}^{(0)} = \frac{2e^2 c}{3R_B^3} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^4. \quad (10.88)$$

Отметим, что теперь  $\omega_{\max}$  и величина радиационных потерь быстрее растут с увеличением энергии частицы  $\mathcal{E}$ , чем для синхротронного излучения. Это обстоятельство связано с тем, что при движении частиц по силовой линии радиус кривизны траектории не зависит от энергии и



определяется величиной  $R_B$ . Наоборот, при вращении электрона в магнитном поле траектория «выпрямляется» (ее радиус кривизны  $r_B$  увеличивается) с ростом  $\mathcal{E}$ .

Поскольку движение вдоль кривой силовой линии непериодическое, частотный спектр магнитодрейфового излучения будет непрерывным — исчезнет система отдельных дискретных линий, характерная для синхротронного излучения. Однако в отношении огибающей частотного спектра здесь не следует ожидать существенных отличий от синхротронного излучения.

Если кривизна силовых линий достаточно мала:  $R_B \gg \gg r_B$ , то характерная частота магнитодрейфового излучения будет существенно меньше частоты синхротронного излучения (для частиц одной энергии). Это обстоятельство открывает возможность единого объяснения [171] оптического и радиоизлучения пульсара в Крабе излучением электронов, движущихся в магнитном поле близ светового цилиндра (на расстоянии  $R \sim 10^8$  см от нейтронной звезды). Например, в случае, когда электроны с энергией  $\mathcal{E} \sim 10^2 m_e c^2$  движутся вдоль силовых линий с радиусом кривизны  $R_B \sim \sim 10^8$  см, характерная частота магнитодрейфового излучения (10.87) оказывается порядка  $3 \cdot 10^8$  сек<sup>-1</sup>, т. е. она попадает в радиодиапазон. Вместе с тем при движении в магнитном поле  $B_0 \sim 10^4 - 10^5$  гс частиц той же энергии, но с большими значениями питч-углов ( $\vartheta \sim 1$ ), возникает синхротронное излучение, частота которого приходится на оптическую часть спектра ( $\omega \sim \omega_{\max} \sim 10^{15} - -10^{16}$  сек<sup>-1</sup>, где  $\omega_{\max}$  определяется формулой (10.62)).

## § 11. Излучательная способность плазмы

Начиная с этого параграфа и до конца книги наше изложение будет так или иначе связано с отысканием и анализом двух величин, входящих в уравнение переноса интенсивности излучения и в его решения: излучательной способности  $a_\omega$  и коэффициента поглощения  $\mu_j$  (см. § 8). Это вполне естественно, так как, с одной стороны, именно эти величины в конечном счете определяют интенсивность наблюдаемого внеземного излучения, а с другой, — они сами зависят от характера элементарных процессов излучения и рассеяния в плазме и от распределения частиц плазмы по импульсам. Поэтому их исследование позволит судить

об эффективности и относительном вкладе различных процессов излучения и рассеяния в излучение космической плазмы, об условиях реализации в ней мазерных механизмов излучения и т. д.

Ниже речь будет идти об излучательной способности плазмы  $a_\omega$ , которая, по определению, представляет собой спектральную мощность излучения, испускаемого единичным объемом среды в единицу телесного угла. Мы найдем излучательную способность системы заряженных частиц, связанную с различными элементарными процессами излучения — тормозным, черенковским, циклотронным и синхротронным, оставляя рассмотрение вопроса о вкладе в величину  $a_\omega$  процессов рассеяния до главы VII. Для отыскания величины  $a_\omega$  следует использовать выражения для спектральной мощности излучения отдельной заряженной частицы  $P_{\omega\Omega}$ , полученные в § 10. Они позволяют рассчитать  $a_\omega$  путем суммирования излучения от частиц плазмы с учетом их распределения по импульсам. Если функция распределения  $f_0(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  известна, то излучательная способность системы частиц (среды) в точке  $\mathbf{r}$  в момент  $t$  будет, очевидно, равна

$$a_\omega = \int P_{\omega\Omega} f_0(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) d^3p. \quad (11.1)$$

**Тормозная излучательная способность.** При вычислении  $a_\omega$  для тормозного излучения нам нельзя использовать непосредственно формулу (11.1), поскольку в § 10 были приведены выражения для другой величины  $\kappa_\omega$  — спектральной мощности излучения единичного потока частиц при столкновениях с одной частицей. Излучательная способность  $a_\omega$  связана с  $\kappa_\omega$  соотношением

$$\int a_\omega d\Omega = N_+ \int \kappa_\omega v f_0(\mathbf{p}) d^3p, \quad (11.2)$$

в справедливости которого нетрудно убедиться, если учесть, что  $f_0(\mathbf{p})$  — функция распределения электронов по импульсам,  $v f_0(\mathbf{p}) d^3p$  есть поток электронов, обладающих импульсом  $\mathbf{p}$ , в элементе объема  $d^3p$  пространства импульсов, а  $N_+$  — концентрация частиц, с которыми сталкиваются электроны. Слева в (11.2) стоит интеграл от  $a_\omega$  по телесным углам, поскольку  $\kappa_\omega$  включает в себя излучение в единичном интервале частот по всем направлениям. Если распре-

деление  $f_0(p)$  изотропно, то излучательная способность не будет зависеть от направления, так что

$$a_\omega = N_+ \int_{p_{\min}}^{\infty} \kappa_\omega v f_0(p) p^2 dp. \quad (11.3)$$

Нижний предел  $p_{\min}$  получается из условия  $\mathcal{E}_{\text{кин}} = \hbar\omega$  (поскольку электрон с кинетической энергией  $\mathcal{E}_{\text{кин}} < \hbar\omega$  не в состоянии излучить квант  $\hbar\omega$ .) Для нерелятивистских частиц  $\mathcal{E}_{\text{кин}} = p^2/2m_e$  и  $p_{\min} = \sqrt{2\hbar\omega m_e}$ . В случае анизотропного распределения излучающих частиц для вычисления  $a_\omega$  необходимо знать угловую зависимость мощности тормозного излучения (см. [37, 135, 136] и др.).

Для системы нерелятивистских электронов с максвелловским распределением по импульсам  $f_0(p) = m_e^{-3} F_0(v)$ , где  $F_0(v)$  — функция распределения по скоростям, заданная формулой (4.92). Излучательная способность тогда может быть найдена после подстановки в (11.3) выражений для  $F_0$  (4.92) и для  $\kappa_\omega$  (10.7), (10.8), (10.11). В результате получаем следующие формулы.

В нерелятивистской плазме, температура которой \*)

$$T \ll \frac{\pi e^4 Z^2 m_e}{2\kappa \hbar^2} \sim 4 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K} \quad (11.4)$$

(последнее — для  $Z = 1$ ), излучательная способность на частотах

$$\omega \ll \frac{(8\kappa T)^{3/2}}{\pi^{3/2} m_e^{1/2} e^2 Z} \quad (11.5)$$

равна ([57], § 37)

$$a_\omega \approx \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^6 Z^2 N N_+}{(\kappa T)^{1/2} m_e^{3/2} c^3} \ln \left[ \frac{2 (2\kappa T)^{3/2}}{\delta^{5/2} e^2 Z m_e^{1/2} \omega} \right]. \quad (11.6)$$

Эта излучательная способность представляет интерес главным образом в радиодиапазоне, где неравенство выполнено (для частот  $\omega \ll 10^{11} \text{ сек}^{-1}$ ) при температурах  $T \gtrsim 10^2 \text{ }^\circ\text{K}$ ,

\*) Здесь и ниже ограничения на электронную температуру и частоту тормозного излучения нерелятивистской плазмы получены из неравенств (10.3), (10.4), (10.7), (10.8) заменой  $v$  на «среднюю арифметическую» скорость электронов  $\bar{v} \equiv \int v F_0(v) d^3v = \sqrt{8\kappa T/\pi m_e}$ .

т. е. практически во всем интервале температур, характерных для космической плазмы. Далее, в интервале частот

$$(8\kappa T)^{3/2}/\pi^{3/2} m_e^{1/2} e^2 Z \ll \omega \ll 4\kappa T/\pi e^2 Z \quad (11.7)$$

излучательная способность

$$a_\omega \approx \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{e^6 Z^2 N N_+}{m_e^{3/2} c^3 (\kappa T)^{1/2}}. \quad (11.8)$$

В плазме с температурой

$$T \gg \pi e^4 Z^2 m_e / 2\kappa \hbar^2 \quad (11.9)$$

имеем

$$a_\omega \approx \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^6 Z^2 N N_+}{(\kappa T)^{1/2} m_e^{3/2} c^3} \ln \frac{4\kappa T}{\delta \hbar \omega}. \quad (11.10)$$

Следует подчеркнуть, что все формулы для тормозной излучательной способности приведены здесь в расчете на две противоположные поляризации (т. е.  $a_\omega = a_{\omega 1} + a_{\omega 2}$ ). Поскольку тормозное излучение равновесной системы частиц в вакууме неполяризовано, излучательная способность на одну поляризацию (на одну нормальную волну) вдвое меньше  $a_\omega$ . Заметим также, что формулы (11.6), (11.8) и (11.10) справедливы лишь в области Рэлея — Джинса  $\hbar\omega \ll \kappa T$ , для которой  $p_{\min} = m_e v_{\min} \ll mv_T$ . Последнее обстоятельство позволило при интегрировании в (11.3) положить  $p_{\min} = 0$ . Если  $\hbar\omega \gtrsim \kappa T$ , в выражениях для излучательной способности  $a_\omega$  появится дополнительный множитель  $g(\omega, T)e^{-\hbar\omega/\kappa T}$  (см., например, [134], гл. 16). Экспонента здесь обязана существенному отличию от нуля величины  $p_{\min}$ , а функция  $g(\omega, T)$  (так называемый фактор Гаунта [172]) — влиянию квантовых эффектов при тормозном излучении частиц с  $p \sim p_{\min}$ , вклад которых в  $a_\omega$  при  $\hbar\omega \gtrsim \kappa T$  становится весьма заметным. Хотя обычно  $g(\omega, T) \sim 1$ , его нужно учитывать при детальных расчетах тормозного излучения.

Мы не выписываем здесь выражений для тормозной излучательной способности релятивистской плазмы прежде всего из-за неопределенности в выборе функции распределения частиц  $f_0(\mathbf{p})$ . Мало вероятно, что в космических условиях (например, в магнитосферах нейтронных звезд)

эта функция будет равновесной. Для других же распределений в случае необходимости величину  $a_\omega$  можно найти с помощью формул (10.13), (11.3), а также выражений для мощности тормозного излучения, приведенных в [134], гл. 16 и в [1, 174], где обсуждается проблема рентгеновского и гамма-излучения частиц в астрофизических условиях.

**Черенковская излучательная способность.** Имея в виду дальнейшие приложения к задаче о поглощении плазменных волн в равновесной плазме (§ 12) и усилении (черенковской неустойчивости) этих волн в потоках частиц (§ 15), найдем в этом разделе излучательную способность  $a_\omega$  системы частиц, обладающих следующей функцией распределения по скоростям:

$$F_S(\mathbf{v}) = N_S \left( \frac{m_e}{2\pi\kappa T_S} \right)^{3/2} \exp \left[ -m_e (\mathbf{v} - \mathbf{v}_S)^2 / 2\kappa T_S \right]. \quad (11.11)$$

Эта функция описывает поток частиц, имеющих максвелловское распределение в системе отсчета, движущейся со скоростью  $\mathbf{v}_S$  (вместе с потоком). При  $\mathbf{v}_S = 0$ ,  $N_S = N$  и  $T_S = T$  функция  $F_S(\mathbf{v})$  (11.11) совпадает с распределением электронов в равновесной плазме (4.92). Пусть этот поток частиц пронизывает изотропную плазму с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 1 - \omega_L^2/\omega^2$ . При этом с каждой частицей потока связано черенковское излучение на частотах  $\omega = k\mathbf{v}$ , спектральная мощность которого  $P_{\omega\Omega}$  определяется выражением (10.22). Подставляя (10.22) и (11.11) в (11.1), получим (см. подробнее [142]):

$$a_\omega = \frac{e^2 \omega N_S}{(2\pi)^{3/2} v T_S \epsilon(\omega)} \exp \left[ -\frac{m_e}{2\kappa T_S} (v_\phi - v_S \cos \theta)^2 \right], \quad (11.12)$$

где  $v_{T_S} = \sqrt{\kappa T_S / m_e}$ ,  $v_\phi = c/n_{\text{пл}}(\omega)$ , а  $n_{\text{пл}}(\omega)$  определено формулой (5.14). Согласно (11.12) под углом  $\theta$  к скорости  $\mathbf{v}_S$  поток излучает в основном те плазменные волны, фазовая скорость которых сосредоточена в интервале  $\Delta v_\phi \sim 2\sqrt{2} v_{T_S}$  близ  $v_\phi = v_S \cos \theta$ . Из (11.12) трудно также получить излучательную способность для черенковского излучения электронов равновесной плазмы (без потока). Для этого достаточно положить в ней  $N_S = N$ ,

$v_{T_S} = v_T$ ,  $T_S = T$  и  $v_S = 0$ :

$$a_\omega = \frac{e^2 \omega N}{(2\pi)^{3/2} v_T \epsilon(\omega)} \exp \left[ -\frac{m_e v_\phi^2}{2\kappa T} \right]. \quad (11.13)$$

Обе формулы для  $a_\omega$  были найдены в предположении, что черенковское излучение происходит в непоглощающей плазме. Это означает, что они корректны лишь при условии  $v_\phi \gg v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$ , когда затухание Ландау в плазме становится слабым (см. § 12). Для справедливости (11.12) необходимо также, чтобы концентрация частиц в потоке была достаточно мала по сравнению с концентрацией электронов в основной плазме; дело в том, что при вычислении  $P_{\omega\Omega}$  (10.22) не учитывался вклад частиц потока в величину диэлектрической проницаемости плазмы.

**Циклотронная излучательная способность.** Для расчета излучательной способности с помощью (11.1) следует записать выражение для спектральной мощности циклотронного излучения  $P_{\omega\Omega}$  на гармонике  $s$ . Поскольку направление излучения (угол  $\alpha$ ) и частота  $\omega$  связаны между собой соотношением (10.43), величина  $P_{\omega\Omega}$  должна содержать дельта-функцию от  $\omega - s\omega_B (1 + n_j \beta_{\parallel} \cos \alpha)$  (аналогично  $P_{\omega\Omega}$  для черенковского излучения; см. (10.22)). Однако в § 10 представлены формулы для другой величины — мощности циклотронного излучения в единичном телесном угле в одну нормальную волну  $P_{\Omega j}$  (см. (10.44), (10.46), (10.47)). Эти формулы можно использовать для отыскания  $a_\omega$  следующим образом.

Проинтегрируем обе части равенства (11.1) по частоте, замечая, что  $\int P_{\omega\Omega} d\omega = P_\Omega$ :

$$\int a_\omega d\omega = \int P_\Omega f_0(\mathbf{p}) d^3p.$$

Отметим далее, что стационарная функция распределения электронов в магнитном поле не может зависеть от угла в плоскости, перпендикулярной к этому полю. Благодаря этому  $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p_\perp, p_\parallel)$  и  $d^3p = 2\pi p_\perp dp_\perp dp_\parallel$ , где  $p_\parallel$  и  $p_\perp$  — проекции импульса электрона соответственно на направление магнитного поля и на указанную плоскость. Далее, при магнитотормозном излучении на данной гармонике  $s$  частота  $\omega$  связана с  $p_\parallel$  и  $p_\perp$  формулой Доплера (10.29). Совершив замену переменной интегрирования  $p_\parallel \rightarrow \omega$ ,

получаем

$$\int a_{\omega} d\omega = 2\pi \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P_{\Omega j} f_0(p_{\parallel}, p_{\perp}) \left| \frac{\partial p_{\parallel}}{\partial \omega} \right| p_{\perp} dp_{\perp} d\omega, \quad (11.14)$$

откуда следует, что излучательная способность на  $j$ -й волне

$$a_{\omega j} = 2\pi \int_0^{\infty} P_{\Omega j} f_0(p_{\parallel}, p_{\perp}) \left| \frac{\partial p_{\parallel}}{\partial \omega} \right| p_{\perp} dp_{\perp}. \quad (11.15)$$

Для циклотронного излучения  $p_{\parallel} = p_{\parallel}(\omega)$  в соответствии с приближенным соотношением

$$\omega \approx s\omega_B \left( 1 + \frac{n_j p_{\parallel}}{m_e c} \cos \alpha \right), \quad (11.16)$$

полученным из формулы Доплера (10.30). Из (11.16) следует, что

$$\left| \frac{\partial p_{\parallel}}{\partial \omega} \right| \approx \frac{m_e c}{\omega n_j |\cos \alpha|}. \quad (11.17)$$

Далее, для равновесной (максвелловской) плазмы

$$f_0(p_{\parallel}, p_{\perp}) = \frac{N_0}{(2\pi k T m_e)^{3/2}} \exp \left[ -\frac{p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2}{2m_e k T} \right] \quad (11.18)$$

(ср. (4.84)). Подставив (11.17), (11.18) и  $P_{\Omega j}$  (10.44) в выражение для  $a_{\omega j}$  (11.15) и выполнив интегрирование по поперечным импульсам, получаем, что излучательная способность равновесной плазмы, обусловленная циклотронным излучением на  $s$ -й гармонике в волны  $j$ -го типа, равна (для  $s \geq 2$ ) [153]

$$a_{\omega j} \approx \frac{s^{2s}}{2^s (2\pi)^{3/2} s!} \frac{e^2 \omega N_0}{c^{2s}} v_T^{2s-1} \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{|\cos \alpha|} \times \\ \times \left[ n_i^{s-1} \mathcal{F}_i(1+g_i) \right]_{\omega = s\omega_B} \exp \left[ \frac{(\omega - s\omega_B)^2}{2k^2 v_T^2} \right]. \quad (11.19)$$

Здесь  $v_T = \sqrt{kT/m_e}$  и  $k_{\parallel} = \frac{\omega}{c} n_j \cos \alpha$ . На первой гармонике  $s = 1$  излучательную способность можно найти, под-

ставив в (11.15) выражение для  $P_{\Omega_j}$  в форме (10.46) [153]:

$$a_{\omega j} \approx \frac{1}{2(2\pi)^{3/2}} \frac{e^2 \omega N_0 v_T}{c^2 |\cos \alpha|} \left( \frac{\omega}{\omega_B} - 1 \right)^2 \times \\ \times \left[ \omega \frac{\partial g_j}{\partial \omega} + h_j \operatorname{tg} \alpha \right]_{\omega = \omega_B}^2 \exp \left[ \frac{(\omega - \omega_B)^2}{2k_{\parallel}^2 v_T^2} \right]. \quad (11.20)$$

Критерии справедливости приведенных выше выражений для излучательной способности  $a_{\omega j}$  совпадают с условием применимости использованных при выводе (11.19), (11.20) формул для циклотронного излучения (см. § 10), с заменой величин  $\beta$ ,  $\beta_{\parallel}$  и  $\beta_{\perp}$  на  $\beta_T = v_T/c$ :

$$\left. \begin{aligned} \beta_T^2 \ll 1, \quad n_j \beta_T \ll 1, \quad \beta_T \left| \frac{\omega \partial n_j}{\partial \omega} \right| \ll 1, \\ s \beta_T n_j |\sin \alpha| \ll 1, \quad 2n_j |\cos \alpha| \gg \beta_T. \end{aligned} \right\} \quad (11.21)$$

Из последнего условия, в частности, следует неприменимость выражений для  $a_{\omega j}$  в направлениях  $\alpha \approx \pi/2$ . Кроме того, подчеркнем, что на первой гармонике формула (11.20) верна лишь в крыльях линии излучения — на частотах, не слишком близких к  $\omega_B$ :

$$(\omega - \omega_B)^2 \gg 2k_{\parallel}^2 v_T^2. \quad (11.22)$$

Последнее объясняется тем, что формула для  $P_{\Omega_j}$  (10.46) справедлива лишь для частиц со скоростью  $v_{\parallel} \gg v_T$ , которые излучают частоты в области (11.22) (см. § 10). Весь контур линии циклотронного излучения на первой гармонике можно, однако, получить иначе — с помощью закона Кирхгофа и корректного выражения для коэффициента циклотронного поглощения, найденного кинетическим методом (см. § 13).

Наконец, для разреженной плазмы ( $v \ll 1$ ) в соответствии с (10.47) имеем

$$a_{\omega j} \approx \frac{s^{2s}}{2^s (2\pi)^{3/2} s!} \frac{e^2 \omega N_0 v_T^{2s-1}}{c^{2s}} \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{|\cos \alpha|} \frac{(1 + K_j \cos \alpha)^2}{1 + K_j^2} \times \\ \times \exp \left[ (\omega - s\omega_B)^2 / 2k_{\parallel}^2 v_T^2 \right], \quad (11.23)$$

где  $K_j$  определено (5.35). В сумме по обеим поляризациям формула (11.23) дает следующую величину излучательной



способности:

$$a_{\omega} = a_{\omega 1} + a_{\omega 2} \approx \frac{s^{2s+1}}{2^{s-1} (2\pi)^{3/2}} \frac{e^2 \omega N_0 v_T^{2s-1}}{c^{2s}} \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{|\cos \alpha|} \exp [(\omega - s\omega_B)^2 / 2k_{||}^2 v_T^2]. \quad (11.24)$$

При переходе к (11.24) учтено, что  $K_1 K_2 = -1$ . Выражения (11.23), (11.24) справедливы на гармониках  $s \geq 2$ . Однако в случае, если плотность плазмы столь мала, что выполнено условие, обратное (10.49), этими выражениями можно пользоваться и на первой гармонике.

Из (11.23) ясно, что на  $s$ -й гармонике ширина линии излучения  $\Delta\omega \sim \sqrt{2} |k_{||}| v_T = \sqrt{2} s\omega_B \beta_T |\cos \alpha|$ . Поскольку расстояние между центрами линий двух соседних гармоник равно  $\omega_B$ , ясно, что линии циклотронного излучения не перекрываются, если \*)

$$s < \frac{1}{\sqrt{2} \beta_T |\cos \alpha|}. \quad (11.25)$$

В то же время дипольный характер циклотронного излучения обеспечивается неравенством (10.42), которое для излучения равновесной разреженной плазмы с  $n_j \approx 1$  имеет такой вид:  $s\beta_T \sin \alpha \ll 1$ . Из сопоставления двух указанных неравенств ясно, что для углов  $\alpha \sim 1$  «перекрывание» линий излучения начинается на гармониках  $s$ , для которых одновременно нарушается и дипольный характер излучения. Поэтому излучение на частотах, соответствующих значениям  $s \gtrsim 1/\sqrt{2} \beta_T$ , требует специальных расчетов с учетом вклада различных гармоник в излучение с данной частотой  $\omega$ . Такого рода расчеты проведены в работах [175, 176]. Излучение системы слаборелятивистских электронов на «перекрывающихся» гармониках гирочастоты было использовано [177] при интерпретации излучения рентгеновских пульсаров Сеп X-3 и Нег X-1, входящих в состав двойных звезд. По предположению, оно представляет собой магнитотормозное излучение высоко-

\*) Имеется в виду излучение в однородном магнитном поле. Если же поле неоднородно, то излучение, соответствующее различным гармоникам гирочастоты, не перекрывается лишь при дополнительных условиях, указанных в § 13.

температурной плазмы на гармониках  $s \gtrsim 5$ . В результате аккреции эта плазма попадает в область магнитных полюсов нейтронной звезды, где сильные магнитные поля  $B_0 \sim 10^{10} - 10^{12}$  эс обеспечивают необходимое смещение частотного спектра излучения в рентгеновский диапазон.

**Синхротронная излучательная способность. Синхротронный механизм космического радиоизлучения.** Прежде всего отметим, что при исследовании излучения релятивистских частиц наряду с функцией распределения по импульсам  $f_s(\mathbf{p})$  широко используется функция распределения по энергиям (или, как принято говорить, энергетический спектр)  $N(\mathcal{E})$ . При этом  $N(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$  определяет число частиц в единичном объеме пространства, имеющих скорость в единичном телесном угле и энергию в интервале от  $\mathcal{E}$  до  $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$ . Поскольку в релятивистском пределе  $\mathcal{E} = pc$ , из сказанного ясно, что  $N(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = f_s(\mathbf{p}) p^2 dp$  и

$$N(\mathcal{E}) = \frac{f_s(\mathbf{p}) p^2}{c}. \quad (11.26)$$

Данное определение энергетического спектра частиц не исключает его зависимость от направления. Если такая зависимость существует, спектр называют анизотропным. Мы в этом разделе для простоты (и, учитывая, в частности, такой факт, как высокая степень изотропии космических лучей) будем рассматривать лишь системы частиц с изотропным энергетическим спектром. Концентрация частиц в такой системе

$$N_S = 4\pi \int N(\mathcal{E}) d\mathcal{E}. \quad (11.27)$$

Приведенные ниже формулы, однако, имеют более широкую область применимости: они останутся справедливыми, если вид анизотропного энергетического спектра  $N(\mathcal{E})$  не меняется в пределах характерной ширины диаграммы синхротронного излучения.

Ранее уже отмечалось, что вычислять величину излучательной способности для равновесной функции распределения релятивистских частиц в космической плазме особого смысла не имеет из-за нереальности такого распределения. Существование систем релятивистских частиц с моноэнергетическим спектром вида

$$N(\mathcal{E}) = \frac{N_S}{4\pi} \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0) \quad (11.28)$$

в указанных условиях тоже весьма проблематично. Однако благодаря своей простоте этот спектр нередко оказывается полезным при предварительной оценке возможности привлечь синхротронный механизм для интерпретации наблюдаемого излучения космических источников.

Благодаря высокой направленности синхротронного излучения (с узкой диаграммой, направленной вдоль скорости частиц  $\mathbf{v}$ ) излучательную способность  $a_\omega$  (11.1) можно представить в виде

$$a_\omega = \int P_\omega(\omega, \mathcal{E}) N(\mathcal{E}) d\mathcal{E}. \quad (11.29)$$

Здесь учтено, что в величину  $a_\omega$ , отнесенную к единичному телесному углу, дают вклад все электроны со скоростями, которые содержатся в этом телесном угле. Поскольку  $a_\omega$  отнесена также к единичному интервалу частот, вклад от каждого электрона в  $a_\omega$  равен мощности излучения  $P_\omega$  в этом интервале (просуммированной по всем направлениям излучения, сосредоточенного в узком телесном угле вдоль скорости  $\mathbf{v}$ ).

Для изотропного моноэнергетического спектра (11.28)

$$a_\omega = P_\omega(\omega, \mathcal{E}_0) \frac{N_S}{4\pi}, \quad (11.30)$$

где в вакууме  $P_\omega(\omega, \mathcal{E}_0)$  задаётся формулой (10.59), а в изотропной среде — выражением (10.76).

Аналогичные (11.30) соотношения будут, разумеется, иметь место и для обеих линейно-поляризованных компонент синхротронного излучения (с векторами электрического поля  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{E}^{(2)}$ , ориентированными вдоль главных осей эллипса поляризации \*));

$$a_{\omega 1} = \frac{P_{\omega 1} N_S}{4\pi}; \quad a_{\omega 2} = \frac{P_{\omega 2} N_S}{4\pi}. \quad (11.31)$$

Здесь  $P_{\omega 1}$  и  $P_{\omega 2}$  — заданные формулами (10.69) мощности синхротронного излучения одной частицы, просуммированные по всем направлениям излучения в линейно-поляризованные компоненты 1 и 2. С помощью (11.31) и (10.69) можно определить степень линейной поляризации синхротронного излучения системы частиц с изотропным

---

\*) Об ориентации этих осей в случае синхротронного излучения сказано на стр. 239.

моноэнергетическим спектром [33]:

$$\zeta_{\perp} = \frac{a_{\omega 1} - a_{\omega 2}}{a_{\omega 1} + a_{\omega 2}} = \frac{K_{3/2}(\omega/\omega_c)}{\int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{3/2}(x) dx}. \quad (11.32)$$

Отсюда следует, что излучение рассматриваемой системы частиц будет обладать высокой степенью линейной поляризации: на низких частотах ( $\omega \ll \omega_c$ ) величина  $\zeta_{\perp} \approx 1/2$ ; на высоких частотах ( $\omega \gg \omega_c$ ) значение  $\zeta_{\perp} \approx 1$ .

В астрофизических приложениях важную роль играет синхротронное излучение электронов со степенным энергетическим спектром

$$N(\mathcal{E}) = \mathcal{K} \mathcal{E}^{-\gamma}; \quad \mathcal{K} = \frac{N_S}{4\pi} \left[ \int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}_2} \mathcal{E}^{-\gamma} d\mathcal{E} \right]^{-1}; \quad (11.33)$$

здесь нормировочный множитель  $\mathcal{K}$  выражен через число частиц  $N_S$ , содержащихся в интервале энергий от  $\mathcal{E}_1$  до  $\mathcal{E}_2$ . Эта роль объясняется прежде всего степенным характером энергетического спектра частиц в составе космических лучей, включая релятивистские электроны, ответственные за создание нетеплового распределенного радиоизлучения Галактики (см. ниже). С другой стороны, частотные спектры многих дискретных источников допускают аппроксимацию в виде степенной зависимости от частоты; это обстоятельство, как мы сейчас убедимся, снова приводит к степенному энергетическому спектру излучающих частиц в случае синхротронной природы их излучения.

В однородном магнитном поле релятивистские частицы с изотропным степенным спектром имеют излучательную способность, которая может быть получена подстановкой выражений (10.59) и (11.33) в формулу (11.29). В результате получаем, что частотный спектр  $a_{\omega}(\omega)$  в вакууме будет иметь следующий вид [1]:

$$a_{\omega} = \mathcal{K} \omega^{-\alpha}. \quad (11.34)$$

Здесь индекс спектра

$$\alpha = \frac{1}{2}(\gamma - 1), \quad (11.35)$$

а коэффициент

$$\bar{\mathcal{K}} = b(\gamma) \mathcal{K} \frac{e^3}{m_e c^2} \left( \frac{3e}{m_e^3 c^5} \right)^{\frac{\gamma-1}{2}} (B_0 \sin \alpha)^{\frac{\gamma+1}{2}}, \quad (11.36)$$

где

$$b(\gamma) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi(\gamma+1)} \Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right).$$

Степень линейной поляризации при этом можно найти, зная излучательные способности  $a_{\omega 1}$  и  $a_{\omega 2}$  линейно-поляризованных компонент по главным осям эллипса поляризации. Их получаем подстановкой в (11.29) выражений (10.69) вместо (10.59). Тогда оказывается, что степень линейной поляризации зависит только от индекса спектра и не меняется с частотой [296]:

$$\zeta_L = \frac{a_{\omega 1} - a_{\omega 2}}{a_{\omega 1} + a_{\omega 2}} = \frac{\gamma+1}{\gamma+7/3}. \quad (11.37)$$

Если движение релятивистских электронов происходит в хаотическом магнитном поле с линейными размерами области квазиоднородного поля  $l_0$ , то для характеристики синхротронного излучения системы этих частиц можно ввести излучательную способность

$$\bar{a}_\omega = L^{-1} \int_L a_\omega dl. \quad (11.38)$$

Она представляет собой усредненную по всем направлениям магнитного поля (т. е. по углу  $\alpha$ ) величину  $a_\omega$  (11.34) — (11.36), полученную для однородного магнитного поля. При этом интервал усреднения  $L$  должен быть много больше  $l_0$ . Соответствующее выражение для  $\bar{a}_\omega$  может быть представлено в форме (11.34), (11.35); однако теперь величина  $\mathcal{K}$  другая [1]:

$$\bar{\mathcal{K}} = a(\gamma) \mathcal{K} \frac{e^3}{m_e c^2} \left( \frac{3e}{2m_e^3 c^5} \right)^{\frac{\gamma-1}{2}} B_0^{\frac{\gamma+1}{2}}, \quad (11.39)$$

$$a(\gamma) = \frac{2^{\frac{\gamma-1}{2}} \sqrt{3}}{(\gamma+1) 4 \sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{\gamma+7}{4}\right).$$

В качестве  $B_0^{\frac{\gamma+1}{2}}$  здесь фигурирует некоторое среднее значение этой величины в области с хаотическим магнитным

полем. Зависимость  $a(\gamma)$  сравнительно слабая; численные значения для некоторых индексов энергетического спектра представлены в табл. 2.

Таблица 2

$\gamma$	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$a(\gamma)$	0,566	0,294	0,206	0,170	0,148	0,145	0,184

Линейная поляризация синхротронного излучения при усреднении в хаотическом магнитном поле, очевидно, исчезает.

При получении формул (11.34) — (11.49) интегрирование по энергиям  $\mathcal{E}$  в исходном выражении для  $a_\omega$  (11.29) велось в пределах от 0 до  $\infty$ . Такое расширение интервала интегрирования не дает значительной ошибки при расчете  $a_\omega$  на частоте  $\omega$ , если отклонения энергетического спектра частиц от степенного становятся заметными лишь при энергиях \*)

$$\mathcal{E} \lesssim m_e c^2 \left( \frac{\omega}{\omega_B} \right)^{1/2}. \quad (11.40)$$

Сказанное становится понятным, если учесть, что основной вклад в синхротронное излучение на частоте  $\omega$  дают частицы с энергией  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{\max}$  (10.64), в то время как роль электронов из области (11.40) мало существенна.

Из приведенных выражений для излучательной способности синхротронного излучения ясно, что ее частотный спектр имеет степенной характер, если энергетический спектр излучающих частиц является степенным. При этом индексы спектров как в однородном, так и в хаотическом магнитном поле связаны между собой соотношением (11.35). Это соотношение, установленное Г. Г. Гетманцевым [178], играет важную роль при интерпретации излучения космических источников на основе синхротронного механизма: оно позволяет установить характер энергетического распределения релятивистских частиц по наблюдаемому частотному спектру космического излучения благодаря тому,

\*) Более детальные критерии указаны в [166].

что для многих объектов, в которых действует указанный механизм, спектр излучения в широком интервале частот с достаточной точностью может быть аппроксимирован степенной функцией.

Надо отметить, что соотношение (11.35) между спектральными индексами было представлено выше как результат формальных расчетов функции  $a_\omega(\omega)$ . Однако его смысл нетрудно уяснить из следующих простых соображений. Поскольку, как уже отмечалось, основной вклад в синхротронное излучение на частоте  $\omega$  дают частицы с энергией  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{\max} \sim mc^2 (\omega/\omega_B)^{1/2}$ , занимающие интервал  $\Delta\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{\max}$ , то излучательная способность (11.29) на частоте  $\omega$  по порядку величины будет равна  $a_\omega \sim P_\omega(\omega, \mathcal{E}_{\max}) N(\mathcal{E}_{\max}) \Delta\mathcal{E}$ . Однако  $P_\omega(\omega, \mathcal{E}_{\max})$  для синхротронного излучения зависит только от величины магнитного поля  $B_0$  (\*). Учитывая вместе с тем, что  $\Delta\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{\max} \propto \omega^{1/2}$  и что для степенного энергетического спектра  $N(\mathcal{E}_{\max}) \propto \mathcal{E}_{\max}^{-\gamma} \propto \omega^{-\gamma/2}$ , получаем частотный спектр вида:  $a_\omega \propto \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}}$ .

Все эти результаты справедливы на тех частотах, где влиянием среды на синхротронное излучение можно пренебречь. Если электроны имеют широкий энергетический спектр, например, степенной в достаточно большом интервале энергий, то влияние среды становится существенным только в случае, когда будет нарушено неравенство (10.84), т. е. когда  $\omega \lesssim \omega_L^2/2\omega_B$ . Депрессия синхротронного излучения приведет здесь к резкому «завалу» степенного спектра излучения — смене знака у спектрального индекса  $a$  и экспоненциальному убыванию  $a_\omega$  по мере уменьшения частоты [165]:

$$a_\omega \propto \omega^{1-\gamma} \exp\left(\frac{-V\sqrt{3} \omega_L^2}{\omega\omega_B}\right). \quad (11.41)$$

Указанный закон изменения  $a_\omega(\omega)$  соответствует экспоненциальному изменению полной мощности синхротронного излучения отдельного электрона, которое отмечалось в § 10 (см. (10.80)).

\* Согласно (10.61) максимальное значение  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$  в функции от частоты не зависит от энергии  $\mathcal{E}$ . Отсюда ясно, что  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$ , рассматриваемая как функция от  $\mathcal{E}$ , достигает максимального значения (10.61) на любой фиксированной частоте  $\omega$ .

Приведенные в этом разделе формулы для излучательной способности системы релятивистских электронов в магнитном поле служат той основой, на которой проводятся исследования синхротронного механизма космического радиоизлучения. При этом наблюдаемая интенсивность излучения от космического источника будет связана с  $a_\omega$  соотношением

$$I_\omega = \int a_\omega dl \quad (11.42)$$

(в пренебрежении поглощением вдоль луча и при стационарном распределении  $a_\omega$ ; см. § 8). В хаотическом магнитном поле и без учета влияния среды система релятивистских электронов, обладающая изотропным степенным спектром, создаст (с учетом  $a_\omega$  в форме (11.34), (11.35), (11.39)) интенсивность синхротронного излучения

$$I_f \approx 8,57 \cdot 10^{-22} a(\gamma) L \mathcal{K} B_0^2 \times \\ \times (6,47 \cdot 10^{18}/f)^{\frac{\gamma-1}{2}} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{гц}}. \quad (11.43)$$

Здесь  $I_f = 2\pi I_\omega$  — интенсивность (в сумме по обеим поляризациям), отнесенная к единичному интервалу частот  $f = \omega/2\pi$ ; линейный размер источника  $L$  выражен в см,  $B_0$  — в гс,  $f$  — в гц, коэффициент  $\mathcal{K}$  (11.33) соответствует энергии в эргах.

Применим полученные формулы к нетепловой компоненте распределенного радиоизлучения Галактики \*), предполагая, что это излучение создается релятивистскими электронами, движущимися в межзвездных магнитных полях. Эта компонента обладает спектром, который при аппроксимации степенным законом имеет спектральный индекс  $\alpha \approx 0,3-0,4$  на частотах  $f \sim 10$  Мгц. Индекс  $\alpha$  постепенно увеличивается с ростом частоты, достигая 0,8 на высоких частотах ( $f \gtrsim 300$  Мгц). Наблюдаемая интенсивность радиоизлучения  $I_f$  существенно меняется в зависимости от галактической широты и долготы; со стороны

\*) В состав распределенного радиоизлучения Галактики входит также тепловая компонента, представляющая собой тормозное излучение областей ионизованного водорода (областей H II); см. об этом § 12.



антицентра (направления, противоположного направлению на центр нашей Галактики) она составляет примерно  $1,5 \cdot 10^{-18}$  эрг/см<sup>2</sup>·сек·стер·гц для  $f = 400$  Мгц [299].

Считая, что магнитное поле в межзвездной среде хаотическое, а поглощение радиоволн на размерах Галактики несущественно\*), обратимся к формуле (11.43), определяющей интенсивность синхротронного излучения в указанных условиях. Согласно этой формуле, наблюдаемый степенной частотный спектр с  $\alpha \approx 0,8$  может быть создан синхротронным излучением частиц со степенным энергетическим спектром, имеющим индекс  $\gamma = 2\alpha + 1 \approx 2,6$ . Эта величина  $\gamma$  хорошо согласуется со значением спектрального индекса, установленного при исследованиях электронной компоненты первичных космических лучей (см. [299]).

Далее, в соответствии с (11.43), ожидаемая величина интенсивности составит (с учетом  $\gamma = 2,6$ )

$$I_f \approx 1,6 \cdot 10^{-7} L \mathcal{K} B_0^{1,8} f^{-0,8} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{гц}. \quad (11.44)$$

Параметры  $L$ ,  $\mathcal{K}$  и  $B_0$ , фигурирующие в выражении для  $I_f$ , известны (по крайней мере по порядку величины). В самом деле, положим эффективную длину луча в Галактике равной  $5 \text{ кпс} = 1,5 \cdot 10^{22} \text{ см}$ , т. е. трети радиуса галактического диска. Величина магнитного поля  $B_0 \sim 5 \cdot 10^{-6} \text{ гс}$  в межзвездной среде определяется из независимых измерений (в частности, по эффекту Зеемана в линии излучения нейтрального водорода  $\lambda = 21 \text{ см}$ ). Наконец коэффициент  $\mathcal{K}$  в энергетическом спектре релятивистских электронов примем равным  $1,2 \cdot 10^{-17}$ . Судя по данным измерений, приведенным в [299], именно такое значение  $\mathcal{K}$  характерно для электронной компоненты космических лучей.

Подставив указанные значения  $L$ ,  $\mathcal{K}$  и  $B_0$  в (11.44), найдем, что на частоте  $f = 400$  Мгц величина  $I_f \sim 1,1 \cdot 10^{-18}$  эрг/см<sup>2</sup>·сек·стер·гц. Учитывая неопределенность выбора величины  $L$  и отсутствие сведений о средних значениях  $\mathcal{K}$  и  $B_0$  в масштабах Галактики, мы можем признать вполне удовлетворительным соответствие между оцененной величиной  $I_f$  и наблюдаемым значением интенсивности  $I_f \approx \approx 1,5 \cdot 10^{-18}$  эрг/см<sup>2</sup>·сек·стер·гц на частоте 400 Мгц. Указанное соответствие величин  $I_f$ , равно как измеренных и ожидаемых значений индексов энергетического спектра

\*) Пренебрежение поглощением вполне допустимо на волнах  $\lambda < 10 \text{ м}$ , если луч не проходит через плотные облака H II (см. § 12, 17).

электронов  $\gamma$ , служит веским аргументом в пользу синхротронной теории нетеплового распределенного радиоизлучения Галактики [156, 157, 178].

Итак, формула (11.43) позволяет проверить гипотезу о синхротронной природе нетеплового галактического радиоизлучения, благодаря тому, что все входящие в нее величины получены из независимых измерений. В случае дискретных источников (таких, как оболочки сверхновых, радиогалактики и др.), радиоизлучение которых также объясняется на основе синхротронного механизма, формула (11.43) приводит к более скромным результатам. В этом случае значения  $\mathcal{H}$  и  $B_0$  в источнике обычно неизвестны (известен лишь размер  $L$ ); поэтому по измеренному спектральному индексу  $\alpha$  и интенсивности радиоизлучения  $I_f$  на фиксированной частоте с помощью (11.43) могут быть найдены лишь индекс энергетического спектра реляти-

$\frac{\gamma+1}{\gamma}$   
вистских частиц  $\gamma$  и комбинация двух величин  $\mathcal{H} B_0^2$ . Для того чтобы найти в отдельности  $\mathcal{H}$  и  $B_0$ , требуется еще одно независимое соотношение между ними. В рамках синхротронного механизма такое соотношение может быть установлено, если частотный спектр дискретного источника на низких частотах имеет «завал», обусловленный реабсорбцией излучения в самом источнике \*) или депрессией излучения, вызванной влиянием среды (плазмы). В последнем случае, как ясно из (10.84), по известной частоте  $\omega_{\text{крит}} \sim \sim \omega_L^2/2\omega_B$ , на которой начинается депрессия спектра радиоизлучения, можно найти магнитное поле  $B_0$ . Однако для этого необходимо знать  $N$  — электронную концентрацию «холодной» плазмы в источнике, оценка которой также представляет собой далеко не простую задачу. Поэтому в большинстве дискретных источников дополнительную связь между  $\mathcal{H}$  и  $B_0$  получают, задав отношение плотности энергии релятивистских электронов  $W_e$  к плотности энергии магнитного поля в источнике  $W_B$ . Для динамической устойчивости системы из заряженных частиц и магнитного поля необходимо, чтобы  $W_e < W_B$ . Обычно полагают  $W_e/W_B \sim 10^{-1}—10^{-2}$ , в основном по аналогии с нашей Галактикой, где  $W_e/W_B \sim 10^{-2}$  \*\*).

\*) Об эффектах реабсорбции синхротронного излучения см. § 17.

\*\*) О проблеме определения отношения  $W_e/W_B$  вдали от Земли см. [134].

## ГЛАВА V

### ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В РАВНОВЕСНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Из содержания предыдущей главы ясно, что в излучательную способность плазмы вносят вклад все элементарные процессы излучения отдельных частиц, так что  $a_\omega = a_\omega^{\text{торм}} + a_\omega^{\text{магн}} + a_\omega^{\text{чер}} + \dots$ . С другой стороны, в равновесной плазме (т. е. в плазме с равновесным распределением частиц) справедлив закон Кирхгофа (8.31)  $a_\omega = \mu_j I_\omega^{(0)}$ , связывающий излучательную способность с коэффициентом поглощения  $\mu_j$ . Это позволяет утверждать, что в плазме каждый элементарный процесс излучения вносит свой вклад в коэффициент поглощения. Если излучательные способности, относящиеся к разным видам излучения, складываются, то и результирующий коэффициент поглощения на данной частоте  $\omega$  будет представлять собой сумму коэффициентов тормозного, магнитотормозного и других типов поглощения.

Конечно, разделить компоненты излучения отдельных частиц можно не всегда. Так, например, в нерелятивистской магнитоактивной плазме, где  $\omega_B \sim \nu_{\text{эфф}}$  ( $\nu_{\text{эфф}}$  — эффективное число столкновений электронов), период вращения частицы в магнитном поле  $2\pi/\omega_B$  сравним со временем свободного пробега  $1/\nu_{\text{эфф}}$ . При этом излучение из-за столкновений и циклотронное излучение на частотах  $\omega \approx \omega_B \sim \nu_{\text{эфф}}$  тесно связаны между собой, так как характер траектории частицы в магнитном поле существенно меняется под действием столкновений. Другим примером может служить синхротронное и магнитодрейфовое излучения в случае, когда радиус вращения электрона в магнитном поле  $r_B$  сравним с радиусом кривизны силовых линий  $R_B$ . Здесь также нельзя разделить оба вида излучения (т. е. их мощности излучения, а следовательно, излу-

чательные способности и коэффициенты поглощения). В космической плазме это обстоятельство обычно несущественно благодаря такому сочетанию параметров, при котором в хорошем приближении излучательные способности и соответствующие коэффициенты поглощения для разных элементарных процессов излучения входят аддитивно в выражения для  $a_\omega$  и  $\mu_j$ . Последнее и будет предполагаться в дальнейшем.

Наряду с коэффициентом поглощения  $\mu_j$ , фигурирующим в законе Кирхгофа и в уравнениях переноса интенсивности, существует также показатель поглощения  $\eta_j$  (см. (4.52)); в случае  $\eta_j \neq 0$  амплитуда  $j$ -й нормальной волны меняется вдоль направления волнового вектора  $\mathbf{k}_j$  по закону  $\exp\left(-\frac{\omega}{c}\eta_j z\right)$ . Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, и, следовательно, изменяется как  $\exp\left(-2\frac{\omega}{c}\eta_j z\right)$ . В анизотропной среде, однако, вектор  $\mathbf{v}_{\text{гр}}$  не совпадает по направлению с  $\mathbf{k}_j$ , образуя с последним угол  $\vartheta_j$ . Поэтому изменение интенсивности вдоль  $\mathbf{v}_{\text{гр}}$  будет происходить по закону  $\exp\left(-2\frac{\omega}{c}\eta_j \cos\vartheta_j \cdot l\right)$ ; относительное изменение интенсивности на единицу длины вдоль луча, вызванное поглощением излучения, составит  $2\frac{\omega}{c}\eta_j \cos\vartheta_j$ . Однако указанное изменение интенсивности определяется коэффициентом поглощения  $\mu_j$ ; поэтому

$$\mu_j = 2\frac{\omega}{c}\eta_j \cos\vartheta_j.$$

В радиоастрономии наряду с исследованием поглощения излучения в пространстве представляет интерес и другая постановка задачи — о затухании во времени некоторого начального электромагнитного возмущения, состоящего из волн с действительными значениями  $\mathbf{k}_j$ . Этот процесс характеризуется декрементом  $\gamma_j$ ; уменьшение интенсивности во времени происходит по закону  $e^{-2\gamma_j t}$ . Величина  $\gamma_j$  связана с  $\eta_j$  соотношением (4.54). Из него и из приведенного выше выражения для  $\mu_j$  следует, что

$$2\gamma_j = \mu_j v_{\text{гр}}.$$

Для отыскания величины  $\mu_j$  и  $\gamma_j$  в равновесной среде существуют два пути. Первый основан на законе Кирх-

гофа: коэффициент поглощения находится по известной излучательной способности  $a_\omega$  и равновесной интенсивности  $I_\omega^{(0)}$ . Этот путь прост и нагляден, но он ограничен условием слабости поглощения: оно должно быть достаточно малым, чтобы не изменить выражение для равновесной интенсивности  $I_\omega^{(0)}$  (2.16) и, в частности, входящие в него значения показателя преломления  $n_j$  и угла  $\vartheta_j$  по сравнению с непоглощающей средой. Второй путь — более формальный, но имеющий широкую область применимости — это расчет  $\eta_j$  путем решения дисперсионного уравнения для нормальных волн (4.39). Здесь необходимо знать тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$ ; последний вычисляется (в зависимости от условий задачи и предъявляемых требований к точности ее решения) на основе элементарной теории, в квазигидродинамическом приближении или посредством кинетического уравнения (см. § 4). В физике космической плазмы обычно используются оба подхода к вычислению  $\mu_j$ , причем в общей области применимости выбор диктуется соображениями большей простоты и удобства.

## § 12. Поглощение в изотропной плазме

**Поглощение из-за соударений. Тормозной механизм излучения.** В отсутствие постоянного магнитного поля, когда нет магнитотормозного излучения, диссипация в плазме обусловлена тормозным и черенковским поглощением. Последнее, очевидно, имеет место только для плазменных волн, так как в изотропной плазме эффект Вавилова—Черенкова для электромагнитных волн отсутствует (см. § 10). Тормозное поглощение существует для обоих типов волн; соответствующий коэффициент поглощения может быть найден с помощью закона Кирхгофа.

Так, в разреженной ( $\nu = \omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ) изотропной плазме коэффициент тормозного поглощения радиоволн равен ([57] § 37)

$$\mu_{эл} = \frac{a_\omega}{I_\omega^{(0)}} \approx \frac{32\pi^2}{3\sqrt{2\pi}} \frac{e^6 N^2}{(\kappa T m_e)^{3/2} c \omega^2} \ln \left[ \frac{2(2\kappa T)^{3/2}}{\delta^{5/2} e^2 m_e^{1/2} \omega} \right] \quad (12.1)$$

при  $T \ll 4 \cdot 10^5$  °К. Если  $T \gg 4 \cdot 10^5$  °К, но плазма еще нерелятивистская ( $T \ll 10^{10}$  °К), коэффициент поглощения  $\mu_{эл}$  отличается лишь видом логарифмического

множителя ([57], § 37):

$$\mu_{\text{эл}} \approx \frac{32\pi^2}{3\sqrt{2\pi}} \frac{e^6 N^2}{(\kappa T m_e)^{3/2} c \omega^2} \ln \left( \frac{4\kappa T}{\delta \hbar \omega} \right) \quad (12.2)$$

(параметр  $\delta = 1,781$ ). Величина  $a_\omega$  здесь определена формулами (11.6) и (11.10) соответственно. В них предположено, что  $N = N_+$  и  $Z = 1$  \*). Равновесная интенсивность  $I_\omega^{(0)}$  определяется формулой (2.16); чтобы перейти к случаю разреженной изотропной плазмы, в ней следует положить  $n = n_{\text{эл}} = 1$ ,  $\cos \vartheta = 1$ . При подстановке  $I_\omega^{(0)}$  в выражения для  $\mu_j$  величина  $I_\omega^{(0)}$  (отнесенная к одной поляризации) удвоена с учетом того, что тормозная излучательная способность  $a_\omega$  у нас везде записана в сумме по двум поляризациям.

Поскольку тормозное излучение в плазме возникает в процессе столкновений заряженных частиц, соответствующий коэффициент поглощения может быть найден, если учесть наличие соударений в выражении для диэлектрической проницаемости плазмы. В рамках элементарной теории (см. о ней § 4) такой учет проводится на основе следующих соображений.

Обозначим через  $\nu_{\text{эфф}}$  частоту «эффективных» столкновений электрона с другими частицами, в результате которых он существенно меняет свою скорость, «забывая» при этом о величине того упорядоченного импульса  $m_e \mathbf{v}$ , который он приобрел в поле волны до столкновения. Тогда в единицу времени потеря импульса составит  $m \nu_{\text{эфф}} \mathbf{v}$ ; она может быть учтена подстановкой члена  $-m \nu_{\text{эфф}} \mathbf{v}$  в правую часть уравнения движения электрона (4.59). В результате поперечная диэлектрическая проницаемость «холодной» плазмы примет вид

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon' = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega(\omega + i\nu_{\text{эфф}})}, \quad (12.3)$$

а дисперсионное уравнение для электромагнитных волн (4.43) запишется в форме

$$\omega^2 = \omega_L^2 (1 - i\nu_{\text{эфф}}/\omega)^{-1} + c^2 k^2. \quad (12.4)$$

---

\*) Это означает, что число электронов равно числу однократно ионизованных атомов. Поскольку в состав космической плазмы входит главным образом водород, это предположение хорошо выполняется.

Продольная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  в кинетическом приближении определяется (без учета столкновений) формулой (4.85). Влияние столкновений будет учтено, если аргумент  $Z = \omega/\sqrt{2}kv_T$  в (4.85) заменить на  $Z' = (\omega + iv_{\text{эфф}})/\sqrt{2}kv_T^*$ . В области  $|Z'| \gg 1$  (при значениях  $\omega$ , близких к действительным, это соответствует высокой фазовой скорости  $v_{\text{ф}} \approx \omega/k \gg v_T$ ) дисперсионное уравнение  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = 0$  (4.44) для плазменных волн примет вид

$$(\omega + iv_{\text{эфф}})^2 = \omega_L^2 + 3k^2v_T^2 \quad (12.5)$$

(ср. с (5.13)).

В высокочастотном случае  $\omega \gg v_{\text{эфф}}$  (вариант, представляющий для физики космической плазмы наибольший интерес) из дисперсионных уравнений (12.4), (12.5) следует, что показатели преломления электромагнитных ( $n_{\text{эл}}$ ) и плазменных ( $n_{\text{пл}}$ ) волн с достаточной точностью определяются выражениями (5.2), (5.14). Однако теперь показатели поглощения отличны от нуля и равны соответственно

$$\eta_{\text{эл}} \approx \frac{\omega_L^2}{2\omega^3 n_{\text{эл}}} v_{\text{эфф}} \quad (12.6)$$

для электромагнитной и

$$\eta_{\text{пл}} \approx \frac{1}{3\omega\beta_T^2 n_{\text{пл}}} v_{\text{эфф}} \quad (12.7)$$

для плазменной волн. Соответственно коэффициенты поглощения  $\mu_j = 2\frac{\omega}{c}\eta_j$  запишутся так:

$$\mu_{\text{эл}} \approx \frac{\omega_L^2 v_{\text{эфф}}}{\omega^2 c \sqrt{\epsilon}}, \quad \mu_{\text{пл}} \approx \frac{2v_{\text{эфф}}}{\sqrt{3}\beta_T^2} \approx \frac{2v_{\text{ф}} v_{\text{эфф}}}{3v_T^2}. \quad (12.8)$$

Здесь  $\epsilon = 1 - \omega_L^2/\omega^2$  и в последнем выражении для  $\mu_{\text{пл}}$  учтено, что фазовая скорость плазменных волн  $v_{\text{ф}} = \sqrt{3}v_T/\sqrt{\epsilon}$  (5.15).

---

\*) Необходимость такой замены может быть установлена, если получить выражение для  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  заново, отправляясь от кинетического уравнения (4.76) с интегралом столкновений в форме  $J' = v_{\text{эфф}} f'$  (см. § 4).

Выражения для декрементов  $\gamma_j = \mu_j v_{гр}/2$  имеют следующий вид:

$$\gamma_{эл} \approx \frac{\omega_L^2}{2\omega^2} \nu_{эфф}, \quad \gamma_{пл} \approx \frac{1}{2} \nu_{эфф}. \quad (12.9)$$

На частотах  $\omega \approx \omega_L$  значение  $\gamma_{эл}$  близко к  $\gamma_{пл}$ . Формулы (12.9) справедливы при условии  $\omega \gg \nu_{эфф}$ ; формулы (12.6), (12.7) и (12.8) верны лишь при более жестком условии  $\omega \varepsilon \gg \nu_{эфф}$  в области  $\varepsilon > 0$ . Эффективная частота столкновений  $\nu_{эфф}$  здесь может быть представлена в форме

$$\nu_{эфф} = \nu_{ei} + \nu_{ea}, \quad (12.10)$$

где первый член описывает электронно-ионные столкновения, а второй — соударения электронов с нейтральными атомами (молекулами). Электрон-электронные столкновения сюда не входят, так как при соударениях двух одинаковых частиц их суммарный импульс (включая упорядоченную компоненту, приобретенную под действием поля излучения) не меняется.

Оценку величины  $\nu_{ei}$  можно получить из следующих простых соображений. При эффективном соударении, которое сопровождается существенным изменением скорости электрона, последний должен подойти к иону на расстояние  $r_{\min}$ , где его потенциальная энергия в кулоновском поле иона  $e^2/r_{\min}$  сравняется с кинетической энергией  $\kappa T$ . Отсюда следует, что  $r_{\min} \sim e^2/\kappa T$ ; величина  $\pi r_{\min}^2 \sim \pi e^4/(\kappa T)^2$  называется эффективным сечением соударения. При движении электрона со скоростью  $v$  за время  $\Delta t$  он столкнется со всеми ионами, которые содержатся в цилиндре с основанием  $\pi r_{\min}^2$  и высотой, равной  $v \Delta t$ . Число таких ионов составляет  $\pi r_{\min}^2 N v \Delta t$ ; эффективное число столкновений за единицу времени мы получим, положив в этом выражении  $v \sim v_T$  и разделив его на  $\Delta t$ . Учитывая величину приведенного выше сечения  $\pi r_{\min}^2$ , находим, что

$$\nu_{ei} \sim \pi \frac{e^4}{(\kappa T)^2} v_T N. \quad (12.11)$$

Поскольку  $v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$ , ясно, что эффективная частота электронно-ионных столкновений в плазме убывает с ростом кинетической температуры по закону  $T^{-3/2}$ .



Корректный расчет (см. [57], § 4, 6, 36) приводим к более сложным выражениям для  $v_{ei}$ :

$$v_{ei} = \pi \frac{e^4}{(\kappa T)^2} \bar{v} N A \approx \frac{5,5N}{T^{3/2}} A, \quad (12.12)$$

где логарифмический фактор

$$A = \ln \left( 0,37 \frac{\kappa T}{e^2 N^{1/2}} \right) \approx \ln \left( 220 \frac{T}{N^{1/2}} \right) \quad (12.13)$$

или

$$A = \ln \left[ \delta \left( \frac{m_e e^4}{\hbar^2 \kappa T} \right)^{1/2} \frac{\kappa T}{e^2 N^{1/2}} \right] \approx \ln \left( 10^4 \frac{T^{3/2}}{N^{1/2}} \right) \quad (12.14)$$

в зависимости от того, меньше или больше, чем  $4 \cdot 10^5$  °К, кинетическая температура электронов плазмы  $T$ . В области  $T \sim 4 \cdot 10^5$  °К обе формулы дают примерно одинаковый результат. В (12.12)–(12.14) предполагается, что число ионов  $N_+ = N$ ; «средняя арифметическая» скорость электронов  $\bar{v} = \sqrt{8\kappa T/\pi m_e}$ ; фактор  $\delta \sim 1$ . Электронная температура может отличаться от температуры ионов (неизотермическая плазма); однако поправки в (12.12)–(12.14) из-за этого обстоятельства войдут под знак логарифма и лишь незначительно изменят величину  $v_{ei}$ .

Выражения (12.12)–(12.14) для  $v_{ei}$  получены на основе кинетического уравнения с интегралом столкновений  $J_{st}$ , учитывающим парные соударения между частицами\*). Представление кинетического уравнения в такой форме допустимо, если время столкновения  $\Delta t$  много меньше периода высокочастотного поля  $1/\omega$ . В плазме  $\Delta t \sim \sim D/v_T$ , где  $D \sim v_T/\omega_L$  — дебаевский радиус (см. (1.4)). Отсюда следует, что формулы для  $v_{ei}$  справедливы, строго говоря, лишь в области  $\omega_L \gg \omega$ , не играющей существенной роли в распространении волн в изотропной плазме (там  $n_{эл}^2$  и  $n_{пл}^2$  отрицательны). В этой же области будут справедливы и приведенные выражения для коэффициентов поглощения и декрементов (12.6)–(12.9), если в них  $v_{эфф} = v_{ei}$ . С другой стороны, формулы (12.1), (12.2), справед-

\* Формулы (12.8) с  $v_{эфф} = v_{ei}$ , где  $v_{ei}$  — из (12.12)–(12.14), конечно, можно получить и с помощью закона Кирхгофа, рассматривая поглощение из-за соударений как эффект, обратный тормозному излучению. При этом следует исходить из выражений для мощности тормозного излучения частиц в среде; замечания об этих выражениях см в § 10.

ливые в области  $\omega_L \ll \omega$ , можно представить в форме (12.8) с  $v_{эфф} = v_{ei}$ , где  $v_{ei}$  — из (12.12). Однако теперь величина  $A$  отличается от (12.13), (12.14): она равна  $2/3$  от логарифмических факторов в формулах (12.1), (12.2). Экстраполяция новой величины  $A$  в область  $\omega_L \sim \omega$  дает значения, близкие к (12.13), (12.14). Это означает, что если не стремиться к высокой точности, то в области  $\omega_L \sim \omega$  вполне можно использовать формулы для  $v_{эфф}$  (12.12) с фактором  $A$  (12.13), (12.14) или с логарифмическим множителем, экстраполированным из области  $\omega_L \ll \omega$ .

Указанные ограничения на применимость формул (12.6)–(12.9) практически снимаются, если  $v_{эфф} \approx v_{ea}$ , так как при соударениях с нейтральными атомами длительность столкновения резко уменьшается до величины  $\Delta t \sim a/v_T$  ( $a$  — радиус атома). При этом для столкновений с нейтральными атомами (молекулами)

$$v_{ea} = \frac{4\pi}{3} a^2 \bar{v} N_a = 8,3 \cdot 10^5 \pi a^2 T^{1/2} N_a, \quad (12.15)$$

где  $N_a$  — концентрация нейтральных частиц,  $\pi a^2$  — эффективное сечение столкновений. В атомарном водороде  $\pi a^2 \sim 10^{-16} \text{ см}^2$ . Частота столкновений с нейтральными частицами растет по мере увеличения электронной температуры как  $T^{1/2}$ . В космической плазме столкновения с атомами и молекулами по большей части несущественны ( $v_{ea} \ll v_{ei}$ ), хотя их следует учитывать в холодных областях солнечной хромосферы и в ионосферах планет (например, в  $D$ -слое земной ионосферы).

Чтобы судить о характере частотного спектра тормозного излучения с учетом поглощения в источнике, рассмотрим простейший случай изотермического слоя разреженной плазмы. Эффективная температура теплового излучения из слоя, нагретого до температуры  $T$ , равна  $T_{эфф} = T(1 - e^{-\tau})$ , где оптическая толщина  $\tau = \int \mu_{эл} dl$  (см. § 8). Для тормозного поглощения в разреженной плазме  $\mu_{эл}$  определяется формулами (12.1), (12.2), так что величину  $\tau$  можно представить в форме

$$\tau = \frac{\int N^2 dl}{\omega^2 T^{3/2}} B, \quad (12.16)$$

где

$$B = \frac{16\pi^2}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^6}{(\kappa m_e)^{3/2} c} A', \quad (12.17)$$

$A'$  равен  $2/3$  от логарифмов в формулах (12.1), (12.2). Фактор  $A'$  медленно меняется с частотой и его можно считать постоянным, положив для определенности частоту  $\omega$  в логарифмических факторах равной

$$\omega_{\text{кр}} = \left( \frac{B}{T^{2/3}} \int N^2 dl \right)^{1/2}. \quad (12.18)$$

Значение критической частоты соответствует оптической толщине  $\tau = 1$ .

Зависимость эффективной температуры  $T_{\text{эфф}}$  от частоты  $\omega$  для тормозного теплового излучения из слоя разреженной плазмы имеет вид, представленный на рис. 43.

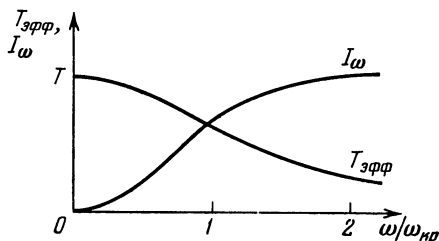


Рис. 43. Частотный спектр теплового тормозного излучения из изотермического слоя разреженной плазмы ( $\omega_{\text{кр}} \gg \omega_L$ ).

На частотах  $\omega \ll \omega_{\text{кр}}$  величина  $\tau \gg 1$  и  $T_{\text{эфф}} \approx T$  — кинетической температуре плазмы. В области  $\omega \gg \omega_{\text{кр}}$  значения  $\tau \ll 1$  и  $T_{\text{эфф}} \approx T\tau \approx \omega^{-2}$ . Частотный спектр для интенсивности излучения  $I_\omega(\omega)$  можно получить из  $T_{\text{эфф}}(\omega)$ , если учесть, что  $I_\omega$  связана с  $T_{\text{эфф}}$  формулой  $I_\omega = \omega^2 \kappa T_{\text{эфф}} / (2\pi)^3 c^2$  (см. (2.17); в разреженной изотропной плазме  $n=1$  и  $\vartheta=0$ ). Кривая  $I_\omega(\omega)$  также изображена на рис. 43. Интенсивность растет по мере увеличения частоты (на низких частотах  $\omega \ll \omega_{\text{кр}}$  — по закону  $\omega^2$ ); в области  $\omega \gg \omega_{\text{кр}}$  она стремится к постоянному значению.

Какую роль играют тормозное поглощение и излучение в космической плазме? Оценки с помощью формулы (12.1) показывают, что в областях Н I межзвездной среды поглощение в радиодиапазоне несущественно, поскольку оптическая толщина  $\tau \ll 1$  на размерах Галактики. В более плотных областях Н II ситуация меняется, и на низких частотах поглощение становится значительным. Благодаря

указанному обстоятельству области Н II, экранирующие дискретный источник со степенным спектром радиоизлучения  $I_\omega = \mathcal{K} \omega^{-\alpha}$ , деформируют последний так, что

$$I_\omega = \hat{K} \omega^{-\alpha} e^{-\tau(\omega)}. \quad (12.19)$$

Этот эффект приводит к «завалу» спектров некоторых дискретных источников на частотах  $\omega \lesssim \omega_{\text{кр}}$ .

Из областей Н II также регистрируется собственное излучение, частотный спектр которого близок к изображенному на рис. 43. Так, например, для области ионизованного водорода, известной под названием Туманности Ориона,  $T_{\text{эфф}}$  на низких частотах около  $10^4$  °К, а  $\omega_{\text{кр}} \approx \approx 3 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$  ( $\lambda_{\text{кр}} \approx 60 \text{ см}$ ). Это позволяет утверждать, что кинетическая температура водорода в туманности  $T \approx 10^4$  °К, что близко к значениям  $T$  для Ориона, найденным из оптических наблюдений по относительной интенсивности линий излучения кислорода. Отмеченная близость температур и форма частотного спектра туманности свидетельствуют о том, что ее радиоизлучение (равно как и радиоизлучение других областей Н II) можно объяснить действием теплового тормозного механизма. Это позволяет по наблюдаемой величине  $\omega_{\text{кр}}$  определить из (12.18) величину  $EM = \int N^2 dl$ , называемую мерой эмиссии (при этом температура  $T$  считается известной хотя бы по данным об эффективной температуре на частотах  $\omega \ll \omega_{\text{кр}}$ ). Для  $\omega_{\text{кр}} = = 3 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$  и  $T \sim 10^4$  °К получаем, что  $EM \sim 2 \cdot 10^{24}$ . В предположении об однородном распределении ионизованного водорода по туманности с линейным размером  $L \sim 10^2 \text{ пс} \sim 3 \cdot 10^{20} \text{ см}$  величина  $EM \sim N^2 L$  и, следовательно,  $N \sim 10^2 \text{ см}^{-3}$ . Это — усредненная оценка электронной концентрации по источнику. Более детальное распределение меры эмиссии по туманности можно получить, исследуя угловое распределение интенсивности радиоизлучения по источнику на частотах  $\omega \gg \omega_{\text{кр}}$  (где  $I_\omega \sim \sim T^{-1/2} \int N^2 dl$ ).

В условиях солнечной короны и хромосферы пренебрегать отличием показателя преломления  $n_{\text{э,л}}$  от единицы, как это делалось выше, уже нельзя. Поэтому расчет коэффициента тормозного поглощения  $\mu_{\text{э,л}}$  и соответствующих значений оптической толщины  $\tau = \int \mu_{\text{э,л}} dl$  нужно прово-

дить по формулам (12.8), (12.12) с логарифмическим фактором  $A$  в форме (12.13) для хромосферы (где  $T \sim 10^4$  °К) и в форме (12.14) для короны (где  $T \sim 10^6$  °К). Результаты

соответствующих расчетов  $\nu_{\text{эфф}}$  и  $\tau$  изложены в [3], § 26 и [57], § 36.

Эффективная частота столкновений  $\nu_{\text{эфф}} = \nu_{ei}$  в короне составляет около  $1-10 \text{ сек}^{-1}$  на расстояниях  $R \leq 1,5 R_{\odot}$  от центра Солнца ( $R_{\odot}$  — оптический радиус Солнца). Зависимость оптической толщины короны

$\tau(R) = \int_R^{\infty} \mu_{\text{эл}} dR$ , рас-

считанная для  $T = 10^6$  °К и распределения электронной концентрации  $N(R)$ , удовлетворяющего формуле Баумбаха — Аллена (1.17), представлена на рис. 44. Графики продолжают до значений  $R = R^*$ , где показатель преломления  $n_{\text{эл}} = 0$ . Согласно рис. 44 оптическая толщина короны, отсчитываемая от точки поворота  $R^*$ , возрастает с уменьшением длины волны.

Что касается тормозного поглощения плазменных

волн в корональной плазме, то его можно оценить, исходя из выражения (12.8) для  $\mu_{\text{пл}}$ . В слоях короны, где  $\nu_{\text{эфф}} \sim 5 \text{ сек}^{-1}$  и  $v_T \simeq 4 \cdot 10^8 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$  (это соответствует кинетической температуре  $T \approx 10^6$  °К) величина  $\mu_{\text{пл}} \sim 10^{-7} \text{ см}^{-1}$  для плазменных волн с фазовой скоростью  $v_{\phi} \approx 10 v_T$ . Это означает, что интенсивность волны уменьшится в  $e$  раз на расстоянии порядка  $10^7 \text{ см}$ , т. е. на расстоянии, весьма малом по сравнению с размерами активных областей и

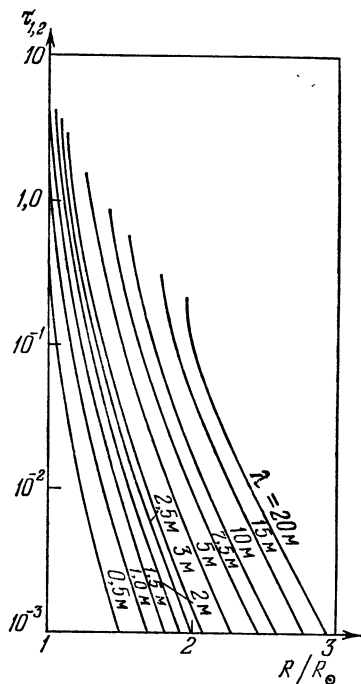


Рис. 44. Оптическая толщина солнечной короны в случае радиального распространения радиоволн (для различных длин волн).

источников радиоизлучения на Солнце. Отсюда можно заключить, что плазменные волны, созданные в области генерации, затухают в той же области. Характерное время затухания составляет  $1/2\gamma_{\text{пл}}$ ; для  $\nu_{\text{эфф}} \sim 5 \text{ сек}^{-1}$  оно равно  $1/5 \text{ сек}$  (см. (12.9)).

По оптической толщине солнечной короны и хромосферы (а также их температуре) можно судить о характере теплового тормозного излучения этих объектов. Последнее, в соответствии с представлениями, выдвинутыми еще в первые годы развития радиоастрономии [104, 180, 181], отождествляется с радио излучением «спокойного» Солнца. К главным особенностям этого радиоизлучения следует отнести частотный спектр с подъемом  $T_{\text{эфф}}$  от  $10^4$  °К до  $10^6$  °К при переходе из сантиметрового в метровый диапазон, и «уярчение» на лимбе Солнца, т. е. наличие областей с повышенной эффективной температурой на краях солнечного диска. Анализ [182] теплового тормозного механизма радиоизлучения даже в рамках простейшей модели солнечной атмосферы позволяет понять причины указанных особенностей излучения «спокойного» Солнца.

Пусть распределение электронной концентрации в солнечной атмосфере обладает сферической симметрией и описывается формулой Баумбаха—Аллена (1.17), а хромосфера и корона имеют постоянную кинетическую температуру  $T_{ch} = 3 \cdot 10^4$  °К и  $T_c = 10^6$  °К соответственно. Форма луча в такой атмосфере представлена на рис. 21. Оптическая толщина  $\tau = \int \mu dl$  отрезка луча, идущего из бесконечности до сферы радиуса  $R$ , определяется выраже-

нием  $\tau = \int_R^{\infty} \mu (1 - r^2/R^2 n^2)^{-1/2} dR$ , в котором учтена связь

(6.25) между элементами длины  $dl$  и  $dR$ . Постоянство температуры хромосферы и короны позволяет применить для анализа эффективной температуры выражения, полученные в § 8 для термически однородного плазменного слоя (см. (8.38) — (8.40)). Тогда для луча с точкой поворота в короне

$$T_{\text{эфф}} = T_c (1 - e^{-2\tau_c^*}), \quad (12.20)$$

где

$$\tau_c^* = \int_{R^*}^{\infty} \mu \left(1 - \frac{r^2}{n^2 R^2}\right)^{-1/2} dR \quad (12.21)$$

— оптическая толщина половины луча в короне (от точки поворота  $R^*$  до бесконечности). Если же точка поворота расположена в хромосфере, то эффективная температура на выходе из короны

$$T_{\text{эфф}} = T_c (1 - e^{-\tau_c}) + e^{-\tau_c} T_{ch}; \quad (12.22)$$

здесь

$$\tau_c = \int_{R_{ch}}^{\infty} \mu \left(1 - \frac{r^2}{n^2 R^2}\right)^{-1/2} dR \quad (12.23)$$

— оптическая толщина той части луча, которая лежит в короне ( $R_{ch}$  — радиус верхней границы хромосферы). Расчеты показывают, что в принятой модели оптическая толща хромосферы для тормозного поглощения становится больше единицы, если точка поворота  $R^*$  опускается на глубину более 100 км от верхней границы хромосферы  $R_{ch}$  (общая протяженность хромосферы в сотни раз больше). Именно для таких лучей и написана формула (12.22). В ней можно также учесть, что оптическая толщина короны (тоже для тормозного поглощения)  $\tau_c \ll 1$ , если луч заходит в хромосферу ( $R^* < R_{ch}$ ). Тогда \*)

$$T_{\text{эфф}} \approx T_c \tau_c + T_{ch} \quad (12.24)$$

и вклад короны в величину эффективной температуры наблюдаемого радиоизлучения будет несуществен, если  $\tau_c \ll T_{ch}/T_c \sim 3 \cdot 10^{-2}$ . Для тормозного поглощения в короне  $\tau_c \sim \omega^{-2} \sim \lambda^2$  (см., например, (12.16)) и по оценкам  $\tau_c \ll 3 \cdot 10^{-2}$  на волнах длиной  $\lambda \ll 10-20$  см.

Отсюда следует, что в сантиметровом диапазоне радиоизлучение «спокойного» Солнца создается главным образом в хромосфере, причем  $T_{\text{эфф}} \approx T_{ch} \sim 3 \cdot 10^4$  °К. На более длинных волнах роль короны повышается, благодаря чему  $T_{\text{эфф}}$  (12.24) растет с длиной волны. В метровом диапазоне  $R^* > R_{ch}$ , величина  $2\tau_c^* > 1$ , и эффективная температура радиоизлучения  $T_{\text{эфф}}$  (12.20) достигает температуры короны  $T_c \sim 10^6$  °К. Так объясняется частотный спектр излучения «спокойного» Солнца на сантиметровых — метровых волнах. Для интерпретации частотного спектра в миллиметровом диапазоне принятая модель изотермической хромосферы становится неудовлетворительной.

\*) В (12.24) уже учтено, что  $T_{ch} \ll T_c$  (ср с формулой (8.40))

«Уярчение» на лимбе не может возникнуть, если  $\tau_c$  в центре солнечного диска (при  $r = 0$ ) больше единицы: в этом случае  $T_{\text{эфф}}(r = 0)$  достигает своего максимального значения и с ростом  $r$  может только уменьшаться. Такая ситуация имеет место на метровых волнах. В дециметровом диапазоне  $\tau_c < 1$ , лучи заходят в хромосферу и  $T_{\text{эфф}}$  определяется формулами (12.24), (12.23). Здесь с ростом расстояния от центра диска оптическая толщина короны  $\tau_c$  возрастает (фактически за счет увеличения длины луча в короне); вместе с  $\tau_c$  растет и  $T_{\text{эфф}}$ . Указанное повышение эффективной температуры радиоизлучения происходит до значений  $r \lesssim R_{ch}$ . При  $r > R_{ch}$  точка поворота  $R^*$  выходит из хромосферы в корону. Здесь  $T_{\text{эфф}}$  определяется соотношениями (12.20), (12.21), согласно которым величина  $\tau_c^*$ , а вместе с ней и  $T_{\text{эфф}}$ , быстро падают при увеличении  $R^*$  (из-за сокращения интервала интегрирования в выражении для  $\tau_c^*$ ). Таким образом, уярчение на лимбе в дециметровом диапазоне связано с изменением относительного вклада короны и хромосферы в наблюдаемое радиоизлучение в зависимости от расстояния до центра солнечного диска. На более коротких волнах, где влияние короны становится несущественным, «уярчение» обусловлено неизотермичным характером хромосферы. Этот вопрос вместе с другими аспектами проблемы происхождения радиоизлучения «спокойного» Солнца подробно обсуждается в [3], § 28.

**Черенковское поглощение плазменных волн. Затухание Ландау.** В начале этого параграфа уже отмечалось, что для плазменных волн наряду с тормозным поглощением существует и черенковское поглощение. Оно непосредственно связано с черенковским излучением отдельных заряженных частиц в плазме и представляет собой (с точки зрения этой связи) обратный эффект Вавилова — Черенкова.

Величину коэффициента поглощения плазменных волн  $\mu^{\text{чер}}$  нетрудно найти с помощью закона Кирхгофа, используя полученное в § 11 выражение (11.13) для черенковской излучательной способности  $a_\omega$ . Тогда получим [142], что в равновесной изотропной плазме коэффициент поглощения

$$\mu^{\text{чер}} = \frac{a_\omega}{I_\omega^{(0)}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_L^2 \omega^3}{k^4 v_T^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2v_T^2 k^2}\right), \quad (12.25)$$



а соответствующий декремент

$$\gamma^{\text{чер}} = \mu^{\text{чер}} \frac{v_{\text{гр}}}{2} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_L^2 \omega^2}{k^3 v_T^2} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2v_T^2 k^2}\right). \quad (12.26)$$

Здесь принято во внимание, что равновесная интенсивность для плазменных волн  $I_{\omega}^{(0)} = n_{\text{пл}}^2 \omega^2 \kappa T / (2\pi)^3 c^2$  (где  $n_{\text{пл}}^2 = \epsilon / 3\beta_T^2$ ), декремент связан с  $\mu$  соотношением, представленным во введении к этой главе, а групповая скорость плазменных волн  $v_{\text{гр}} = 3v_T^2 k / \omega$  (см. (5.15)). Выражение (12.26) совпадает с формулой Л. Д. Ландау [60], характеризующей не связанное с соударениями затухание продольных волн в равновесной изотропной плазме (так называемое затухание Ландау). Она была получена путем решения дисперсионного уравнения для плазменных волн (4.44) с  $\epsilon_{\parallel}$  в форме (4.85) (т. е. на основе кинетического рассмотрения). Однако данный выше вывод более нагляден и подчеркивает тесную связь затухания Ландау с эффектом Вавилова—Черенкова. Эта связь стала ясной благодаря работам [183, 184]; в [185] уже определенно указывалось, что черенковское затухание и затухание Ландау представляют собой один и тот же эффект; различны лишь способы его исследования \*).

Полученные выше формулы для  $\mu^{\text{чер}}$  и  $\gamma^{\text{чер}}$  справедливы лишь в случае слабого поглощения, когда  $\mu^{\text{чер}} \ll k$ ,  $\gamma^{\text{чер}} \ll \omega$ . Это следует хотя бы из того, что использованные выражения для  $I_{\omega}^{(0)}$  и  $a_{\omega}$  справедливы лишь в прозрачной (слабо поглощающей) среде. Из вида  $\mu^{\text{чер}}$  и  $\gamma^{\text{чер}}$  ясно, что условие слабого поглощения будет выполнено, если  $\omega^2 / 2k^2 v_T^2 = v_{\text{ф}}^2 / 2v_T^2 \gg 1$ . При этом же условии была найдена формула (12.26) в работе Ландау. Заметим, что в рассматриваемой области слабого затухания плазменных волн их частота  $\omega$  близка к  $\omega_L$ . Если же  $v_{\text{ф}} \sim v_T$ , то использованный нами способ отыскания  $\mu^{\text{чер}}$  и  $\gamma^{\text{чер}}$  становится непригодным, в отличие от метода кинетического уравнения, которое сохраняет силу и в этой области. Соответствующее исследование [60] дисперсионного соотношения (4.44), (4.85)

\*) Мы не останавливаемся здесь на классической трактовке затухания Ландау, учитывающей, что электрическое поле плазменной волны ускоряет электроны, движущиеся со скоростью  $v < v_{\text{ф}}$ , и замедляет электроны с  $v > v_{\text{ф}}$ . Преобладание частиц с  $v < v_{\text{ф}}$  в максвелловской плазме приводит к отбору энергии от волны, т. е. к затуханию последней (см. [183] и любую монографию по физике плазмы).

показало, что в этой области  $\gamma \sim \omega$ , т. е. волны затухают за время  $t \sim 1/\gamma \sim 1/\omega$ , или на расстоянии  $l \sim \lambda/2\pi$ . Последнее означает, что плазменные волны с  $v_\phi \sim v_T$  (т. е.  $kD \sim 1$ ) практически не могут распространяться из-за сильного затухания в плазме. Наглядные физические соображения, приводящие к этому результату, изложены в § 5.

Вследствие затухания Ландау плазменная волна не может выйти из области  $\omega \approx \omega_L$  в область разреженной плазмы (например, из солнечной короны в межпланетную среду). Действительно, при распространении волн частоты  $\omega$  в неоднородной плазме их фазовая скорость  $v_\phi = \sqrt{3v_T/\sqrt{\epsilon}}$  (5.15) уменьшается вместе с  $\omega_L$  (поскольку  $\epsilon = 1 - \omega_L^2/\omega^2$ ). Поэтому в слоях, где  $v_\phi$  опускается до значений, сравнимых с  $v_T$ , наступает сильное затухание Ландау, ведущее к полному поглощению плазменной волны.

### § 13. Поглощение в магнитоактивной плазме

В присутствии постоянного магнитного поля формулы для тормозного (связанного со столкновениями) и черенковского поглощения становятся сложнее. Кроме того, в нерелятивистской плазме (где  $\kappa T \ll m_e c^2$ ) возникает еще один вид поглощения — циклотронный.

**Поглощение электромагнитных волн из-за столкновений между частицами.** В элементарной теории это поглощение по-прежнему учитывается введением члена  $-mv_{\text{эф}}\mathbf{v}$  в правую часть уравнения движения электрона (4.59). В результате выражение для квадрата показателя преломления обыкновенных и необыкновенных волн  $n_{j,2}^2$  (5.19) заменяется следующей формулой ([57], § 11):

$$(n + i\eta)_j^2 = 1 - \frac{2\nu(1 - \nu + i\nu)}{2(1 + i\nu)(1 - \nu + i\nu) - u \sin^2 \alpha \mp G}, \quad (13.1)$$

где

$$\nu = \omega_L^2/\omega^2, \quad u = \omega_B^2/\omega^2, \quad \nu = v_{\text{эф}}\phi/\omega,$$

$$G = \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1 - \nu + i\nu)^2 \cos^2 \alpha},$$

$\alpha$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_j$  и магнитным полем  $\mathbf{B}_0$ . Знак «минус» отвечает необыкновенной волне ( $j = 1$ ), знак «плюс» — обыкновенной ( $j = 2$ ). В космической плазме на радиочастотах обычно хорошо выполняется неравенство

$v \ll 1$ . Разлагая (13.1) в ряд по степеням  $v$ , убеждаемся, что показатель преломления  $n_{1,2}$  близок к значениям, определяемым формулой (5.19), а показатель тормозного поглощения  $\eta_{1,2}$  имеет вид [186]:

$$\eta_{1,2} \simeq \frac{uv}{n_{1,2}} \cdot \left\{ \mp \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha} [u \sin^2 \alpha + 2(1-v)^2] - u^2 \sin^4 \alpha \right\} \times \\ \times \frac{[2(1-v) - u \sin^2 \alpha \mp \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}]^{-2}}{\pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}}. \quad (13.2)$$

Критерием применимости этого выражения для  $\eta_{1,2}$  при малых  $v$  служит неравенство

$$|1 - u - v + uv \cos^2 \alpha| \gg v |3 - 2v - u|. \quad (13.3)$$

Согласно (13.2) показатель поглощения в магнитоактивной плазме резко возрастает по мере приближения к резонансным частотам (5.23), на которых в отсутствие столкновений  $n_{1,2}^2 \rightarrow \infty$ .

Выражение для  $\eta_{1,2}$  упрощается в практически весьма важных случаях квазипродольного и квазипоперечного распространения волн относительно магнитного поля. В квазипродольном приближении

$$\eta_{1,2} = \frac{uv}{2n_{1,2} (1 \mp |\sqrt{u} \cos \alpha|)^2}, \quad (13.4)$$

а показатель преломления  $n_{1,2}$  описывается формулой (5.26). Соответственно в квазипоперечном приближении значения  $n_{1,2}$  будут заданы выражениями (5.27), показатель поглощения необыкновенной волны

$$\eta_1 = \frac{uv [(1-v)^2 + u \sin^2 \alpha]}{2n_1 (1 - v - u \sin^2 \alpha)}, \quad (13.5)$$

а величина  $\eta_2$  для обыкновенной волны совпадает с (12.6). Отметим, что условия справедливости квазипродольного и квазипоперечного приближений в случае  $v \ll 1$  практически не отличаются от (5.24), (5.25).

В достаточно разреженном слое плазмы ( $v \ll 1$ ) со слабым магнитным полем ( $|\sqrt{u} \cos \alpha| \ll 1$ ) и в широком интервале углов  $\alpha$ , где реализуется случай квазипродольного

распространения, оптическая толщина

$$\tau_{1,2} \approx \frac{\omega_{\text{кр}}^2}{\omega^2} \left( 1 \pm 2 \frac{\omega_B}{\omega} |\cos \alpha| \right). \quad (13.6)$$

Здесь  $\omega_{\text{кр}}^2 = BT^{-3/2} N^2 L$ , где  $L$  — толщина слоя (см. (12.18)). При написании формулы (13.6) учтено, что  $\tau_{1,2} = \mu_{1,2} L \approx \approx 2 \frac{\omega}{c} \eta_{1,2} L$  и величина  $\eta_{1,2}$  получена путем разложения в ряд по степеням  $|\sqrt{u} \cos \alpha|$  выражения (13.4). Эффективная температура теплового тормозного излучения из слоя  $T_{\text{эфф. } 1,2} = T(1 - e^{-\tau_{1,2}})$  и на частотах  $\omega^2 \ll \omega_{\text{кр}}^2$  будет равна  $T$  для обоих типов волн. Степень поляризации излучения на этих частотах равна нулю. В области  $\omega^2 \gg \gg \omega_{\text{кр}}^2$ , где слой становится оптически тонким,  $T_{\text{эфф. } 1,2} \approx \approx T\tau_{1,2}$ . Поскольку  $\tau_1 > \tau_2$  (см. (13.6)), отсюда заключаем, что наложение магнитного поля на плазму увеличивает интенсивность тормозного излучения на необыкновенной волне, снижая одновременно излучение обыкновенной компоненты. Суммарная интенсивность  $I_\omega \sim T_{\text{эфф. } 1} + T_{\text{эфф. } 2}$  при этом не меняется (точнее, она возрастает в более высоком приближении по степеням  $|\sqrt{u} \cos \alpha|$ ). Поэтому частотный спектр излучения  $I_\omega(\omega)$  мало отличается от представленного на графике рис. 43. Степень круговой поляризации излучения, выходящего за пределы источника, равна ([3], § 29)

$$\zeta_k = \frac{T_{\text{эфф. } 1} - T_{\text{эфф. } 2}}{T_{\text{эфф. } 1} + T_{\text{эфф. } 2}} \approx \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \approx 2 \frac{\omega_B}{\omega} |\cos \alpha|. \quad (13.7)$$

Эта формула позволяет оценить продольную компоненту магнитного поля  $B_0 |\cos \alpha|$  в источнике теплового тормозного излучения по измеренной степени круговой поляризации  $\zeta_k$ . Измерения при этом должны проводиться в той области частотного спектра  $\omega^2 \gg \omega_{\text{кр}}^2$ , где источник — оптически тонкий \*).

\*) Тепловое излучение из оптически толстого источника в вакуум будет неполяризовано ( $T_{\text{эфф. } 1} = T_{\text{эфф. } 2}$  и  $I_{\omega 1}^{(0)} = I_{\omega 2}^{(0)}$ ). Однако в самом источнике степень поляризации может отличаться от нуля за счет различия равновесных интенсивностей обыкновенных и необыкновенных волн в магнитоактивной плазме ( $T_{\text{эфф. } 1} = T_{\text{эфф. } 2}$ , но  $I_{\omega 1}^{(0)} \neq I_{\omega 2}^{(0)}$ ; см. (2.16)).

Наложение сильного магнитного поля на плазму может заметно изменить характер выходящего за ее пределы теплового тормозного излучения. Здесь, однако, нельзя обойтись без численных расчетов оптической толщины источника, интенсивности и поляризации излучения. Для конкретных условий короны и хромосферы над пятнами такие расчеты были проведены в [186].

**Циклотронное поглощение. Механизм теплового циклотронного излучения.** Черенковское поглощение (затухание Ландау) в магнитоактивной плазме исследовал Б. Н. Гершман [187] методом кинетического уравнения. Здесь мы не станем на этом останавливаться; отметим лишь, что соответствующие критерии слабости черенковского поглощения, основанные на простых физических соображениях, приведены в § 5. Там речь шла о возможности пренебречь затуханием Ландау на плазменных волнах; те же критерии остаются справедливыми и для других типов волн в магнитоактивной плазме.

Циклотронное поглощение рассматривалось кинетически в работах К. Н. Степанова, Б. Н. Гершмана и др. [71, 188] (путем решения дисперсионного уравнения (4.39) с тензором (4.95)). Однако в большинстве случаев для расчета этого вида поглощения, непосредственно связанного с циклотронным излучением заряженных частиц, можно применить более простой способ, основанный на законе Кирхгофа. Следуя ему, получим коэффициент резонансного поглощения на гармониках  $s \geq 2$  [153]:

$$\mu_{js} \approx \frac{a_{\omega j}}{I_{\omega}^{(0)}} = \mathcal{B}_{js} \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{\omega}{c} \beta_T^{2s-3} \exp(-Z_{js}^2), \quad (13.8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{B}_{js} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} v [n_j^{2s-4} \mathcal{S}_j^2 (1+g_j)^2 \cos \vartheta_j]_{\omega = s\omega_B} \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{|\cos \alpha|}, \\ Z_{js} &= \frac{\omega - s\omega_B}{\sqrt{2} \omega n_j \beta_T \cos \alpha}, \\ \beta_T &= \frac{v_T}{c} = \sqrt{\frac{\kappa T}{m_e c^2}}, \end{aligned} \right\} (13.9)$$

$\alpha$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_j$  и магнитным полем  $\mathbf{B}_0$ ,  $\vartheta_j$  — угол между  $\mathbf{k}_j$  и групповой скоростью  $\mathbf{v}_{1p} = d\omega/d\mathbf{k}_j$ .

Параметры  $g_j$ ,  $\mathcal{F}_j$  заданы формулами (5.37), (10.36), показатель преломления — формулой (5.19). При переходе к (13.8) были использованы формулы (11.19) и (2.16). Условиями применимости полученного выражения для  $\mu_{js}$  на гармониках  $s \geq 2$  служат неравенства (11.21).

Благодаря экспоненциальному фактору величина  $\mu_{js}$  ( $\omega$ ) становится весьма малой на частотах, не слишком близких к  $s\omega_B$  (при условии  $Z_{js}^2 \gg 1$ , т. е. в крыльях линии поглощения). Поэтому спектр эффективно поглощаемых частот образует ряд дискретных линий с центрами на частоте  $\omega = s\omega_B$ .

Выражение для  $\mu_{js}$  упрощается в достаточно разреженной плазме ( $\nu \ll 1$ ). При этом  $a_{\omega j}$  описывается формулой (11.23); коэффициент циклотронного поглощения  $\mu_{js}$  сохраняет вид (13.8), но теперь [153]

$$\mathcal{B}_{js} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \nu \left[ \frac{(1 + K_j \cos \alpha)^2}{1 + K_j^2} \right]_{\omega = s\omega_B} \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{|\cos \alpha|}, \quad (13.10)$$

$$Z_{js} = \frac{\omega - s\omega_B}{\sqrt{2} \omega \beta_T \cos \alpha}.$$

Параметр  $K_j$  задан формулой (5.35); в случае квазипродольного распространения (5.24)  $K_j = \pm 1$ . Формулы (13.8), (13.10) по-прежнему справедливы лишь на гармониках  $s \geq 2$ ; однако в весьма разреженной плазме, для которой вместе с  $\nu \ll 1$  выполнено неравенство, обратное (10.49), они описывают и поглощение на первой гармонике.

В сравнительно плотной плазме (при условии (10.49)) нетрудно написать соответствующий коэффициент циклотронного поглощения на частотах  $\omega \approx \omega_B$ , используя выражение (11.20) для излучательной способности на первой гармонике. Однако он будет справедлив лишь в крыльях линии поглощения (при  $Z_{j1}^2 \gg 1$ ). Весь контур линии может быть получен методом кинетического уравнения, который приводит к следующему выражению для  $\mu_{j1}$  ([190] § 6):

$$\mu_{j1} = \Lambda_{j1} \frac{\omega \beta_T}{c} |\omega (Z_{j1})|^{-2} \exp(-Z_{j1}^2), \quad (13.11)$$

где  $\omega(Z_{j1})$  — функция Крампа (4.88) с аргументом  $Z_{j1} = (\omega - \omega_B)/\sqrt{2} \omega \beta_T n_j \cos \alpha$ , а фактор

$$\Lambda_{j1} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} v^{-1} (2n_j^2 \sin^2 \alpha + 2v - 2 - \sin^2 \alpha)^{-1} \times \\ \times \left\{ n_j^4 \left( 1 - v + \frac{7}{4} v \sin^2 \alpha \right) + n_j^2 \left[ (1 + v) \left( \frac{v}{2} - 1 \right) \sin^2 \alpha + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{v^2}{4} \operatorname{tg}^2 \alpha (1 + \cos^2 \alpha) - (1 - v) \left( 1 - \frac{v}{4} \right) (1 + \cos^2 \alpha) \right] + \right. \\ \left. + (1 - v) \left( 1 - \frac{v}{2} \right) + \frac{v^2}{4} (v - 2) \operatorname{tg}^2 \alpha \right\} \cos \alpha \cos \vartheta_j, \quad (13.12)$$

При известной настойчивости можно убедиться, что в области  $Z_{j1}^2 \gg 1$  кинетическое выражение для  $\mu_{j1}$  совпадает с выражением для коэффициента поглощения, найденным с помощью закона Кирхгофа.

Приведенное выражение для  $\mu_{j1}$  существенно упрощается для обыкновенной волны ( $j=2$ ) в достаточно разреженной плазме, где оно имеет вид \*)

$$\Lambda_{21} = \frac{v}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin^4 \alpha (1 + 2 \cos^2 \alpha)^2}{(1 + \cos^2 \alpha)^3 |\cos \alpha|}. \quad (13.13)$$

При этом величина  $Z_{21}$  в (13.11) равна  $(\omega - \omega_B)/\sqrt{2} \omega \beta_T \cos \alpha$ . Выражение для коэффициента поглощения необыкновенной волны на первой гармонике в плазме с  $v \ll 1$  будет сложнее, так как для нее здесь  $n_i^2 \rightarrow \infty$  (без учета теплового движения). Характер поглощения обыкновенных и необыкновенных волн на гирочастоте при квазипоперечном и строго поперечном распространении в плотной плазме исследован в [294].

Выше речь шла о циклотронном поглощении обыкновенных и необыкновенных волн. Однако в случае, когда частоты плазменного резонанса  $\omega_\infty$  (5.23) совпадают с одной из гармоник  $\omega = s\omega_B$  (т. е. наступает двойной плазменный резонанс), становится возможным циклотронное поглощение продольных плазменных волн, существующих в области  $\omega \approx \omega_\infty$ . Показатель преломления этих

\*) Предполагается, что  $v \ll 1$ , но критерий (10.49) еще выполнен.

волн  $n_3$  определяется выражением (5.43), а коэффициент циклотронного поглощения — формулой (13.8), в которой теперь ([74], гл. V)

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{js} = \mathcal{B}_{3s} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} v (1-u) n_3^{2s-2} \frac{\sin^{2s} \alpha}{|\cos \alpha|} \times \\ &\times (1-u-v+uv \cos^2 \alpha)^{-1}, \quad (13.14) \\ Z_{js} = Z_{3s} &= (\omega - s\omega_B) / \sqrt{2} \omega n_3 \beta_T \cos \alpha. \end{aligned}$$

На всех гармониках, исключая самые низкие,  $s^2 \gg 1$ , и выражение для  $\mathcal{B}_{3s}$  упрощается:

$$\mathcal{B}_{3s} \approx \sqrt{\frac{\pi}{18}} \frac{n_{\text{пл}}^{2s-4}}{\beta_T^2} \frac{\sin^{2s} \alpha}{|\cos \alpha|}. \quad (13.15)$$

Здесь учтено, что при  $s^2 \gg 1$  параметр  $u \ll 1$  и показатель преломления плазменных волн  $n_3$  (5.43) сводится к выражению  $n_{\text{пл}} \approx \sqrt{1-v} / \sqrt{3} \beta_T$ , описывающему плазменные волны в изотропной среде. Для этих волн можно пренебречь сильным черенковским поглощением (затуханием Ландау), если величина  $1-v \ll 1$ . Последнее неравенство также принято во внимание при переходе от (13.14) к (13.15).

Сопоставим коэффициенты циклотронного и тормозного поглощения электромагнитных волн в космической плазме. Коэффициент циклотронного поглощения обыкновенных ( $s \geq 1$ ) и необыкновенных ( $s \geq 2$ ) волн в плазме с  $v \ll 1$  и под углами  $\alpha \sim 1$  ориентировочно можно оценить, считая

$$\mu_{2, s-1} \sim \frac{\omega}{c} v \beta_T, \quad \mu_{j, s \geq 2} \sim \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{\omega}{c} v \beta_T^{2s-3} \quad (13.16)$$

(см. формулы (13.8), (13.10) и (13.11), (13.13)). При этом  $\mu_{2, s-1} \sim \mu_{j, s-2}$  вследствие слабого излучения электронов на гирочастоте в магнитоактивной плазме (см. § 10). Приведенные оценки  $\mu_{js}$  относятся к области частот в пределах линий поглощения  $Z_{js}^2 \leq 1$ ; в крыльях линий  $Z_{js}^2 \gg 1$  коэффициенты циклотронного поглощения становятся экспоненциально малыми. Далее, коэффициент тормозного поглощения при  $v \ll 1$  и  $|\sqrt{u} \cos \alpha| \ll 1$  равен

$$\mu_j^{\text{торм}} = 2 \frac{\omega}{c} \eta_j \sim \frac{v v_{\text{эфф}}}{c} \quad (13.17)$$



(см. (13.4)). Этих оценочных формул достаточно, чтобы убедиться в значении эффектов циклотронного поглощения в космических условиях. Например, для первой и второй гармоник  $\mu_{js} \sim \omega \beta_T / c$  и, следовательно,

$$\frac{\mu_{j, s-1, 2}}{\mu_j^{\text{торм}}} \sim \frac{\omega \beta_T}{v_{\text{эфф}}}. \quad (13.18)$$

В солнечной короне  $\beta_T \sim 10^{-2}$ ,  $v_{\text{эфф}} \sim 10 \text{ сек}^{-1}$  и на частотах  $\omega \sim 2\pi \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$  ( $\lambda \sim 30 \text{ см}$ ) это отношение порядка  $6 \cdot 10^6$ . Таким образом, в корональной плазме коэффициент циклотронного поглощения близ частот  $\omega \approx \omega_B, 2\omega_B$  в миллионы раз превышает коэффициент поглощения из-за соударений [77, 175].

Циклотронное поглощение плазменных волн еще сильнее: оно примерно в  $\beta_T^{-2s+2}$  раз превышает соответствующее поглощение электромагнитных волн. В этом нетрудно убедиться, обратившись к формулам (13.8), (13.9) и (13.15); из них следует, что при  $u \ll 1$  и  $1-v \ll 1$  коэффициент циклотронного поглощения электромагнитных волн  $\mu_{1,2} \sim (s^{2s}/2^s s!) (\omega/c) n_{1,2}^{2s-4} \beta_T^{2s-3}$ , а коэффициент для плазменных волн  $\mu_3 \sim (s^{2s}/2^s s!) (\omega/c) (\beta_T n_{\text{пл}})^{2s-4} \beta_T^{-1}$ . Однако в плазме с  $u \ll 1$  величина  $\beta_T n_{\text{пл}} \approx n_{1,2} = 1-v$  и, следовательно, отношение  $\mu_3/\mu_{1,2} \sim \beta_T^{-2s+2} \gg 1$ . Указанное обстоятельство связано с резонансными свойствами плазмы, благодаря которым излучение плазменных волн частицами происходит более эффективно, чем излучение электромагнитных волн. Циклотронное затухание плазменных волн в корональной плазме было привлечено в [189] для объяснения некоторых особенностей быстродрейфующих всплесков III типа, а именно — полос поглощения на динамических спектрах этих всплесков.

Для того чтобы более определенно судить о влиянии циклотронного поглощения на генерацию и распространение электромагнитных волн в космической плазме, следует учесть неоднородный характер магнитного поля. Если в однородном поле спектр циклотронного поглощения (зависимость  $\mu_{js}(\omega)$ ) состоит из последовательности отдельных «линий» на частотах  $\omega \approx s\omega_B$ , то в достаточно неоднородном поле спектр поглощения сглаживается. При этом циклотронное поглощение (и излучение) на

данной частоте  $\omega$  будет происходить не во всем объеме, занятом плазмой (как это было в однородном случае), а в локальных слоях, где величина магнитного поля удовлетворяет соотношению  $\omega \approx s\omega_B = seB_0/m_e c$ . Оптическая толщина такого гирорезонансного слоя  $\tau_{js} = \int \mu_{js} dl$ . Аппроксимируя зависимость  $\omega_B(l)$  в пределах этого слоя линейной функцией, запишем разность  $\omega - s\omega_B(l)$  в виде

$$\omega - s\omega_B(l) = \frac{\omega l}{L_B}, \quad (13.19)$$

где  $L_B = \omega_B |dl/d\omega_B|$  — характерное расстояние, на котором существенно меняется магнитное поле вдоль луча. Интегрируя (с учетом (13.19)) коэффициент циклотронного поглощения  $\mu_{js}$  (13.8) по  $l$ , найдем оптическую толщину гирорезонансного слоя [153]:

$$\tau_{js} = \sqrt{2\pi} \frac{s^{2s}}{2s!} \frac{\omega}{c} \beta_T^{2s} - {}^2 n_j \mathcal{B}_{js} L_B |\cos \alpha|, \quad (13.20)$$

где на гармониках  $s \geq 2$  фактор  $\mathcal{B}_{js}$  по-прежнему задан выражением (13.9). В разреженной плазме с  $v \ll 1$  этот фактор записывается в форме (13.10), причем в «вакуумном» приближении, т. е. в случае, обратном (10.49), формулу (13.10) можно применять и на первой гармонике. Если же критерий (10.49) не нарушен, оптическая толщина первого гирорезонансного слоя получается интегрированием (13.11) по  $l$ . Тогда, учитывая (13.19), получаем

$$\tau_{j1} \approx \sqrt{2} \Lambda_{j1} \frac{\omega L_B}{c} \beta_T^2 n_j |\cos \alpha| \int_{-\infty}^{\infty} |\omega(Z)|^{-2} \exp(-Z^2) dZ, \quad (13.21)$$

где интеграл равен  $\frac{1}{2}\pi^{3/2}$ .

Размеры гирорезонансного слоя (по толщине вдоль  $l$ ) нетрудно оценить, учитывая, что величина  $\mu_{js}$  (13.8), (13.11) на фиксированной частоте  $\omega$  экспоненциально мала в тех областях плазмы, где  $Z_{js}^2 \gg 1$ . Поэтому основной вклад в  $\tau_{js}$  вносит тонкий слой, расположенный близ поверхности, на которой  $\omega = s\omega_B$ ; в этом слое  $Z_{js}^2 = [(\omega - s\omega_B)/\sqrt{2}\omega\beta_T n_j \cos \alpha]^2 \lesssim 1$ . Из соотношения (13.19) ясно, что последнее условие выполнено, если

$l \lesssim \sqrt{2} L_B \beta_{Tj} n_j |\cos \alpha|$ , т. е. линейная толщина слоя

$$L_{js} \approx 2\sqrt{2} L_B \beta_{Tj} n_j |\cos \alpha|. \quad (13.22)$$

Величина  $L_{js}$  не зависит от номера гирорезонансного слоя (номера гармоники)  $s$ , причем  $L_{js} \ll L_B$  за счет малости  $\beta_{Tj}$  (см. (11.21)). Согласно (13.19) соседние гирорезонансные слои с номерами  $s$  и  $s+1$  располагаются на расстояниях порядка  $L_B/s$ ; поэтому слои не перекрываются, если  $L_{js} \ll L_B/s$ , т. е. при условии

$$2\sqrt{2} s \beta_{Tj} n_j |\cos \alpha| \ll 1. \quad (13.23)$$

Характер частотного спектра циклотронного поглощения в плазме с линейными размерами  $L$ , помещенной в неоднородное магнитное поле, будет зависеть от соотношения между  $L$ ,  $L_B$  и  $L_{js}$ . Если  $L \ll L_{js}$ , то спектр поглощения имеет «линейчатый» характер, отличающий плазму в однородном магнитном поле. В случае, когда  $L_{js} \ll L \ll L_B/s$ , «изрезанность» спектра  $\tau_j(\omega)$  сохраняется, хотя форма отдельных линий будет существенно зависеть от распределения магнитного поля по источнику. И, наконец, при условии  $L \gg L_B/s$ , когда в плазме на любой частоте располагается несколько гирорезонансных слоев, зависимость  $\tau_j(\omega)$  приобретает плавный характер. Конечно, в случае, когда гармоники перекрываются (т. е. при условии, обратном (13.23)), «линейчатость» спектра поглощения пропадает при любых соотношениях между  $L$ ,  $L_B$  и  $L_{js}$ .

В активных областях короны и хромосферы, расположенных над солнечными пятнами, реализуется скорее всего условие  $L \gg L_B/s$ . Гирорезонансные уровни  $\omega = \omega_B, 2\omega_B, 3\omega_B, \dots$  в магнитном поле пятна схематически изображены на рис. 45. Из него ясно, что для заданной частоты  $\omega$  уровни, соответствующие меньшим гармоникам, располагаются ниже, в областях с более сильным магнитным полем. По мере уменьшения частоты  $\omega$  вся система уровней смещается вверх, где магнитное поле слабее.

Оптическую толщину гирорезонансных слоев, локализованных близ указанных уровней, нетрудно оценить, умножив коэффициент циклотронного поглощения  $\mu_{js}$  (13.16) на эффективную толщину слоя  $L_{js} \sim L_B \beta_{Tj}$

(см. 13.22)):

$$\tau_{2, s-1} \sim \frac{\omega}{c} \nu \beta_T^2 L_B, \quad \tau_{j, s \geq 2} \sim \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{\omega}{c} \nu \beta_T^{2s-2} L_B. \quad (13.24)$$

Во внутренней короне  $N \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $L_B \sim 10^9 \text{ см}$ ,  $\beta_T \sim \sim 10^{-2}$  и на частотах  $\omega \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$  ( $\lambda \sim 10 \text{ см}$ ) получаем следующие оценки оптической толщины гирорезонансных слоев:  $\tau_{2, s-1} \sim 5 \cdot 10^2$ ,  $\tau_{j, s-2} \sim 10^3$ ,  $\tau_{j, s-3} \sim 1$ ,  $\tau_{j, s-4} \sim 10^{-3}$  и т. д. Хотя эти оценки очень грубые, они не оставляют сомнений в том, что гирорезонансное поглощение в короне вызывает резкое ослабление излучения,

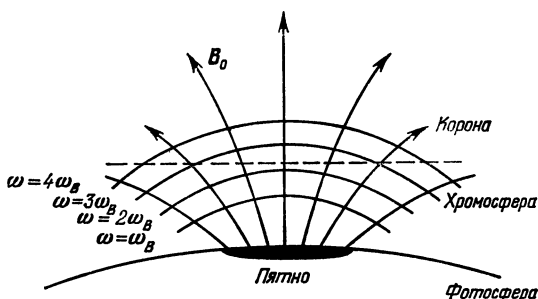


Рис 45. Расположение гирорезонансных уровней в униполярном магнитном поле.

проходящего через слои  $\omega \approx \omega_B$ ,  $\omega \approx 2\omega_B$  и  $\omega \approx 3\omega_B$ , тогда как уровни  $s \geq 4$  остаются прозрачными для радиоволн. Это ослабление, конечно, сказывается лишь в областях с сильным магнитным полем: гармоникам  $s = 1, 2, 3$  на частотах  $\omega \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$  соответствуют магнитные поля  $B_0 \sim 3 \cdot 10^2 - 10^3 \text{ гс}$ .

Заключение о роли первых трех гирорезонансных слоев на Солнце в общем подтверждается корректными расчетами оптической толщины  $\tau_{js}$  короны и хромосферы, основанными на формулах (13.20), (13.21) (см. в этой связи [186, 191]). Эти расчеты показали, что в условиях солнечной короны и хромосферы для широкого интервала длин волн, включающего сантиметровый, дециметровый и метровый диапазоны, циклотронное поглощение необыкновенных волн сказывается главным образом при прохождении через слои, где  $\omega \approx 2\omega_B$  и  $\omega \approx 3\omega_B$ ; в этих

слоях  $\tau_{js} \gtrsim 1$ . Поглощение обыкновенных волн в областях  $\omega \approx s\omega_B$  происходит менее эффективно, чем необыкновенных, что в конечном счете связано с преобладанием последних в циклотронном излучении электронов (см. § 10). Поэтому поглощение обыкновенной волны существенно только в слоях, где  $\omega \approx \omega_B$  и  $\omega \approx 2\omega_B$ ; на третьем гирорезонансном уровне, в отличие от поглощения необыкновенной компоненты, оно становится относительно слабым ( $\tau_{js} < 1$ ). Следует оговориться, что циклотронное поглощение играет столь существенную роль в слоях, отвечающих низким гармоникам, лишь при не слишком малых углах  $\alpha$  между  $\mathbf{k}_j$  и  $\mathbf{B}_0$  (поскольку  $\tau_{js} \sim \sin^{2s-2}\alpha$  и для  $s \geq 2$  величина  $\tau_{js}$  резко уменьшается вместе с  $\alpha$ ). Зависимость  $\tau_{js}$  от угла  $\alpha$  приводит к тому, что при достаточно больших значениях  $\alpha$  слой  $\omega \approx 3\omega_B$  становится оптически толстым и для обыкновенных волн. Это обстоятельство не следует упускать из вида при детальном анализе циклотронного поглощения (и излучения) в короне и хромосфере (см. [3], § 29). Мы в дальнейшем для простоты зависимость  $\tau_{js}$  от  $\alpha$  учитывать не станем.

Существование оптически толстых гирорезонансных слоев в активных областях над солнечными пятнами с сильным магнитным полем служит основой теории [191—193], объясняющей главные спектральные и поляризационные характеристики медленно меняющейся компоненты ( $S$ -компоненты) солнечного радиоизлучения действием теплового циклотронного механизма.

Эффективная температура излучения из гирорезонансных слоев легко находится благодаря малой протяженности  $L_{js}$  этих слоев вдоль луча (по сравнению с характерными расстояниями, на которых меняется кинетическая температура  $T$ ). Поэтому значения  $T_{\text{эфф}}$  определяются простыми формулами (8.38)—(8.40); из них следует, что с оптически толстым ( $\tau_{js} > 1$ ) гирорезонансным слоем связано излучение, эффективная температура которого совпадает с кинетической температурой  $T$  плазмы в этом слое. На высших гармониках, где уровни оптически тонкие ( $\tau_{js} \ll 1$ ), величина  $T_{\text{эфф}} \approx T\tau_{js} \ll T$ .

Из рис. 45 и сказанного ранее ясно, что вклад слоев  $\omega \approx s\omega_B$ , где  $s = 2$  и  $s \geq 4$ , в необыкновенное излучение, выходящее из области короны и хромосферы над пятном,

несуществен. Необыкновенные волны с уровня  $\omega \approx 2\omega_B$  не выходят за пределы короны, поглощаясь в расположенном выше, в области более слабого магнитного поля, оптически толстом слое  $\omega \approx 3\omega_B$ . Необыкновенное излучение из оптически тонких слоев  $\omega \approx 4\omega_B, 5\omega_B, \dots$  имеет низкую эффективную температуру  $T_{\text{эфф}} \ll T$ . Таким образом, при приближенном анализе механизма циклотронного излучения локальных источников над солнечными пятнами можно считать, что необыкновенная компонента создается в основном третьим гирорезонансным слоем, причем ее  $T_{\text{эфф}}$  близка к кинетической температуре этого слоя. Для обыкновенной компоненты будет несущественным (по тем же причинам, что и для необыкновенных волн) циклотронное излучение из слоев  $\omega \approx \omega_B$  и  $\omega \approx 3\omega_B, 4\omega_B, \dots$ , так что роль эффективно излучающего слоя здесь играет область, где  $\omega \approx 2\omega_B$ . Эффективная температура излучения при этом близка к кинетической температуре второго гирорезонансного слоя.

Частотный спектр теплового циклотронного излучения определяется распределением температуры  $T$  и магнитного поля  $B_0$  над солнечными пятнами. В интересующем нас плане существенным является то обстоятельство, что магнитное поле убывает с высотой, а кинетическая температура плазмы резко возрастает при переходе от хромосферы к короне. Над крупными пятнами с сильным магнитным полем эффективно излучающие уровни  $\omega \approx 2\omega_B, 3\omega_B$  в дециметровом диапазоне волн лежат в короне, в областях с примерно одинаковой температурой  $T_c \simeq (1-3) \cdot 10^6$  °К. Поэтому эффективная температура локальной области над пятном в этом диапазоне  $T_{\text{эфф}} \approx T_c$ , а интенсивность излучения  $I_\omega \sim \omega^2 T_{\text{эфф}}$ . В сантиметровом диапазоне рост интенсивности  $I_\omega$  с частотой сменяется ее уменьшением. Последнее связано с тем, что на высоких частотах указанные уровни переместятся в более холодную хромосферу. Соответственно  $T_{\text{эфф}}$  излучения резко уменьшается (быстрее, чем  $\omega^2$ ); в результате интенсивность  $I_\omega \sim \omega^2 T_{\text{эфф}}$  падает с ростом частоты. Указанный характер частотного спектра теплового циклотронного излучения (с максимумом интенсивности на волнах  $\lambda \sim 5-10$  см и постоянной эффективной температурой  $T_{\text{эфф}} \sim (1-3) \cdot 10^6$  °К на более длинных волнах) соответствует спектру наблюдаемого радиоизлучения типичных

локальных областей над солнечными пятнами — источников  $S$ -компоненты.

В рамках теплового циклотронного механизма хорошо объясняется значительная поляризация  $S$ -компоненты (с преобладанием необыкновенного излучения) на сантиметровых волнах и ее отсутствие в дециметровом диапазоне. Действительно, в сантиметровом диапазоне излучающие уровни  $\omega \approx 2\omega_B$  и  $\omega \approx 3\omega_B$  расположены в переходной области от хромосферы к короне с высоким градиентом кинетической температуры. Поскольку слой  $\omega \approx 3\omega_B$  локализован выше, чем  $\omega \approx 2\omega_B$ , эффективная температура его излучения будет больше, нежели  $T_{\text{эфф}}$  из второго гирорезонансного слоя. Поэтому в сантиметровом диапазоне излучения  $S$ -компоненты станет поляризованным, с преобладанием необыкновенных волн, испускаемых более «горячим» слоем  $\omega \approx 3\omega_B$ , в то время как обыкновенная составляющая излучения связана с более «холодным» уровнем  $\omega \approx 2\omega_B$ . По мере увеличения длины волны температуры уровней  $\omega \approx 2\omega_B$  и  $\omega \approx 3\omega_B$  выравниваются, так как оба они переходят в изотермическую корону. Благодаря этому происходит сильное уменьшение степени поляризации излучения локального источника в дециметровом диапазоне волн \*).

---

\*) Подробнее о проблеме происхождения  $S$ -компоненты солнечного радиоизлучения см. [3], § 29 и [186].

## ГЛАВА VI

### РЕАБСОРБЦИЯ И УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

Если распределение частиц в плазме отличается от равновесного, то изменение интенсивности излучения в большинстве случаев по-прежнему описывается уравнением переноса (8.2). При этом интенсивность излучения из однородного слоя толщиной  $L$  равна

$$I_{\omega} = \frac{a_{\omega}}{\mu_j} (1 - e^{-\mu_j L}) + I_{\omega 0} e^{-\mu_j L}.$$

Отличие от равновесной плазмы заключается в том, что теперь отношение  $a_{\omega}/\mu_j$  не совпадает с равновесной интенсивностью  $I_{\omega}^{(0)}$  (нарушен закон Кирхгофа) и, вообще говоря, может стать отрицательным за счет изменения знака коэффициента поглощения  $\mu_j$ . Если в неравновесной системе  $\mu_j < 0$ , то проходящее через нее излучение усиливается по закону  $I_{\omega} \sim e^{|\mu_j L|}$ , а собственное излучение слоя плазмы достигает величины

$$I_{\omega} \approx a_{\omega} L \frac{e^{|\mu_j L|}}{|\mu_j L|}$$

(при условии, что оптическая толщина по модулю достаточно велика:  $|\mu_j L| \gg 1$ ). Указанная интенсивность значительно превосходит  $a_{\omega} L$  — суммарную мощность собственного излучения частиц, расположенных вдоль рассматриваемого луча. В соответствии с определениями, данными в § 3, это означает, что в плазме действует когерентный механизм излучения. Последний следует отнести к мазерному типу, поскольку указанное повышение интенсивности осуществляется за счет усиления



излучения (отрицательной реабсорбции\*) в источнике. Для эффективного действия мазерного механизма необходимо, чтобы наряду с критерием  $\mu_j < 0$  было выполнено неравенство  $|\mu_j L| \gg 1$ .

Условия реализации критерия  $\mu_j < 0$  и величина коэффициента усиления ( $-\mu_j$ ) существенным образом зависят от вида функции распределения частиц  $f_0(p)$  в неравновесной системе. Из сказанного ясно, что исследование мазерных механизмов излучения, которым посвящена настоящая глава, сводится прежде всего к расчету коэффициентов реабсорбции (затухания) в неравновесной плазме и к установлению критериев, обеспечивающих усиление излучения. Следующий этап состоит в изучении обратного воздействия усиливаемого излучения на систему излучающих частиц, которое проводится в дальнейшем на основе так называемой квазилинейной теории волновых процессов.

#### § 14. Метод кинетического уравнения и метод коэффициентов Эйнштейна

В физике плазмы исследование мазерных механизмов генерации ведется в основном двумя способами: классическим методом кинетического уравнения и элементарным квантовым методом коэффициентов Эйнштейна. В этом параграфе мы познакомимся с обоими указанными методами в общей форме, а в §§ 15—17 с их конкретными приложениями к мазерным механизмам в космической плазме.

**Метод кинетического уравнения. Усиление и конвективная неустойчивость.** Метод основан на решении и исследовании совместной системы уравнений поля (4.19) — (4.22) и кинетического уравнения (4.73) (или, как принято говорить, на решении кинетического уравнения с самосогласованным полем). Его возможности были продемонстрированы в § 4, посвященном линейной теории волн в стационарной однородной плазме. В этой теории, справедливой, строго говоря, для волн исчезающе малой амплитуды, предполагается, что невозмущенная (не зави-

---

\*) Поглощение излучения принято называть реабсорбцией, если оно вызывается системой тех же частиц, которые создают это излучение.

сящая от высокочастотных полей) часть функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$  постоянна во времени и пространстве, а быстро осциллирующая часть  $f'(\mathbf{p})$  столь мала, что кинетическое уравнение может быть линеаризовано. Тогда задача отыскания коэффициента поглощения  $\mu_j$  и декремента  $\gamma_j$  сводится к решению дисперсионного уравнения (4.39), которое служит условием нетривиальности линейной системы уравнений поля (4.24), (4.25); в последнюю входит тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  (4.81), найденный с помощью кинетического уравнения в форме (4.76).

Дисперсионное соотношение определяет (для волны, распространяющейся в заданном направлении  $\mathbf{k}/k$ ) связь между двумя комплексными величинами  $\omega$  и  $k_j$ . Однако, в зависимости от конкретной постановки задачи, обычно предполагается, что или  $k_j$  или  $\omega$  — действительное. В первом случае находят комплексную частоту

$$\omega \equiv \Omega - i\gamma = \varphi_1(k_j) \quad (14.1)$$

по действительному  $k_j$ , во втором — комплексное волновое число

$$k_j \equiv \frac{\omega}{c} (n_j + i\eta_j) = \varphi_2(\omega) \quad (14.2)$$

по действительной  $\omega$  (см. (4.52) и (4.53)).

Когда мы интересуемся проблемой устойчивости электромагнитных возмущений (т. е. проблемой изменения энергии этих возмущений во времени  $W(t)$ ), следует оперировать действительными значениями  $k_j$ , считая  $\text{Im } k_j = 0$ . Допустим, что в начальный момент  $t=0$  в плазме возникло локальное возмущение (флуктуационного характера, например). Разложим электрическое поле в этом возмущении в интеграл Фурье по действительным значениям  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t=0) = \int \mathbf{g}_1(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3k. \quad (14.3)$$

В последующие моменты времени каждая фурье-составляющая будет представлять собой нормальную волну, в которой  $\omega$  связана с  $\mathbf{k}$  соотношением (14.1). Тогда

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{g}_1(\mathbf{k}_j) e^{i\mathbf{k}_j\cdot\mathbf{r} - i\omega t} d^3k, \quad \omega = \varphi_1(\mathbf{k}_j), \quad (14.4)$$

причем, как следует из теории интегралов Фурье [194],

$$\int |\mathbf{E}|^2 dV = \int |\mathbf{g}_1|^2 e^{-2\gamma_j t} d^3k. \quad (14.5)$$

Замечая, что интеграл слева пропорционален полной энергии возмущения  $W$ , приходим к выводу, что характер зависимости  $W(t)$  полностью определяется величиной и знаком декремента  $\gamma_j$ . Именно,  $W(t) \rightarrow 0$ , когда  $t \rightarrow \infty$ , если при всех  $k_j$ , для которых  $g_1(k_j) \neq 0$ , декремент положителен:  $\gamma_j > 0$ . Это означает, что плазма устойчива относительно возмущений, содержащих нормальные волны с указанными значениями  $k_j$ . Наоборот,  $W(t)$  будет неограниченно нарастать при  $t \rightarrow \infty$ , если среди значений  $k_j$ , для которых  $g_1(k_j) \neq 0$ , можно выделить область, где  $\gamma_j > 0$ . Последнее неравенство служит критерием неустойчивости плазмы относительно высокочастотных возмущений. Неограниченное возрастание  $W(t)$ , конечно, сохраняется только в линейном приближении; фактически же оно будет ограничено разного рода нелинейными эффектами (см. § 15, 18).

По характеру поведения поля во времени и пространстве неустойчивость делится на два типа — конвективный и абсолютный (Твисс [195]). Классификация проводится следующим образом. Пусть  $g_1(k_j) e^{-i\varphi_1(k_j)t}$  ограничена при любых  $k_j$ . Тогда поле (14.4) описывает «пакет» в пространстве, в том смысле, что для всех бесконечно больших  $r$  поле  $E$  обращается в нуль\*). Если пакет в пространстве является вместе с тем пакетом во времени, т. е.  $E(r, t) \rightarrow 0$  при  $r = \text{const}$  и  $t \rightarrow \pm \infty$ , то мы, по определению, имеем дело с конвективной неустойчивостью; в противном случае неустойчивость будет абсолютной. Если в системе реализуется конвективная неустойчивость (рис. 46, а), то в каждой точке  $r$  поле остается ограниченным и при  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулю (поскольку малые возмущения, возрастая, «сносятся» из области их появления). При абсолютной неустойчивости положение иное: энергия любого возмущения будет экспоненциально увеличиваться в той области, где оно возникло; возможно также, что по мере развития неустойчивости возмущение постепенно охватит всю систему (см. рис. 46, б).

При исследовании усиления и поглощения в пространстве постановка задачи меняется. Теперь  $\text{Im } \omega = 0$ ;

---

\*) Это утверждение о поведении функции  $E(r, t)$  на бесконечности составляет содержание леммы Римана [194].

при этом условии находится коэффициент поглощения  $\mu_j = 2 \frac{\omega}{c} \eta_j \cos \vartheta_j$  (см. (14.2)). Здесь снова пространственно-временное поведение одной нормальной волны не совпадает с характером изменения возмущения, представляющего собой набор нормальных волн вида

$$E(\mathbf{r}, t) = \int g_2(\omega) e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - i\omega t} d\omega, \quad k_j = \varphi_2(\omega). \quad (14.6)$$

Пусть  $g_2(\omega)$  — функция, ограниченная вместе с  $k_j = \varphi_2(\omega)$  при всех значениях  $\omega$ . Тогда в соответствии с леммой

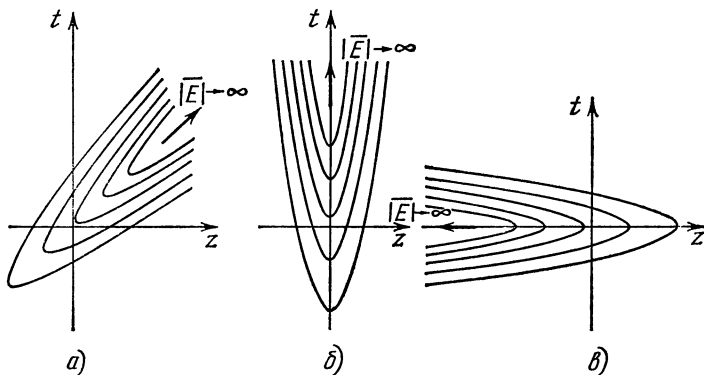


Рис. 46. Контуры равной напряженности электрического поля, усредненной по высокочастотным осцилляциям («огibaющая» пакета  $|\bar{E}(\mathbf{r}, t)|$ ) в случае: а) конвективной неустойчивости и усиления; б) абсолютной неустойчивости; в) «непропускания» волн

Римана поле  $E(\mathbf{r}, t)$  (14.6) будет представлять собой временной пакет ( $E(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0$  при  $\mathbf{r} = \text{const}$  и  $t \rightarrow \pm \infty$ ). Если  $E(\mathbf{r}, t)$  является также пакетом в пространстве (т. е. если  $E(\mathbf{r}, t)$  стремится к нулю на бесконечности при  $t = \text{const}$ ), излучение называется усиляемым или поглощаемым. Последнее зависит от того, возрастает или убывает величина  $|E|^2$  в направлении вектора групповой скорости  $\mathbf{v}_{гp} = d\omega/d\mathbf{k}_j$ , характеризующего скорость перемещения пространственно-временного пакета (см. рис. 46, а). Если же рассматриваемый временной пакет не является вместе с тем пакетом в пространстве, в системе имеет место «непропускание» волн (рис. 46, в); примером служит временной пакет, содержащий частоты, для которых

квадрат показателя преломления в плазме отрицателен:  $n_j^2(\omega) < 0$ .

Из данных определений и рис. 46, *a* ясна тесная связь усиления с конвективной неустойчивостью (соответственно — поглощения с конвективной устойчивостью): оба эффекта описывают поведение одних и тех же пространственно-временных пакетов. Лишь к таким пакетам применимо понятие групповой скорости  $v_{гр}$  и коэффициента поглощения  $\mu_j$ ; вместе с тем только излучение в усиливающих (поглощающих) системах может быть описано уравнениями переноса интенсивности, представленными в § 8.

Классификация нормальных волн в неравновесной плазме по характеру неустойчивости требует специального исследования дисперсионного уравнения, от вида которого зависит возможность (или невозможность) представления поля  $E(r, t)$  сразу в виде временного и пространственного пакетов (14.4), (14.6). Соответствующие критерии, позволяющие определить характер неустойчивости по форме дисперсионных кривых, были сначала предложены Стэрроком [196]. Мы не станем излагать эти результаты, отсылая читателя к статье [196] и к монографии [74], гл. 6. Здесь мы лишь отметим, что в неограниченной однородной плазме реализация конвективной и абсолютной неустойчивостей зависят от выбора системы отсчета. Рассматривая рис. 46, нетрудно понять, что переход в систему отсчета, движущуюся со скоростью  $v_{гр}$ , превращает конвективную неустойчивость в абсолютную. При этом изменение плотности энергии в пространстве нельзя трактовать как усиление, что делает невозможным применять в новой системе отсчета уравнения переноса излучения. Однако все неустойчивости, которые будут обсуждаться в дальнейшем (см. §§ 15—17), рассматриваются в системах отсчета, которые обеспечивают их конвективный характер.

В ограниченной плазме разделение неустойчивостей на конвективную и абсолютную становится более определенным, поскольку выделяется привилегированная система отсчета, в которой границы плазмы неподвижны \*). Если

\*) В источнике с плавно неоднородным распределением концентрации выделяется система отсчета, в которой это распределение становится стационарным.

в указанной системе отсчета неустойчивость абсолютная, то плотность энергии высокочастотных колебаний в каждой точке плазмы неограниченно возрастает (без учета нелинейных эффектов). На языке физической электроники такое устройство называется генератором. Если же в ограниченной плазме имеет место конвективная неустойчивость, то система выступает в качестве усилителя. В ней коэффициент усиления отрицателен и плазма усиливает как падающее на нее, так и собственное излучение («шумы») отдельных частиц; плотность энергии излучения в каждой точке плазмы остается конечной даже в линейном приближении. В локальных источниках космического излучения обычно реализуется конвективная неустойчивость, обеспечивающая усиление излучения от отдельных частиц источника. Поэтому указанные источники можно рассматривать как сильно шумящие усилители; по терминологии, принятой в теоретической радиоастрономии, в этих объектах действует когерентный механизм излучения мазерного типа (см. § 3). Отсюда, конечно, не следует, что системы с абсолютной неустойчивостью в космических условиях не представляют интереса.

Все сказанное ранее относилось к линейной теории усиления и неустойчивости в плазме, справедливой лишь при достаточно малых амплитудах высокочастотного поля. Это обстоятельство позволяет пренебречь влиянием амплитуды поля на невозмущенную часть функции распределения частиц  $f_0(\mathbf{p})$  и взаимодействием полей разных частот. Учет обратного влияния высокочастотного поля на неосциллирующую часть функции распределения  $f(\mathbf{p})$  проводится в рамках квазилинейной теории. Согласно этой теории изменение  $\bar{f}(\mathbf{p}, t)$  в пространстве импульсов имеет характер диффузии, «скорость» которой определяется плотностью энергии высокочастотных колебаний. В свою очередь инкремент и коэффициент усиления определяются по формулам линейной теории, в которой вместо фиксированной функции распределения  $\bar{f}_0(\mathbf{p})$  фигурирует теперь  $\bar{f}(\mathbf{p}, t)$ . Нелинейное взаимодействие волн в квазилинейном приближении по-прежнему не учитывается.

Уравнения квазилинейной теории были получены путем усреднения кинетического уравнения и уравнений поля по высокочастотным осцилляциям. Соответствующая проце-

дура довольно сложна (см., например, [197] и [74], гл. 9). Поэтому мы придем к квазилинейным уравнениям, используя элементарный квантовый метод, основанный на схеме коэффициентов Эйнштейна; в этой схеме квазилинейные уравнения выступают как уравнения баланса населенностей квантовых состояний.

**Метод коэффициентов Эйнштейна.** Начиная с работ [185, 198], для исследования усиления и неустойчивости электромагнитных и плазменных волн в космической плазме наряду с классическим методом кинетического уравнения широко используется также элементарный квантовый метод, основанный на схеме коэффициентов Эйнштейна. Этот метод оказался весьма полезным даже в той области, где задача о неустойчивости является, по существу, классической и не нуждается в квантовом рассмотрении. Хотя метод коэффициентов Эйнштейна и не обладает той общностью, которую обеспечивает метод кинетического уравнения, он благодаря своей простоте и наглядности позволил обнаружить новые виды неустойчивости волн в неравновесной плазме: кинетическую неустойчивость электромагнитных волн на гармониках гирочастоты [198], пучковую неустойчивость электромагнитных волн в области аномального доплер-эффекта [56] и синхротронную неустойчивость [199, 200].

Метод коэффициентов Эйнштейна основан на представлении о квантах излучения (в среде) с энергией  $\hbar\omega$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k} = (\omega/c)n_j\mathbf{s}$ , где  $n_j$  — показатель преломления  $j$ -й нормальной волны, распространяющейся в направлении волнового вектора  $\mathbf{k}_j = k_j\mathbf{s}$ . Кванты излучения, относящиеся к электромагнитным волнам  $j = 1, 2$ , называют фотонами, кванты, соответствующие плазменным волнам  $j = 3$  — плазмонами. Согласно квантовой теории Эйнштейна взаимодействие поля излучения и системы, состоящей из некогерентно излучающих центров с двумя состояниями ( $m$ ) и ( $n$ ) \*, характеризуется тремя элементарными процессами: спонтанным излучением, истинным поглощением и индуцированным излучением. Спонтанным излучением называется самопроизвольный (в отсутствие окружающего излучения) переход квантовой системы из «верх-

\* ) Говоря о двух состояниях ( $m$ ) и ( $n$ ), мы имеем в виду лишь те квантовые состояния, между которыми совершаются переходы с излучением и поглощением на данной частоте  $\omega$ .

него» состояния ( $m$ ) в «нижнее» состояние ( $n$ ), сопровождаемый испусканием кванта  $\hbar\omega$ . Классическим аналогом спонтанного излучения является процесс собственного излучения частицы. Спонтанное излучение характеризуется вероятностью  $A_m^n$ , определяемой так, чтобы величина  $N_m A_m^n d\omega d\Omega$  была равна числу квантов с частотами в интервале  $d\omega$  и волновыми векторами в элементе телесного угла  $d\Omega$ , испущенных из единичного объема в единицу времени ( $N_m$  — число частиц в единице объема, находящихся в «верхнем» квантовом состоянии ( $m$ )). Если частица совершает квазиклассическое движение, то согласно принципу соответствия [136] введенная только что квантово-механическая вероятность спонтанного излучения связана с рассмотренной в § 10 классической спектральной мощностью излучения  $P_{\omega\Omega}$  соотношением

$$P_{\omega\Omega} = \hbar\omega A_m^n. \quad (14.7)$$

Если система находится в поле излучения, то под воздействием последнего появляется дополнительная вероятность перехода ( $m$ )  $\rightarrow$  ( $n$ ) с испусканием кванта  $\hbar\omega$ , характеризующая процесс индуцированного излучения. Если же система находится в «нижнем» состоянии ( $n$ ), то, поглотив квант  $\hbar\omega$ , она может перейти в состояние ( $m$ ) (истинное поглощение). Индуцированное излучение и истинное поглощение характеризуются коэффициентами  $B_m^n$  и  $B_n^m$ , определяемыми так, чтобы величины  $N_m B_m^n I_\omega d\omega d\Omega$  и  $N_n B_n^m I_\omega d\omega d\Omega$  характеризовали число квантов в интервале частот  $d\omega$  и в элементе телесных углов  $d\Omega$ , излученных или поглощенных в единицу времени под действием излучения с интенсивностью  $I_\omega$ .

Соотношение между коэффициентами Эйнштейна  $A_m^n$ ,  $B_m^n$ ,  $B_n^m$  можно установить из условий баланса между указанными процессами в состоянии полного термодинамического равновесия. Стационарность системы излучающих частиц при этом будет обеспечена, если среднее число переходов «вверх» ( $n$ )  $\rightarrow$  ( $m$ ) и «вниз» ( $m$ )  $\rightarrow$  ( $n$ ) будет одинаковым:

$$N_n B_n^m I_\omega = N_m A_m^n + N_m B_m^n I_\omega. \quad (14.8)$$

Однако в равновесном состоянии интенсивность  $I_\omega = I_\omega^{(0)}$ , где  $I_\omega^{(0)}$  определяется в области  $\hbar\omega \ll kT$  формулой (2.16),



а отношение населенностей  $N_n/N_m$  — формулой Больцмана

$$N_n/N_m = \exp [(\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_n)/\kappa T], \quad (14.9)$$

в которой  $\mathcal{E}_m$  и  $\mathcal{E}_n$  — энергии частиц в состояниях ( $m$ ) и ( $n$ ) соответственно. Для рассматриваемых нами состояний  $\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_n = \hbar\omega$ . В области Рэлея—Джинса  $\hbar\omega \ll \kappa T$  отношение населенностей

$$N_n/N_m \approx 1 + \hbar\omega/\kappa T. \quad (14.10)$$

Поскольку при  $T \rightarrow \infty$  равновесная интенсивность неограниченно увеличивается, из (14.8) следует, что  $N_n B_n^m I_\omega = N_m B_m^n I_\omega$ . Однако при  $T \rightarrow \infty$  населенности выравниваются:  $N_n = N_m$  (см. (14.9)) и, следовательно,

$$B_n^m = B_m^n. \quad (14.11)$$

Принимая во внимание (2.16), (14.10), (14.11), из (14.8) получаем

$$A_m^n = \frac{B_m^n n_j^2 \omega^3 \hbar}{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta_j|}. \quad (14.12)$$

Установленные Эйнштейном соотношения (14.11), (14.12) достаточно универсальны. Будучи непосредственными характеристиками отдельных излучающих частиц, они сохраняются и в тех случаях, когда и система частиц, и излучение перестают быть равновесными, несмотря на то, что предположение о тепловом равновесии между полем и частицами привлекалось для отыскания связи между  $A_m^n$ ,  $B_m^n$ ,  $B_n^m$ . Это предположение не является необходимым, и связь между коэффициентами Эйнштейна в принципе может быть установлена для каждой конкретной излучающей системы путем соответствующих квантовомеханических расчетов (см. [136], § 17). Однако такой способ сложен и практически не всегда может привести к цели.

Уменьшение интенсивности на отрезке луча единичной длины, вызванное переходами ( $m$ )  $\rightleftharpoons$  ( $n$ ) под действием излучения, равно, очевидно,  $-\Delta I_\omega = \hbar\omega N_n B_n^m I_\omega - \hbar\omega N_m B_m^n I_\omega$ . Коэффициент поглощения  $\mu_j$  определяется как относительное уменьшение интенсивности на единичной длине:

$$\mu_j \equiv -\frac{\Delta I_\omega}{I_\omega} = \hbar\omega (N_n B_n^m - N_m B_m^n). \quad (14.13)$$

Отсюда ясно, что  $\mu_j$  зависит от разности числа переходов, сопровождаемых процессами «истинного» поглощения и индуцированного испускания. Принимая во внимание соотношения Эйнштейна (14.11), (14.12), из (14.13) получаем

$$\mu_j = \frac{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta_j|}{\omega^2 n_j^2} A_m^n N_m \left( \frac{N_n}{N_m} - 1 \right). \quad (14.14)$$

Следовательно, коэффициент поглощения в неравновесной системе пропорционален интенсивности спонтанного излучения (14.7) и фактору  $(N_n/N_m - 1)$ , зависящему от отношения числа частиц («населенностей») в верхнем ( $m$ ) и нижнем ( $n$ ) квантовых состояниях. В этих состояниях разность энергии частиц  $\mathcal{E}_m$  и  $\mathcal{E}_n$  равна энергии кванта излучения  $\omega$ . Применение формулы (14.14) к случаю равновесной системы, где отношение населенностей  $N_n/N_m$  определяется формулой (14.10), приводит к следующему выражению для коэффициента поглощения:

$$\mu_j = \frac{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta_j|}{n_j^2 \omega^2 \kappa T} \hbar \omega A_m^n N_m. \quad (14.15)$$

Однако в этом выражении справа стоит не что иное, как излучательная способность  $a_\omega = \hbar \omega A_m^n N_m$ , деленная на равновесную интенсивность  $I_\omega^{(0)}$ , т. е.  $\mu_j = a_\omega / I_\omega^{(0)}$ . Таким образом, при переходе к равновесным системам (с больцмановским распределением населенностей частиц) формула для  $\mu_j$  сводится, как и следовало ожидать, к выражению, основанному на законе Кирхгофа.

Формула (14.14) учитывает лишь переходы между двумя состояниями излучающих частиц. В случае большого числа подобных состояний, переходы между которыми сопровождаются испусканием и поглощением излучения на частоте  $\omega$  в направлении  $k_j$ , для получения коэффициента поглощения следует просуммировать (14.14) по всем указанным переходам ( $m$ )  $\leftrightarrow$  ( $n$ ):

$$\mu_j = \frac{(2\pi)^3 c^2 |\cos \vartheta_j|}{n_j^2 \omega^2} \sum_{(m) \leftrightarrow (n)} A_m^n N_m \left( \frac{N_n}{N_m} - 1 \right). \quad (14.16)$$

Соответствующая излучательная способность системы будет равна

$$a_\omega = \hbar \omega \sum_{(m) \rightarrow (n)} A_m^n N_m. \quad (14.17)$$

Если

$$\sum_{(m) \neq (n)} A_m^n N_m \left( \frac{N_n}{N_m} - 1 \right) > 0, \quad (14.18)$$

то коэффициент поглощения положителен и происходит реабсорбция излучения; в случае

$$\sum_{(m) \neq (n)} A_m^n N_m \left( \frac{N_n}{N_m} - 1 \right) < 0 \quad (14.19)$$

величина  $\mu_j$  отрицательна, что соответствует отрицательной реабсорбции излучения в неравновесной системе.

Таким образом, при условии (14.19) проходящее через систему или испускаемое системой излучение усиливается (интенсивность нарастает в пространстве). Если вместе с тем учесть, что коэффициент поглощения  $\mu_j$  связан с коэффициентом затухания во времени  $\gamma_j$  соотношением  $2\gamma_j = \mu_j v_{гр}$  (см. вступление к главе V), становится ясным, что в случае (14.19) начальные электромагнитные возмущения в системе окажутся конвективно неустойчивыми (энергия этих возмущений нарастает со временем).

С элементарной квантовой точки зрения физический смысл усиления заключается в следующем. Поскольку коэффициент  $\mu_j$  пропорционален разности между интенсивностями «истинного» поглощения и индуцированного испускания, в случае  $\mu_j < 0$  последний процесс превалирует над «истинным» поглощением. Благодаря этому система частиц в среднем не отнимает энергию от излучения, а наоборот, добавляет ее. Сказанное обусловлено особым характером распределения излучающих частиц при условии (14.19), когда основной вклад в сумму по всем переходам, отвечающим излучению и поглощению на частоте  $\omega$ , дают переходы между теми состояниями, для которых имеет место «инверсия населенностей»: число частиц  $N_m$  в состоянии до испускания кванта больше соответствующего значения  $N_n$  в состоянии, куда переходит частица после испускания кванта  $\hbar\omega$ .

Из формул (14.7), (14.16) следует, что в неравновесной плазме каждому элементарному процессу излучения, характеризующемуся определенной величиной  $A_m^n$ , может быть поставлен в соответствие определенный тип поглощения (реабсорбции). В частности, черенковскому, циклотрон-

ному и синхротронному излучениям отвечают черенковское, циклотронное и синхротронное поглощения, которые при определенных условиях, обеспечивающих выполнение критерия (14.19), становятся отрицательными. Поскольку коэффициент поглощения  $\mu_j$  связан с декрементом  $\gamma_j$  соотношением  $2\gamma_j = \mu_j v_{\text{гp}}$ , каждому типу отрицательной реабсорбции соответствует свой тип неустойчивости, характеризующийся инкрементом  $-\gamma_j$ . Поэтому в неравновесной плазме существуют, вообще говоря, черенковская, циклотронная и синхротронная неустойчивости. Подобную классификацию неустойчивостей по типу элементарного процесса излучения отдельных частиц, имеющую глубокий физический смысл, мы положим в основу дальнейшего изложения проблемы неустойчивости и усиления в плазме. Эта общая классификация не зависит от вида функции распределения, обеспечивающей появление неустойчивости, и от типа нарастающих волн — двух характеристик, которые, тем не менее, включаются в наименование того или иного вида неустойчивости. Последнее вполне оправдано разнообразием форм и условий возникновения неустойчивостей. В качестве примера укажем на «пучковую» и «конусную» неустойчивости плазменных волн. Первое название определяет возбуждение волн в системе, которая состоит из потока частиц, пронизывающих равновесную плазму; второй термин относится к случаю, когда неустойчивость возникает в системе с функцией распределения по скоростям, характерной для частиц в магнитной ловушке (отсутствуют частицы с малыми питч-углами в пределах конуса потерь).

Полученные выражения для коэффициента поглощения  $\mu_j$  (14.16) и излучательной способности  $a_\omega$  (14.17) позволяют найти (с помощью уравнения переноса (8.28)) изменение интенсивности излучения  $I_\omega$  вдоль луча в неравновесной плазме с заданным распределением «населенностей» излучающих частиц по квантовым состояниям. Вместо уравнения переноса интенсивности (8.28), конечно, можно применять уравнение переноса для плотности энергии (8.26)

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{dW_k}{dl} = \alpha_k - \beta_j W_k, \quad (14.20)$$

в котором

$$\alpha_k = a_\omega v_{\text{гp}} |\cos \vartheta_j| k_j^{-2}, \quad \beta_j = \mu_j v_{\text{гp}} = 2\gamma_j. \quad (14.21)$$

С учетом (14.16), (14.17) выражения для излучательной способности  $\alpha_k$ , отнесенной к единичному объему в пространстве волновых векторов, и для декремента  $\gamma_j$  примут следующий вид:

$$\alpha_k = \frac{\hbar\omega v_{\text{гр}} |\cos \vartheta_j|}{k_j^3} \sum_{(m) \neq (n)} A_m^n N_m, \quad (14.22)$$

$$\gamma_j = \frac{(2\pi)^3 c^2 v_{\text{гр}} |\cos \vartheta_j|}{2n_j^2 \omega^2} \sum_{(m) \neq (n)} A_m^n N_m \left( \frac{N_n}{N_m} - 1 \right). \quad (14.23)$$

Здесь  $v_{\text{гр}} |\cos \vartheta_j| = |v_{\text{гр. } k}| = c |\partial(\omega n_j)/\partial \omega|^{-1}$ .

**Уравнение баланса населенностей.** В случае, если населенности  $N_n$ ,  $N_m$  достаточно медленно меняются во времени и достаточно плавно — в пространстве (по сравнению с периодом  $2\pi/\omega$  и длиной волны  $2\pi/k_j$  соответственно), уравнение переноса (14.20) с  $\alpha_k$ ,  $\gamma_j$  в форме (14.22), (14.23) можно по-прежнему использовать для определения спектральной плотности энергии излучения  $W_k(l, t)$ . Распределение населенностей при этом может поддерживаться или изменяться по причинам, не имеющим непосредственного отношения к рассматриваемому излучению (например, за счет инжекции частиц в систему с заданным распределением по скоростям или вследствие воздействия на частицы квазистационарных электромагнитных полей). Однако наличие в плазме излучения с плотностью  $W_k$  также меняет распределение частиц по состояниям благодаря процессам «истинного» поглощения и индуцированного испускания, вероятность которых пропорциональна  $W_k$  (или  $I_\omega$ ; см. выше). Указанное изменение населенностей в плазме можно описать следующим образом [197].

Рассмотрим изменение населенности  $N_m$  состояния  $(m)$  под действием излучения частоты  $\omega$ . Оно будет происходить за счет ухода частиц «вверх», в состояние  $(q)$  при поглощении квантов  $\hbar\omega$  с импульсом  $\hbar k_j$  (число таких переходов в единицу времени составит  $N_m B_m^q I_\omega$ ) и за счет ухода частиц «вниз», в состояние  $(n)$  вследствие индуцированного излучения (число переходов  $N_m B_m^n I_\omega$ ). Вместе с тем населенность состояния  $(m)$  будет пополняться при индуцированном излучении с уровня  $(q)$  (число переходов  $N_q B_q^m I_\omega$ ) и истинного поглощения с уровня  $(n)$  (число переходов

$N_n B_n^m I_\omega$ ). В результате, с учетом (14.11), имеем

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} = A_q^m N_q - A_m^n N_m + [B_q^m (N_q - N_m) - B_m^n (N_m - N_n)] I_\omega. \quad (14.24)$$

Правая часть уравнения дополнена членом  $A_q^m N_q - A_m^n N_m$ , представляющим собой изменение населенности состояния ( $m$ ) при спонтанных переходах ( $q$ )  $\rightarrow$  ( $m$ ) и ( $m$ )  $\rightarrow$  ( $n$ ). В величину  $\partial N_m / \partial t$ , конечно, вносят вклад все переходы с уровня ( $m$ ) и на уровень ( $m$ ), сопровождаемые излучением или поглощением квантов с разной энергией  $\hbar\omega$  и направлениями импульса  $\hbar\mathbf{k}_j$ . Поэтому правую часть уравнения баланса (14.24) следует проинтегрировать по всем излучаемым частотам и направлениям волновых векторов:

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} = \int (A_q^m N_q - A_m^n N_m) d\omega d\Omega + \int [B_q^m (N_q - N_m) - B_m^n (N_m - N_n)] I_\omega d\omega d\Omega. \quad (14.25)$$

Если распределение населенностей  $N_m$  в пространстве неоднородно, то в левую часть уравнения (14.25) вместо  $\partial N_m / \partial t$  следует подставить  $\partial N_m / \partial t + \mathbf{v} \partial N_m / \partial \mathbf{r}$  (ср. кинетическое уравнение для функции распределения частиц (4.82)). Приняв во внимание это обстоятельство и заменив коэффициенты Эйнштейна  $B_q^m, B_m^n$  на  $A_q^m, A_m^n$  с помощью соотношения (14.12), приходим окончательно к уравнению

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial N_m}{\partial \mathbf{r}} = \int (A_q^m N_q - A_m^n N_m) d\omega d\Omega + \int [A_q^m (N_q - N_m) - A_m^n (N_m - N_n)] \frac{(2\pi)^3 W_k}{\hbar\omega} d\omega d\Omega, \quad (14.26)$$

или, в несколько иной форме, к уравнению

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial N_m}{\partial \mathbf{r}} = \int \{ A_q^m [N_q (1 + N_k) - N_m N_k] - A_m^n [N_m (1 + N_k) - N_n N_k] \} d\omega d\Omega. \quad (14.27)$$

В (14.26) учтено (в согласии с (2.13)), что интенсивность  $I_\omega$  равна  $W_k k_j |\cos \vartheta_i|^{-1}$ . Далее, в уравнении (14.27) фигурирует величина

$$N_k = \frac{(2\pi)^3 W_k}{\hbar\omega}, \quad (14.28)$$

равная числу квантов излучения, приходящихся на одну нормальную волну (одну моду). Последнее следует из того, что  $W_k$  и  $1/(2\pi)^3$  — соответственно энергия и число мод в единичном фазовом пространстве (единичном объеме координатного пространства и пространства волновых векторов; см. (2.2) и (2.14)), а их отношение  $W_k (2\pi)^3$  характеризует энергию, приходящуюся на одну моду. Из (14.27) ясно, что влиянием спонтанных процессов в перераспределении электронов по населенностям можно пренебречь по сравнению с индуцированным излучением, если число квантов  $N_k \gg 1$ .

Расчет распределения плотности энергии или интенсивности на основе уравнений переноса, в которых фигурируют коэффициент поглощения  $\mu_j$  и декремент  $\gamma_j$ , вычисленные по формулам (14.16), (14.23) для фиксированного распределения населенностей  $N_m$ ,  $N_n$ , соответствует линейной теории распространения волн в плазме с заданной стационарной функцией распределения частиц  $f_0(\mathbf{p})$ . Система (14.20), (14.26), описывающая изменение плотности энергии излучения  $W_k$  и перераспределение населенностей  $N_m$  под действием этого излучения, является основой теории, которая в физике плазмы известна под названием квазилинейной теории волновых процессов [201—203].

Конечно, в классической плазме пользоваться уравнениями, содержащими населенности и вероятности спонтанного излучения, не очень удобно; лучше записать их в форме, где вместо указанных величин фигурируют функция распределения по импульсам  $f_0(\mathbf{p})$  и мощность собственного излучения частиц  $P_{\omega\Omega}$ . Подобная операция будет проведена в следующих параграфах этой главы при обсуждении различных типов усиления и неустойчивости неравновесной плазмы.

В заключение сделаем несколько замечаний о пределах применимости схемы коэффициентов Эйнштейна и уравнений баланса населенностей (т. е. квазилинейной теории) к исследованию волновых процессов в классической плазме. При расчете коэффициента  $\mu_j$  и декремента  $\gamma_j$  следует помнить, что они относятся к системе, где реализуется усиление (реабсорбция) и тесно связанная с этими процессами неустойчивость (затухание) конвективного типа. Далее, указанные формулы для  $\mu_j$ ,  $\gamma_j$  вместе с вероятностью спонтанного излучения  $A_m^n$  относятся к одному определенному

типу волн в системе. Поэтому в уравнении баланса населенностей (14.27) для отыскания  $\partial N_m / \partial t + \mathbf{v} \partial N_m / \partial \mathbf{r}$  следует просуммировать правую часть по всем типам нормальных волн, взаимодействующих с частицами в данном состоянии ( $m$ ).

В схеме коэффициентов Эйнштейна предполагается также, что все процессы излучения и поглощения происходят в системе (плазме) с заданными дисперсионными характеристиками, включая показатель преломления  $n_j$ , групповую скорость  $\mathbf{v}_{\text{гр}} = d\omega/dk_j$  и вектор поляризации  $\mathbf{e}_j$  нормальных волн. Для этого необходимо, чтобы число «резонансных» частиц (т. е. частиц, совершающих переходы под действием излучения в системе) было мало по сравнению с числом остальных, «нерезонансных» частиц, формирующих указанные дисперсионные характеристики плазмы. В результате «примесь» резонансных частиц рассматривается как возмущение, приводящее к появлению поглощения (усиления) излучения \*). Малость  $\mu_j$ ,  $\gamma_j$  по сравнению с  $k_j$  и  $\omega$  служит одним из критериев, определяющих допустимое содержание «резонансных» частиц в системе. Недостаточность указанного критерия ясна из того, что при большой ширине частотного спектра излучения в системе слишком много частиц станут «резонансными»; их перераспределение по состояниям под действием излучения может привести к заметному изменению дисперсионных характеристик системы. Последнее ограничивает допустимую ширину спектра излучения. Наконец, последним условием независимости дисперсионных характеристик служит требование достаточной малости плотности энергии излучения  $W = \int W_{k\alpha} d^3k$  по сравнению с плотностью кинетической энергии частиц плазмы. Это условие позволяет пренебречь энергией осцилляторного движения частиц в поле излучения при расчете дисперсионных характеристик плазмы.

Важной особенностью метода коэффициентов Эйнштейна вообще и уравнений баланса населенностей (квазилинейной теории) в частности является суммирование мощностей

---

\*) В этом отношении расчет  $\mu_j$  и  $\gamma_j$  по схеме коэффициентов Эйнштейна эквивалентен решению дисперсионного уравнения для нормальных волн методом возмущений (с действительными значениями  $\omega$  и  $k_j$  в качестве нулевого приближения).



излучения при переходах разных частиц. Необходимым условием такой операции служит «некогерентность» начального состояния системы из частиц и излучения: хаотичность фаз нормальных волн разных частот и направлений и хаотичность фаз собственного (спонтанного) излучения разных частиц (последнее обеспечивается соответствующим выбором начальной невозмущенной функции распределения частиц в фазовом пространстве). Если ширина спектра излучения достаточно велика и каждая частица взаимодействует со многими некогерентными нормальными волнами в составе этого излучения, хаотичность фаз спонтанного излучения сохранится в процессе дальнейшей эволюции системы. Иными словами, указанные условия обеспечивают отсутствие группировки частиц в фазовом пространстве и выделения узкой группы нормальных волн в пространстве векторов  $k$  — эффектов, которые вывели бы систему за пределы применимости квазилинейной теории.

Отметим, наконец, что в рассмотренной схеме учитывалось только квазилинейное взаимодействие излучения с частицами, но не принималось во внимание нелинейное взаимодействие между волнами. Возможность такого подхода оправдывается тем, что при достаточно малой плотности энергии излучения эффекты взаимодействия волна—частица пропорциональны  $W_k$ , тогда как взаимодействие волна—волна появляется лишь в более высоком приближении по степеням  $W_k$ . Здесь имеются в виду эффекты взаимодействия типа слияния и распадов волн, рассмотренные в § 19; их вероятности пропорциональны квадрату плотности энергии излучения. Влияние этих эффектов на квазилинейную эволюцию системы с достаточно малой плотностью излучения  $W_k$  будет слабым. Соответствующие ограничения на величину  $W_k$  зависят от конкретного характера системы.

## § 15. Черенковская неустойчивость

Среди различных мазерных механизмов, которые действуют (или могут действовать) в космической плазме, важную роль играет механизм усиления, связанного с черенковской неустойчивостью. Последняя служит эффективным способом возбуждения плазменных волн, что весьма существенно для «плазменного механизма» генерации косми-

ческого радиоизлучения. Условия черенковской неустойчивости зависят от типа волн и вида функции распределения частиц в неравновесной системе. Мы начнем рассмотрение этой неустойчивости с простейшего варианта возбуждения плазменных волн в системе, состоящей из равновесной изотропной плазмы, пронизываемой потоком заряженных частиц.

### Неустойчивость и усиление в системе поток — плазма.

Если концентрация частиц в потоке  $N_S$  достаточно мала по сравнению с концентрацией основной плазмы  $N$ , то дисперсионные характеристики волн, распространяющихся в такой системе, будут определяться равновесной плазмой. Согласно § 5 в такой плазме существуют поперечные электромагнитные и продольные плазменные волны. Однако для поперечных волн показатель преломления  $n_{\perp l} < 1$  и эффект Вавилова — Черенкова отсутствует (см. § 10); поэтому для этих волн нет черенковского усиления и неустойчивости\*). Последняя может реализоваться, однако, на плазменных волнах в области  $n_{\perp l}(\omega) > 1$ .

Для отыскания соответствующих критериев усиления и неустойчивости и конкретных выражений для коэффициента усиления ( $-\mu_j$ ) и инкремента ( $-\gamma_j$ ) применим метод коэффициентов Эйнштейна, изложенный в § 14.

Согласно условию (10.21) плазменные волны в направлении  $\mathbf{k}$  излучаются частицами, проекция скорости которых на  $\mathbf{k}$  равна фазовой скорости волн:  $v_k = v_\phi = \omega/k$ . Если в состоянии до испускания плазмона с энергией  $\hbar\omega$  и импульсом  $|\hbar\mathbf{k} = \hbar \frac{\omega}{c} n_{\perp l} \mathbf{k}/k|$  проекция скорости частицы была  $v_k^{(m)}$ , то после излучения частица перейдет в состояние с  $v_k^{(n)} = v_k^{(m)} - \hbar k/m$ . При этом поперечная (по отношению к направлению  $\mathbf{k}$ ) компонента скорости  $\mathbf{v}_\perp$  не изменится. Если ввести функцию распределения частиц потока по скоростям  $F_S(\mathbf{v}) = F_S(\mathbf{v}_\perp, v_k)$ , то населенности состояний  $(m)$  и  $(n)$  будут  $N_m = F_S(\mathbf{v}_\perp, v_k^{(m)})$ ,  $N_n = F_S(\mathbf{v}_\perp, v_k^{(n)})$ . В случае, когда  $F_S$  мало меняется при изменении скорости  $v_k$  на величину  $\hbar k/m_e$ , разность населенностей  $N_m - N_n$

\*) В магнитоактивной плазме ситуация меняется: там показатель преломления электромагнитных волн может превышать единицу и черенковская неустойчивость становится возможной (для вистлеров, например).

можно представить в виде

$$N_m - N_n = \frac{\partial F_S}{\partial v_k} \frac{\hbar k}{m_i}. \quad (15.1)$$

Подставив (15.1) и (14.7) в выражение для  $\mu_j$  (14.16) и заменив суммирование по всем переходам интегрированием по скоростям, получим

$$\mu = -\frac{(2\pi)^3}{\omega k m_e} \int P_{\omega\Omega} \frac{\partial F_S}{\partial v_k} d^3v. \quad (15.2)$$

С учетом выражения для мощности черенковского излучения  $P_{\omega\Omega}$  (10.22) коэффициент поглощения примет такой вид:

$$\mu = -\frac{(2\pi)^2 e^2}{m_e \varepsilon(\omega)} \int \frac{\partial F_S}{\partial v_k} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) d^3v. \quad (15.3)$$

Однако интеграл по поперечным скоростям  $\int (\partial F_S / \partial v_k) d^2v_{\perp}$  равен  $dF(v_k) / dv_k$ , где  $F(v_k) = \int F_S(v_{\perp}, v_k) d^2v_{\perp}$  — функция распределения по проекциям скорости  $v_k$  на направление  $\mathbf{k}$ . В результате мы приходим к следующей формуле для коэффициента черенковского поглощения в потоке частиц, пронизывающих плазму:

$$\mu = -\frac{(2\pi)^2 e^2 v_{\Phi}^3}{3\omega m_e v_T^2} \left. \frac{dF(v_k)}{dv_k} \right|_{v_k=v_{\Phi}} \quad (15.4)$$

(см. [185]). Соответствующее выражение для декремента имеет вид

$$\gamma = \frac{1}{2} \mu v_{\Gamma P} = -2\pi^2 \frac{e^2 v_{\Phi}^2}{\omega m_e} \left. \frac{dF(v_k)}{dv_k} \right|_{v_k=v_{\Phi}}. \quad (15.5)$$

Здесь учтена связь между  $\gamma$  и  $\mu$ , указанная во введении к главе V, и то обстоятельство, что для плазменных волн  $v_{\Gamma P} = 3v_T^2 / v_{\Phi}$ .

Согласно (15.4), поток заряженных частиц в плазме будет поглощать продольные волны с фазовыми скоростями, для которых

$$v_{\Phi} \left. \frac{dF(v_k)}{dv_k} \right|_{v_k=v_{\Phi}} < 0, \quad (15.6)$$

и усиливать волны в том интервале фазовых скоростей, где

$$v_{\Phi} \left. \frac{dF(v_k)}{dv_k} \right|_{v_k=v_{\Phi}} > 0. \quad (15.7)$$

Вместе с тем рассматриваемая система останется устойчивой относительно возмущений типа плазменных волн в области (15.6), и станет неустойчивой в интервале фазовых скоростей (15.7).

Пусть теперь для определенности функция распределения  $F_S(v)$  имеет вид (11.11). Тогда

$$F(v_k) = N_S \left( \frac{m_e}{2\pi\kappa T_S} \right)^{1/2} \exp \left[ - \frac{m_e (v_k - v_S \cos \theta)^2}{2\kappa T_S} \right] \quad (15.8)$$

и при условии  $v_S \cos \theta \gg v_T$ , которое позволяет пренебречь черенковским затуханием в основной плазме, коэффициент поглощения  $\mu$  (15.4) сводится к виду [142]

$$\mu = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{LS}^2 v_\phi^3}{\omega v_T^2 v_{TS}^3} (v_\phi - v_S \cos \theta) \exp \left[ - \frac{(v_\phi - v_S \cos \theta)^2}{2v_{TS}^2} \right]. \quad (15.9)$$

Здесь

$$\omega_{LS}^2 = 4\pi e^2 N_S / m_e, \quad v_{TS}^2 = \kappa T_S / m_e;$$

через  $\theta$  обозначен угол между  $\mathbf{k}$  и направлением потока  $\mathbf{v}_S$ . Соответствующая черенковская излучательная способность для плазменных волн описывается формулой (11.12). Функция  $F(v_k)$  для потока и основной плазмы изображена на рис. 47. В интервале I (для  $v_\phi > v_S \cos \theta$ ) имеет место поглощение,

а в интервале II (где  $v_\phi < v_S \cos \theta$ ) — усиление плазменных волн. Последнее объясняется преобладанием процессов индуцированного излучения над истинным поглощением, что вполне естественно, так как благодаря положительному

знаку производной  $dF/dv_k$  в этой области реализуется инверсия населенностей: число электронов в состоянии до испускания кванта  $\hbar\omega$  больше числа электронов в состоянии, куда переходит частица после акта излучения.

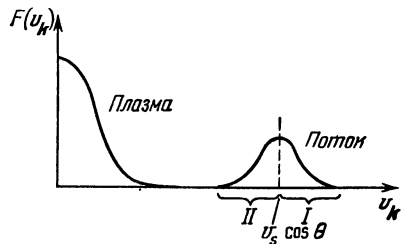


Рис. 47. Функции распределения по скоростям  $F(v_k)$  в системе «равновесная плазма + корпускулярный поток»; I — область поглощения, II — область усиления плазменных волн.

Посмотрим теперь, к каким результатам приводит исследование системы поток—плазма классическим методом — на основе дисперсионного уравнения для плазменных волн  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k}) = 0$  (4.44). Вид продольной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k})$  зависит от полноты описания движения частиц. Квазигидродинамический метод (см. § 4) приводит к следующему выражению для  $\epsilon_{||}$ :

$$\epsilon_{||} = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - k^2 v_T^2} - \frac{\omega_{LS}^2}{(\omega - kv_S)^2 - k^2 v_{TS}^2}. \quad (15.10)$$

Здесь первые два члена определяют  $\epsilon_{||}$  неподвижной плазмы, а последний член — вклад в  $\epsilon$ , вносимый потоком, движущимся со скоростью  $\mathbf{v}_S \parallel \mathbf{k}$ ; присутствие в (15.10) тепловых скоростей  $v_T$  и  $v_{TS}$  учитывает электронное давление в неподвижной плазме и в потоке соответственно. Электронным давлением частиц потока пренебрежем, считая, что  $(\omega - kv_S)^2 \gg k^2 v_{TS}^2$ ; в результате получаем дисперсионное уравнение

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2 - k^2 v_T^2} + \frac{\omega_{LS}^2}{(\omega - kv_S)^2} = 1, \quad (15.11)$$

в котором  $\omega_L$  и  $\omega_{LS}$  — собственные частоты плазмы и потока частиц. Чтобы исследовать неустойчивость рассматриваемой системы, найдем явное выражение для частоты  $\omega$  при действительных  $k$ , положив  $\omega = \Omega + \delta$ , где  $\Omega$  одновременно удовлетворяет черенковскому условию  $\Omega = kv_S$  и дисперсионному уравнению  $\Omega^2 = \omega_L^2 + k^2 v_T^2$  (5.9) в основной плазме. После подстановки  $\omega = \Omega + \delta$  в уравнение (15.11) последнее сводится к соотношению

$$2\Omega\delta^3 + \delta^4 = \omega_{LS}^2 [\Omega^2 + 2\delta\Omega + \delta^2 - k^2 v_T^2].$$

Считая поправку к частоте  $\delta$  малой величиной вместе с  $\omega_{LS}^2 = 4\pi e^2 N_S / m_e$ , отсюда найдем, пренебрегая высшими степенями по  $\delta$ , что  $\delta^3 \approx \omega_{LS}^2 \omega_L^2 / 2\Omega$ . Если скорость потока  $v_S \gg v_T$ , то  $k^2 v_T^2 \ll k^2 v_S^2 = \Omega^2$  и, следовательно,  $\Omega$  близка к  $\omega_L$ . Тогда частота плазменной волны

$$\omega = kv_S + \sqrt[3]{1} (\omega_{LS}^2 \omega_L / 2)^{1/3}. \quad (15.12)$$

В этом выражении  $\sqrt[3]{1} = 1$  и  $\frac{1}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$ , так что из трех решений для плазменных волн с частотой  $\omega \approx kv_S$  одно отвечает нарастающей во времени волне с инкрементом \*)

$$-\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\omega_{LS}^2 \omega_L}{2} \right)^{1/3} = \frac{\sqrt{3}}{2^{2/3}} \omega_L \left( \frac{N_S}{N} \right)^{1/3}. \quad (15.13)$$

Неустойчивость системы, описываемой дисперсионным уравнением (15.11), не ограничивается волнами с инкрементом (15.13). Оно имеет также неустойчивые решения на частотах  $\Omega = kv_S$ , которые не подчиняются уравнению  $\Omega^2 = \omega_L^2 + v_T^2 k^2$ . Такие решения возможны, если при малых  $\omega_{LS}$  поправка  $\delta$  стремится к нулю, оставляя конечным член  $\omega_{LS}^2 / (\omega - kv_S)^2 = \omega_{LS}^2 / \delta^2$  в уравнении (15.11). Тогда из последнего уравнения нетрудно найти, что  $\delta^2 = \omega_{LS}^2 k^2 v_S^2 (k^2 v_S^2 - \omega_L^2)^{-1}$ . (Здесь по-прежнему предполагается, что скорость потока  $v_S \gg v_T$ ). Из двух решений для  $\delta$  одно будет неустойчивым, с инкрементом, равным

$$-\gamma = \frac{\omega_{LS} kv_S}{(\omega_L^2 - k^2 v_S^2)^{1/2}} = \frac{\omega_L \Omega}{(\omega_L^2 - \Omega^2)^{1/2}} \left( \frac{N_S}{N} \right)^{1/3}, \quad (15.14)$$

если частота плазменной волны  $\Omega = kv_S < \omega_L$ .

Таким образом, продольные волны с фазовой скоростью  $v_\phi = \Omega/k$ , равной скорости потока  $v_S$ , нарастают в системе поток—плазма, причем их инкременты пропорциональны  $(N_S/N)^{1/3}$  и  $(N_S/N)^{1/2}$ . Граница по частоте  $\Omega = kv_S$ , разделяющая области, в которых существуют инкременты (15.13) и (15.14), определяется из условия равенства последних:

$$1 - \frac{\Omega}{\omega_L} \approx \left( \frac{N_S}{N} \right)^{1/3}. \quad (15.15)$$

На частотах, близких к  $\omega_L$ , разность  $1 - \Omega/\omega_L \ll (N_S/N)^{1/3}$  и справедливо выражение (15.13); вдали от  $\omega_L$ , где  $1 - \Omega/\omega_L \gg (N_S/N)^{1/3}$ , инкремент описывается формулой (15.14). Поскольку рассмотренные неустойчивости получаются на основе квазигидродинамических уравнений дви-

\*) Существование пучковой неустойчивости с инкрементом в форме (15.13) было установлено А. И. Ахизером и Я. Б. Файнбергом [204], Бомом и Гроссом [183].

жения частиц, они называются гидродинамическими, в отличие от кинетической неустойчивости, к рассмотрению которой мы сейчас перейдем.

Продольная диэлектрическая проницаемость системы поток—плазма, найденная методом кинетического уравнения, имеет следующий вид:

$$\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{\omega_L^2}{k^2 v_T^2} [1 + i \sqrt{\pi} Z w(Z)] + \frac{\omega_{LS}^2}{k^2 v_{TS}^2} [1 + i \sqrt{\pi} Z_S w(Z_S)]. \quad (15.16)$$

Здесь  $w(Z)$  и  $w(Z_S)$  — функции Крампа (4.88) с аргументами  $Z = \omega / \sqrt{2} k v_T$  и  $Z_S = (\omega - k v_S) / \sqrt{2} k v_{TS}$ . Первые два члена в (15.16) характеризуют  $\epsilon_{\parallel}$  равновесной плазмы, а последний член определяет вклад в продольную проницаемость от потока заряженных частиц с функцией распределения по скоростям (11.11) и средней скоростью потока  $v_S \parallel \mathbf{k}$  (см. в этой связи (4.85) и замечания на стр. 75). Считая далее поток достаточно разреженным ( $\omega_{LS}$  малой), возьмем в качестве нулевого приближения к решению  $\omega = \Omega - i\gamma$  дисперсионного уравнения  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = 0$  решение уравнения  $\epsilon_{\parallel}^{(0)'}(\Omega, \mathbf{k}) = 0$ , где  $\epsilon_{\parallel}^{(0)'}$  — диэлектрическая проницаемость равновесной плазмы (5.10). При условии  $|Z| \gg 1$  она равна (5.12); экспоненциальным членом в (5.12), дающим затухание Ландау в равновесной плазме, мы пренебрегаем. Обозначая далее через  $\epsilon_{\parallel}^{(1)'}$  добавку, вносимую в  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  (15.16) потоком, и действуя затем методом возмущений, получаем следующее выражение для декремента плазменных волн:

$$\gamma = \frac{\text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)' }(\Omega, \mathbf{k})}{(\partial \epsilon_{\parallel}^{(0)' } / \partial \omega)_{\omega = \Omega}}. \quad (15.17)$$

Как следует из (15.16), мнимая часть  $\epsilon_{\parallel}^{(1)'}$  при действительных  $\Omega$  и  $\mathbf{k}$  (т. е. при действительном аргументе  $Z_S$ ) определяется  $\text{Re } w(Z_S)$ . Однако  $\text{Re } w(Z_S) = e^{-Z_S^2}$  при  $\text{Im } Z_S = 0$  и, следовательно,

$$\text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)' }(\Omega, \mathbf{k}) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{LS}^2 (\Omega - k v_S)}{k^3 v_{TS}^3} e^{-(\Omega - k v_S)^2 / 2 k^2 v_{TS}^2}.$$

Вместе с тем  $(\partial \varepsilon_{||}^0 / \partial \omega)_{\omega = \Omega} \approx 2\omega_L^2 / \Omega^3$ . В результате из (15.17) получаем

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{\omega_L^2 \Omega^3 (\Omega - kv_S)}{\omega_L^2 k^3 v_T^2}} e^{-(\Omega - kv_S)^2 / 2k^2 v_T^2} S. \quad (15.18)$$

В случае  $\Omega < kv_S$  декремент  $\gamma$  становится отрицательным; при этом он описывает кинетическую неустойчивость плазменных волн в системе поток—плазма. При пересчете на коэффициент поглощения  $\mu = 2\gamma/v_{гр}$  полученное кинетическое выражение (15.18) совпадает с величиной (15.9), найденной методом коэффициентов Эйнштейна (при сопоставлении в (15.9) надо положить  $\theta = 0$  и учесть, что  $\Omega/k = v_{\phi}$ ,  $\omega \approx \Omega \approx \omega_L$ ). Это обстоятельство лишний раз свидетельствует о том, что классический кинетический и элементарный квантовый подходы к проблеме неустойчивости и усиления в плазме представляют собой две различные трактовки одного и того же явления, приводящие (в общей области применимости) к одинаковым результатам [185, 205].

Заметим далее, что дисперсионное уравнение (15.16) при  $|Z| \gg 1$ ,  $|Z_S| \gg 1$  переходит в квазигидродинамическое уравнение (15.11) (с небольшим уточнением: вместо  $k^2 v_T^2$  в нем фигурирует  $3k^2 v_T^2$ ). Как было выяснено выше, оно описывает неустойчивости гидродинамического характера на плазменных волнах с  $\Omega = kv_S$ . Поэтому критерии реализации этих неустойчивостей сводятся к условиям  $v_S \gg v_T$ ,  $|\delta| \gg \sqrt{2} kv_T S$ . Последнее неравенство для инкремента в форме (15.13) принимает вид

$$\left(\frac{N_S}{N}\right)^{1/2} > \frac{v_{TS}}{v_{\phi}}. \quad (15.19)$$

При условии, обратном (15.19), в системе поток—плазма существует только кинетическая неустойчивость с инкрементом  $(-\gamma) \sim N_S/N$  (15.18). Если же отношение  $N_S/N$  не слишком мало и выполнено неравенство (15.19), то появляется сильная гидродинамическая неустойчивость с  $(-\gamma) \sim \sim (N_S/N)^{1/2}$  на частотах  $\omega \approx \omega_L$ . По мере дальнейшего роста  $N_S/N$  все больший интервал частот в области  $\omega < \omega_L$  захватывает гидродинамическая неустойчивость с инкрементом  $(-\gamma) \sim (N_S/N)^{1/2}$ .



**Бунемановская неустойчивость.** Частным случаем пучковой неустойчивости служит нестабильность плазмы, в которой электроны дрейфуют относительно ионов, создавая электрический ток. В системе отсчета, связанной с электронами, дисперсионное уравнение для продольных волн в квазигидродинамическом приближении аналогично (15.11) — с заменой  $\omega_{L_S}^2 = 4\pi e^2 N_S / m_e$  на  $\omega_{L_i}^2 = 4\pi e^2 N_i / m_i$ , где  $N_i$  — концентрация ионов, равная концентрации электронов  $N$ :

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2 - k^2 v_T^2} + \frac{\omega_{L_i}^2}{(\omega - kv_S)^2} = 1 \quad (15.20)$$

( $v_S$  — скорость движения ионов). Сопоставив (15.20) с (15.11), убеждаемся, что плотный ( $N_i = N$ ) ионный поток эквивалентен разреженному электронному потоку с концентрацией  $N_S = N_i m_e / m_i = N m_e / m_i$ . Последнее означает, что выражения для гидродинамических инкрементов могут быть получены из (15.13), (15.14), если учесть, что теперь  $N_S = N_e m / m_i$ :

$$-\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2^{3/2}} \omega_L \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2}, \quad -\gamma = \frac{\omega_L \Omega}{(\omega_L^2 - \Omega^2)^{1/2}} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (15.21)$$

Фазовая скорость нарастающих плазменных волн  $v_\phi = \Omega/k \simeq v_S$ ; частота  $\Omega$  близка к  $\omega_L$  для первого, и меньше  $\omega_L$  — для второго инкремента (15.21). Это относится к системе отсчета, связанной с электронами. Наоборот, в системе отсчета, где ионы покоятся, фазовая скорость и частота возбужденных волн близки к нулю.

Неустойчивость, характеризуемая указанными инкрементами, называется бунемановской [206]. Условие, при которых она реализуется, может быть найдено из (15.19) подстановкой  $N_S = N m_e / m_i$ :

$$\frac{v_{T_i}}{v_\phi} \ll \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (15.22)$$

Если температуры электронов и ионов одинаковы,  $v_{T_i} = v_T (m_e / m_i)^{1/2}$  ( $v_T$  — тепловая скорость электронов); тогда условие (15.22) выполнено для ионных потоков, чья скорость  $v_S = v_\phi \gtrsim v_T$ . Однако при скоростях ионов, сравнимых с  $v_T$ , становится существенным затухание Ландау в электронной компоненте. Поэтому неустойчивость воз-

никает лишь при достаточно больших отношениях  $v_S/v_T$ ; в плазме из протонов и электронов — при условии

$$\frac{v_S}{v_T} > 1,27. \quad (15.23)$$

Для таких потоков декремент, характеризующий затухание Ландау, становится меньше бунемановского инкремента, определяемого первым соотношением (15.21). Кинетическая неустойчивость в рассматриваемой системе несущественна, так как она всегда маскируется более сильной гидродинамической неустойчивостью.

Если температуры электронов и ионов не совпадают ( $T_e > T_i$ ), плазма с током становится неустойчивой и при скоростях  $v_S < v_T$  (относительно ионнозвуковых и ионных ленгмюровских волн; см. [207], гл. 3).

Примером системы, где реализуется бунемановская неустойчивость, служит бесстолкновительная ударная волна [208]. В разреженной плазме ( $NkT \ll B_0^2/8\pi$ ) профиль ударной волны, распространяющейся поперек поля  $B_0$ , имеет вид, представленный на рис. 48. Магнитное поле осциллирует с пространственным периодом  $\Delta \approx (c/\omega_L \sqrt{M-1}) \ln(U\omega_L \sqrt{M-1}/v_{эфф}c)$  в начале

и с периодом  $\Delta \approx c/\omega_L \sqrt{M-1}$  в конце фронта; при этом общая толщина фронта  $l_{уд} \sim U/v_{эфф}$ . Если значение магнитного поля перед фронтом равно  $B_0$ , то за фронтом оно возрастает до величины  $B^* = \frac{1}{2} B_0 (\sqrt{8M^2+1} - 1)$ . В приведенных выражениях  $M$  — «магнитное» число Маха, равное отношению скорости ударной волны  $U$  к альвеновской скорости  $v_A = B_0/\sqrt{4\pi m_i N_i}$ ; в рассмотренных ударных волнах всегда  $M > 1$ . Указанный на рис. 48 профиль, очевидно, реализуется при условии  $l_{уд} \gg \Delta$ , т. е.  $v_{эфф} \ll \omega_L U/c$ . В этом случае ударная волна называется бесстолкновительной.

Изменение магнитного поля во фронте ударной волны происходит вследствие относительного дрейфа электронов

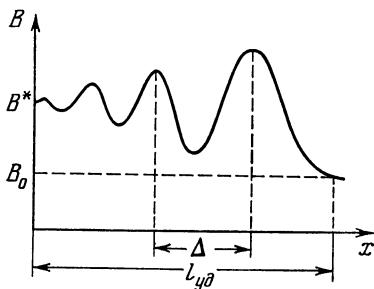


Рис. 48 Профиль ударной волны в плазме.

и ионов, создающего ток  $j$  в плоскости фронта. Скорость дрейфа  $v_S$  превышает  $v_T$ , если число Маха ([208], см. также [209])

$$M > 1 + \frac{3}{4} \left( \frac{8\pi N \kappa T}{B_0^2} \right)^{1/2}. \quad (15.24)$$

В соответствии с критерием (15.23), при этом во фронте ударной волны возникает бунемановская неустойчивость с инкрементами (15.21). Оговоримся, что при анализе бунемановской неустойчивости было пренебрежено постоянным магнитным полем  $B_0$ ; поэтому приведенные выше результаты справедливы, если в плазме  $\omega_L \gg \omega_B$  и частоты возбуждаемых продольных волн  $\omega \gg \omega_B$  (в системе отсчета, связанной с электронами).

**Конусная неустойчивость.** Черенковская неустойчивость может также возникнуть в системе частиц с распределением по скоростям  $F_S(\boldsymbol{v})$ , характерным для магнитных ловушек. В таком распределении отсутствуют частицы с питч-углами  $\vartheta$  в пределах конуса потерь  $\vartheta < \vartheta_{кр}$ ; формирование последнего вызвано свободным выходом этих частиц из ловушки. Черенковская неустойчивость в неравновесной плазме с указанным распределением электронов по скоростям была обнаружена Розенблютом и Постом [210]. Аналогичная неустойчивость появляется в системах с дефицитом частиц, обладающих малыми поперечными скоростями  $v_{\perp}$  по отношению к полю  $B_0$ . Мы познакомимся с конусной неустойчивостью на примере однородной системы, состоящей из плотной равновесной плазмы с концентрацией  $N$  и разреженной примеси энергичных частиц (концентрация  $N_S \ll N$ ), помещенной в постоянное магнитное поле  $B_0$  [211, 212]. Наш выбор оправдан тем, что в космической плазме (конкретно — в плазме солнечной короны) «холодные» частицы быстро максвеллизуются из-за взаимных столкновений, тогда как неравновесный характер распределения энергичных частиц с  $v \gg v_T$  может сохраняться более длительное время. Однако в космических условиях вполне возможно, конечно, и существование неравновесных систем частиц, лишенных равновесной компоненты.

При исследовании устойчивости плазмы в магнитном поле относительно возмущений, содержащих плазменные волны, мы будем исходить из дисперсионного уравнения  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \boldsymbol{k}) = 0$ , в котором продольная диэлектрическая

проницаемость  $\epsilon_{||}$  описывается формулой (4.93). Конкретное выражение для  $\epsilon_{||}$  в неравновесной системе частиц, движущихся в поле  $\mathbf{B}_0$  по винтовым траекториям, имеет вид (4.94); в нем учтено, что невозмущенное стационарное распределение частиц в магнитном поле  $f_0(\mathbf{p})$  зависит только от продольного импульса  $p_{||}$  и квадрата поперечного импульса  $p_{\perp}$ :  $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p_{||}, p_{\perp}^2)$ . В случае  $N_S \ll N$  выражение для коэффициента поглощения плазменных волн, вносимого примесью энергичных частиц, совпадает с (15.17), где  $\epsilon_{||}^{(0)}$  — продольная диэлектрическая проницаемость равновесной плазмы, а  $\epsilon_{||}^{(1)}$  — вклад в проницаемость от примесных электронов. Ограничиваясь рассмотрением задачи в нерелятивистском приближении, будем считать, что продольная ( $k_{||}$ ) и поперечная ( $k_{\perp}$ ) компоненты волнового вектора удовлетворяют неравенствам

$$k_{||}\Delta v_{||} \gg \omega_B, \quad k_{\perp}v_{\perp} \gg \omega_B, \quad (15.25)$$

в которых  $v_{\perp}$  — характерная поперечная скорость, а  $\Delta v_{||}$  — разброс по продольным скоростям энергичных частиц. При этом условия в  $\epsilon_{||}^{(1)}(\omega, \mathbf{k})$  на данной частоте  $\omega$  вносят свой вклад гармоники с различными номерами  $l$  (см. (4.94)); поэтому величину  $\epsilon_{||}^{(1)}(\omega, \mathbf{k})$  можно получить путем сложного суммирования по гармоникам (см. в этой связи [64]). Однако к выражению для  $\epsilon_{||}^{(1)}(\omega, \mathbf{k})$  можно прийти более простым способом, если учесть, что в случае (15.25) длина плазменной волны много меньше радиуса кривизны невозмущенной траектории частиц. Поэтому в хорошем приближении можно считать, что в выражении для тензора  $\epsilon_{ik}(\omega, \mathbf{k})$  (4.81) невозмущенные траектории близки к прямым:  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 = \text{const}$ . В этом случае затухание или нарастание волн, взаимодействующих с электронами примеси, связано с излучением частиц, движущихся по прямым траекториям, т. е. с эффектом Вавилова — Черенкова. Подставив затем (4.81) в (4.93) и проводя интегрирование по углу в плоскости поперечных скоростей, получаем ([210] и [207], гл. 7):

$$\epsilon_{||}^{(1)} = -\frac{4\pi e^2}{m_e k^2} \int \left\{ \frac{\partial F_S}{\partial v_{\perp}^2} - \frac{(\omega - k_{||}v_{||}) \partial F_S / \partial v_{\perp}^2 + k_{||} \partial F / \partial v_{||}}{[(\omega - k_{||}v_{||})^2 - (k_{\perp}v_{\perp})^2]^{1/2}} \right\} v_{\perp} dv_{\perp} dv_{||}. \quad (15.26)$$

Далее предположим для простоты, что наряду с условием (15.25) у нас выполнено неравенство  $k_{||}v_T \gg \omega_B$

(см. (4.98)). Тогда, в соответствии со сказанным в § 4, величина  $\epsilon_{\parallel}^0$  совпадает с продольной диэлектрической проницаемостью изотропной плазмы (4.85). Для плазменных волн с  $v_{\phi} \gg v_T$  проницаемость  $\epsilon_{\parallel}^0 \approx 1 - \omega_L^2/\omega^2$ . Заметим, что условие  $v_{\phi} \gg v_T$ , обеспечивающее возможность пренебречь затуханием Ландау в равновесной компоненте, удовлетворяется вместе с критерием  $k_{\perp} v_T \gg \omega_B$  только в том случае, когда  $\omega_L^2 \gg \omega_B^2$ .

Допустим теперь, что распределение энергичных частиц по скоростям описывается функцией

$$F_S = \frac{N_S}{4\sqrt{2}\pi^{3/2}} \left(\frac{m_e}{\kappa T_S}\right)^{5/2} v_{\perp}^2 \exp\left[-\frac{m_e(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)}{2\kappa T_S}\right]. \quad (15.27)$$

Подставив (15.27) в (15.26), а затем (15.26) вместе с (4.69) — в (15.17), найдем, что инкремент конусной черенковской неустойчивости в этом случае имеет следующий вид [212]:

$$-\gamma = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_L}{Nk^3 v_{TS}^3} \frac{1 - \omega^2 k^{-2} v_{TS}^{-2} - 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} e^{-\omega^2/2k^2 v_{TS}^2}, \quad (15.28)$$

где  $v_{TS} = \sqrt{\kappa T_S/m_e}$ . Рассматриваемая система неустойчива ( $\gamma < 0$ ) для плазменных волн с фазовыми скоростями

$$v_{\phi}^2 < \left(\frac{\omega}{k}\right)_{\text{кр}}^2 = v_{TS}^2 (1 - 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha) \quad (15.29)$$

( $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{B}_0$ ). Согласно (15.29) система становится устойчивой относительно возмущений, распространяющихся под углами  $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ , где  $\operatorname{tg} \alpha_{\text{кр}} = \sqrt{2}$ .

Заметим, что методом коэффициентов Эйнштейна выражение для инкремента (15.28) получается тривиально: достаточно лишь подставить в (15.5) распределение (15.27), проинтегрированное по скоростям в плоскости, ортогональной вектору  $\mathbf{k}$ . Критерий неустойчивости  $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$  тогда определит фазовые скорости  $v_{\phi} = v_k$ , приходящиеся на интервал с положительной производной  $dF(v_k)/dv_k$  (15.7).

**Квазилинейная теория пучковой неустойчивости.** Выше была рассмотрена линейная теория черенковской неустойчивости. Теперь перейдем к изложению квазилинейной теории черенковской пучковой неустойчивости (о квазилинейном режиме конусной неустойчивости см. [213]).

Согласно § 14 одним из уравнений квазилинейной теории служит уравнение переноса для плотности энергии (14.20).

В однородной системе с  $W_k$ , не зависящей от координат, оно принимает вид

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} = -2\gamma_j W_k. \quad (15.30)$$

Декремент  $\gamma_j$  определяется выражением (15.5) с функцией распределения  $F(v_k, t)$ . Временное поведение функции  $F(v_k, t)$  описывается вторым уравнением квазилинейной теории (14.26). В самом деле, при условии, что  $N_m = N_m(t)$  и без учета спонтанного излучения (которым для простоты пренебрежено и в (15.30) \*)), второе уравнение запишется так:

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} = \int [A_q^m (N_q - N_m) - A_m^n (N_m - N_n)] \frac{(2\pi)^3 W_k}{\hbar\omega} d\omega d\Omega. \quad (15.31)$$

Однако  $N_m = F_S(v_\perp, v_k)$ , а разности населенностей связаны с  $F_S$  соотношениями типа (15.1). Приняв во внимание также связь (14.7), найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_S}{\partial t} = \int \left\{ P_{\omega\Omega}(v^{(q)}) \frac{\partial F_S}{\partial v} \Big|_{v=v^{(q)}} - P_{\omega\Omega}(v^{(m)}) \frac{\partial F_S}{\partial v} \Big|_{v=v^{(m)}} \right\} \times \\ \times \frac{(2\pi)^3 k W_k}{m_e \omega^2 \hbar} d\omega d\Omega. \end{aligned} \quad (15.32)$$

Здесь отмечено, что спектральная мощность черенковского излучения  $P_{\omega\Omega}$  (10.22) зависит от скорости частицы  $v$ . Учитывая малость разности  $v^{(q)} - v^{(m)} = \hbar k/m_e$  по сравнению с  $v^{(m)}$  и с характерным интервалом, на котором заметно меняется функция  $F_S$ , разложим выражение в квадратных скобках в ряд по степеням  $\hbar k/m_e$ . Ограничиваясь первыми двумя членами разложения и принимая во внимание явное выражение для  $P_{\omega\Omega}$  (10.22), получаем

$$\frac{\partial F_S}{\partial t} = \int k \frac{\partial}{\partial v} \left[ \frac{(2\pi)^2 e^2}{m_e^2 v_{\text{Гр}}} \delta(\omega - kv) W_k k \frac{\partial F_S}{\partial v} \right] d\omega d\Omega. \quad (15.33)$$

Это уравнение записывается в общепринятой форме

$$\frac{\partial F_S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_\alpha} D_{\alpha\beta} \frac{\partial F_S}{\partial v_\beta}, \quad (15.34)$$

\*) Для этого необходимо, чтобы уровень плазменных волн  $W_k$  был достаточно высок:  $N_k \gg 1$  (см. формулу (14.28) и замечания, сделанные после нее).

если перейти к интегрированию в пространстве волновых векторов и ввести обозначение

$$D_{\alpha\beta} = (2\pi)^2 \frac{e^2}{m_e^2} \int W_k \delta(\omega - k\mathbf{v}) \frac{k_{\alpha}k_{\beta}}{k^2} d^3k \quad (15.35)$$

( $d^3k$  — элемент объема в этом пространстве, равный  $k^2 v_{\text{гп}}^{-1} d\omega d\Omega$ ).

Уравнение (15.34) с  $D_{\alpha\beta}$  в форме (15.35) и уравнения (15.30), (15.5) с  $F(v_k) = \int F_S(\mathbf{v}) d^2v_{\perp}$  представляют собой замкнутую систему уравнений квазилинейной теории, развитой в работах Ю. А. Романова и Г. Ф. Филиппова [201], А. А. Веденова, Е. П. Велихова и Р. З. Сагдеева [202], Драммонда и Пайнса [203]. Соотношение (15.34) имеет вид уравнения диффузии частиц в пространстве скоростей, причем коэффициент диффузии  $D_{\alpha\beta}$  зависит от плотности энергии плазменных колебаний  $W_k$ .

Система (15.30), (15.34) достаточно сложна; однако она упрощается при условии, что спектр плазменных волн — одномерный (т. е. все волновые векторы направлены в одну сторону). Тогда из (15.34), (15.35) получаем, что

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_k} \left( D \frac{\partial F}{\partial v_k} \right); \quad D = \frac{(2\pi)^2 e^2}{m_e^2 v_k} W(k). \quad (15.36)$$

Вместе с уравнением

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -2\gamma W, \quad (15.37)$$

где  $\gamma = -2\pi^2 \frac{e^2 v_k^2}{m_e \omega_L} \frac{\partial F}{\partial v_k}$ , следующим из (15.30) и (15.5), соотношение (15.36) описывает квазилинейный режим в системе с функцией распределения по проекциям скоростей  $F(v_k)$  и одномерным спектром плазменных волн с плотностью энергии  $W(k)$  в единичном интервале волновых чисел  $k = \omega/v_{\phi} \approx \omega_L/v_k$ .

Основываясь на системе уравнений (15.36), (15.37), рассмотрим процесс развития черенковской неустойчивости (квазилинейной релаксации) в системе поток — плазма. Если в начальный момент  $t = 0$  существует одномерный пакет плазменных волн с набором фазовых скоростей  $\omega/k = v_k$  в интервале, где производная  $dF/dv_k$  положительна, то

это возмущение будет нарастать в соответствии с уравнением (15.37). Увеличение  $W(k)$  ведет согласно (15.36) к росту коэффициента диффузии  $D$  и «сглаживанию» функции распределения  $F(v_k)$  в области неустойчивости. Последнее в свою очередь вызывает постепенное уменьшение величины инкремента. Конечной стадией процесса релаксации будет образование на функции распределения  $F(v_k)$  «плато» — области с  $dF/dv_k = 0$  и стационарным спектром  $W(\omega_L/v_k)$  (рис. 49).

Образование плато на функции распределения  $F(v_k)$  имеет ясный физический смысл: в случае инверсии населенностей (роста  $F(v_k)$  вместе с  $v_k$ ) число индуцированных

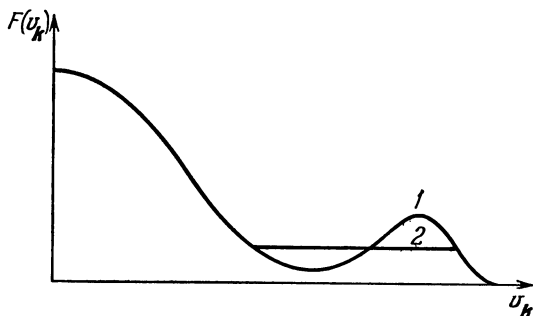


Рис. 49. Квазилинейная релаксация системы поток — плазма: 1 — начальное состояние, 2 — плато

переходов (с потерей скорости  $v_k$ ) превышает число переходов с поглощением плазмонов (ведущих к увеличению  $v_k$ ). Это приводит, очевидно, к диффузии частиц по оси  $v_k$  в сторону меньших скоростей и постепенному выравниванию функции распределения  $F(v_k)$ . Если же спектр плазменных волн занимает интервал по фазовым скоростям  $v_\phi = v_k$  в той области, где  $F(v_k)$  падает с ростом  $v_k$ , то направление диффузии, очевидно, меняется на противоположное: частицы переходят в среднем в область больших скоростей, что снова приводит к сглаживанию функции распределения  $F(v_k)$ .

Поскольку полная энергия системы плазмы + электроны при квазилинейной релаксации сохраняется, величину энергии плазменных волн на плато можно связать с изменением функции распределения  $F(v_k, t)$ . Из квазилинейных



уравнений следует, что

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ F - \frac{\partial}{\partial v_k} \left( \frac{\omega_L}{m_e v_k^3} W \right) \right] = 0. \quad (15.38)$$

В этом легко убедиться, подставив  $W \partial F / \partial v_k$  из (15.37) в (15.36). Если в начальном состоянии спектр плазменных колебаний  $W_0(k)$  занимает интервал от  $v_1$  до  $v_2$ , а функция распределения частиц по скоростям есть  $F_0(v_k)$ , то в состоянии с плато

$$F_\infty - \frac{\partial}{\partial v_k} \left( \frac{\omega_L}{m_e v_k^3} W_\infty \right) = F_0 - \frac{\partial}{\partial v_k} \left( \frac{\omega_L}{m_e v_k^3} W_0 \right),$$

где  $F_\infty$  и  $W_\infty$  — распределение частиц и спектр плазменных колебаний после завершения процесса релаксации. Отсюда ясно, что

$$W_\infty(k) = W_0(k) - m_e \frac{\omega_L}{k^3} \int_{v_1}^{\omega_L/k} (F_0 - F_\infty) dv_k. \quad (15.39)$$

«Высота» плато  $F_\infty$  известна; она определяется условием сохранения числа частиц в области  $v_1 < v_k < v_2$ :

$$\int_{v_1}^{v_2} (F_0 - F_\infty) dv_k = 0; \quad F_\infty = (v_2 - v_1)^{-1} \int_{v_1}^{v_2} F_0 dv_k. \quad (15.40)$$

Последнее условие — следствие равенства нулю коэффициента диффузии  $D$  (вместе с плотностью энергии  $W(k)$ ) вне указанного интервала ( $v_1, v_2$ ); поэтому частицы только перераспределяются внутри этого интервала, но не выходят за его пределы. В результате формула (15.39) связывает плотность энергии плазменных волн на плато с начальным распределением  $F_0(v_k)$  и спектром  $W_0(k)$ . В случае достаточно эффективного возбуждения плазменных волн, когда  $W_\infty \gg W_0$ , величина  $W_\infty$  не зависит от уровня излучения в начале квазилинейной релаксации.

Рассмотрим более подробно процесс квазилинейной релаксации в плазме быстрого ( $v_S > v_T$ ) электронного потока с малой начальной дисперсией \*) по скоростям  $\Delta v_S \ll v_S$

\*) Дисперсия  $\Delta v_S$ , однако, должна быть достаточной для выполнения неравенства, обратного (15.19) (чтобы в системе реализовалась только кинетическая неустойчивость).

(рис. 50). Из рисунка ясно, что поток частиц с концентрацией  $N_S$  релаксирует к состоянию с плато высотой  $F_\infty$  и протяженностью по скорости  $v_k$ , примерно равной  $v_S$ . Согласно условию сохранения числа частиц (15.40)  $F_\infty \approx N_S/v_S$  при  $v_k < v_S$  и  $F_\infty = 0$  при  $v_k > v_S$ . Энергия пучка в состоянии с плато составляет  $1/3$  от его начальной энергии: это означает, что в течение всего процесса релаксации  $2/3$  энергии переходит в плазменные колебания. Их спектр нетрудно найти с помощью формулы (15.39). Пренебрегая в ней начальной энергией плазменных волн  $W_0(k)$  (которая обычно

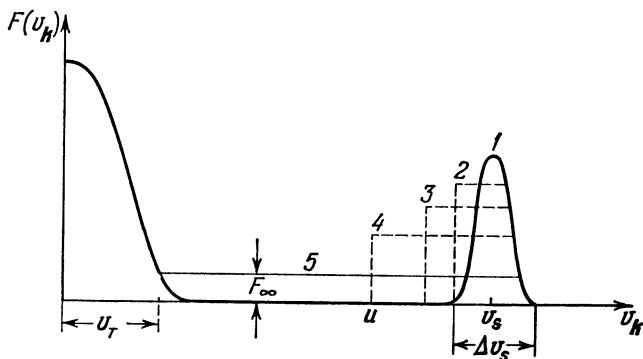


Рис 50. Релаксация узкого электронного потока: 1 — начальное распределение; 2, 3, 4 — промежуточные стадии; 5 — конечный этап

соответствует тепловому флуктуационному уровню) и учитывая форму распределения  $F_\infty$ , получим

$$W_\infty(k) = \begin{cases} m_e N_S \omega_L^2 / 2v_S k^4 & k < \omega_L/v_S; \\ 0 & k > \omega_L/v_S. \end{cases} \quad (15.41)$$

Спектральная плотность энергии плазменных волн  $W_\infty(k)$  растет как четвертая степень  $v_\phi = \omega_L/k$ , достигая максимального значения при  $v_\phi = v_S$ .

Характер эволюции функции распределения потока  $F(v_k, t)$  в обсуждаемой задаче можно установить [214] (см также [215]), принимая во внимание малость отношения  $W_0/W_\infty$ . Предположим сначала, что  $W_0 = 0$  в области  $v_\phi < u$  и  $W_0 \neq 0$  в интервале  $v_\phi > u$ , где  $u$  — некоторая скорость, меньшая  $v_S$  настолько, что  $F(u)$  можно считать равной нулю. Тогда, как следует из уравнения (15.37),

плазменные волны с  $v_\phi < u$  вообще не появятся. Поскольку коэффициент диффузии  $D \propto W(k)$  тогда равен нулю (см. (15.36)), процесс релаксации не может изменить распределение частиц  $F(v_k) = 0$  в интервале  $v_k < u$ . Это означает, что релаксация закончится установлением плато на интервале  $u < v_k < v_S$  высотой  $F = N_S (v_S - u)^{-1}$ ; вне этого интервала  $F = 0$  (см. рис. 50). Фактически плотность энергии плазменных волн с  $v_\phi < u$  отлична от нуля; благодаря малости этой величины граница плато будет медленно смещаться влево, в сторону меньших скоростей, а диффузия частиц с  $v_k > u$  под действием возбужденных плазменных волн будет постоянно сохранять состояние плато (см. последовательные этапы 2, 3, 4 квазилинейной релаксации на рис. 50).

Зависимость скорости движения левой границы плато  $u(t)$  можно найти, интегрируя уравнение (15.37)

$$\frac{\partial \ln W}{\partial t} = \frac{\pi \omega_L}{N} v_k^2 \frac{\partial F}{\partial v_k}$$

по  $v_k$  в малом интервале от  $v_1$  до  $v_2$ , включающем в себя скорость  $u$ . Замечая, что

$$\left. \begin{aligned} \int_{v_1}^{v_2} \frac{\partial \ln W}{\partial t} dv_k &\approx -\frac{du}{dt} (\ln W_2 - \ln W_1), \\ \int_{v_1}^{v_2} v_k \frac{\partial F}{\partial v_k} dv_k &= v_2^2 F(v_2) \approx u^2 N_S (v_S - u)^{-1}, \end{aligned} \right\} (15.42)$$

где  $W_2$  и  $W_1$  характеризуют соответственно уровни возбужденных плазменных волн на плато и флуктуационных плазменных волн в начальной стадии релаксации, получим уравнение для скорости  $u$ :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\pi \omega_L N_S}{\Lambda N} \frac{u^2}{v_S - u}. \quad (15.43)$$

Здесь через  $\Lambda$  обозначен  $\ln(W_2/W_1)$ . Поскольку  $W_2/W_1 \gg 1$ , значение  $\Lambda$  слабо зависит от конкретной величины этого отношения; поэтому приближенно можно положить  $\Lambda \approx \ln(W_\infty/W_0)$  или  $\Lambda \approx \ln(N_S m_e v_S / 3W_T)$ . В последнем случае под знаком логарифма стоит отношение энергии плазменных волн после завершения квазилинейной релаксации

$N_S m_e v_S^2 / 3$  к энергии тепловых флуктуаций в равновесной плазме  $W_T \sim N \kappa T / N_D$  ( $N_D$  — число частиц в сфере дебаевского радиуса). Решение уравнения (15.43) при  $\Lambda = \text{const}$  имеет вид

$$\frac{v_S}{u} + \ln \frac{u}{v_S} = 1 + \frac{\pi \omega_L}{\Lambda} \frac{N_S}{N} t. \quad (15.44)$$

При малых  $\Delta v = v_S - u \ll v_S$  это решение сводится к  $(\Delta v / v_S)^2 = 2\pi \omega_L N_S t / N \Lambda$ . Отсюда следует, что релаксация узкого электронного потока к плато шириной  $\Delta v$  происходит за период

$$t = \frac{1}{2\gamma} \Lambda, \quad \gamma = \pi \omega_L \frac{N_S}{N} \left( \frac{\Delta v}{v_S} \right)^2. \quad (15.45)$$

Весь процесс квазилинейной релаксации характеризуется временем

$$t_{\text{кв}} \sim \frac{\Lambda}{2\pi} \frac{N}{\omega_L N_S}. \quad (15.46)$$

Предположение об одномерности спектра плазменных волн, положенное в основу квазилинейных уравнений (15.36), (15.37), существенно ограничивает общность сделанных выводов. Дело в том, что распределение  $F_\infty$  с плато оказывается неустойчивым относительно плазменных волн других направлений  $\mathbf{k}$ ; процесс возбуждения последних должен вести к формированию плато вдоль новых направлений  $\mathbf{k}$  и т. д. В результате должно установиться «обобщенное» плато с  $F(\mathbf{v}) = \text{const}$ . Однако это невозможно, так как указанное распределение содержит бесконечно большую плотность энергии частиц (интеграл  $\int v^2 F(\mathbf{v}) d^3v$  расходится). Поэтому процесс квазилинейной релаксации системы должен завершаться или формированием строго одномерного спектра плазменных волн с плато на функции распределения или созданием устойчивого распределения и диссипацией плазменных волн вследствие затухания Ландау. (О квазилинейной релаксации неодномерного спектра плазменных волн см. подробнее [216, 293].)

Приведенные результаты относятся к релаксации нерелятивистского пучка в плазме. Поведение релятивистских потоков, взаимодействующих с возбужденными плазменными волнами, отличается рядом особенностей, главная из которых состоит в квазиодномерном характере релаксации

даже при существенно неоднородном начальном спектре плазменных волн [217, 218]. Последнее обязано сильной угловой зависимости инкремента черенковской неустойчивости и коэффициента диффузии. Поэтому в системе нарастают главным образом плазменные волны с  $k$ , ориентированным вдоль средней скорости потока  $v_S$ , а диффузия частиц с изменением направления импульса  $p$  происходит медленнее, чем диффузия по величине импульса.

Выше мы ограничились обсуждением задачи о квазилинейной релаксации во времени ( $F_S(v, t)$  и  $W_k(k, t)$  однородны в пространстве). В космических условиях представляет также интерес квазилинейная релаксация при усилении плазменных волн в пространстве, когда  $F_S$  и  $W_k$  стационарны, но зависят от координат:  $F_S(v, r)$ ,  $W_k(k, r)$ . О квазилинейном режиме в такой задаче с граничными условиями см. [197, 215, 227].

**Плазменный механизм генерации радиоизлучения.** Под «плазменным механизмом» в теории генерации космического радиоизлучения понимается возбуждение плазменных волн с их последующей трансформацией в электромагнитное излучение. В космических условиях обращение к плазменным механизмам приобретает смысл в тех случаях, когда собственная частота плазмы в источнике приходится на радиодиапазон \*), а плазменные волны легче возбуждаются, нежели электромагнитные.

Классическим примером плазменного механизма служит процесс генерации быстродрейфующих всплесков солнечного радиоизлучения — всплесков III типа (см. [3], § 14, 31). Схема генерации этого вида радиоизлучения заключается в следующем. Электронный поток, извергнутый из солнечной вспышки, движется через корональную плазму со скоростью  $v_S \sim c/3$ . В области, занимаемой потоком, реализуются условия, характерные для черенковской неустойчивости в системе поток — плазма. Плазменные волны, излучаемые отдельными частицами потока (эффект Вавилова — Черенкова), усиливаются, поскольку коэффициент черен-

---

\*) Впрочем, возможен также вариант плазменного механизма в условиях, когда  $\omega_L$  много меньше частоты радиоизлучения. В этом случае частота  $\omega$  поднимается до наблюдаемых значений за счет комптоновского рассеяния плазменных волн на релятивистских частицах (см. § 18).

ковского поглощения становится отрицательным (мазерный механизм). Интенсивные плазменные волны затем частично трансформируются в электромагнитные за счет рассеяния на частицах и плазменных же волнах (см. § 18, 19); появляется радиоизлучение, которое регистрируется на Земле как всплески III типа. Характерный дрейф по частоте в таких всплесках связан с перемещением агента (потока частиц) в более разреженные слои короны: при этом частота плазменных волн  $\omega \approx \omega_L = (4\pi e^2 N/m_e)^{1/2}$  (а соответственно и частота радиоизлучения) постепенно уменьшается.

В системе поток — плазма нарастание плазменных волн (или их усиление в пространстве) происходит лишь при условии, когда инкремент ( $-\gamma^{\text{чep}}$ ) в потоке превышает декремент, связанный с диссипацией в основной плазме. Последняя обусловлена (как было выяснено в § 12) поглощением из-за столкновений и затуханием Ландау. В рассматриваемом случае основную роль играет тормозное поглощение при столкновениях частиц \*); поэтому для реализации мазерного механизма необходимо, чтобы  $\gamma^{\text{чep}} + \gamma^{\text{тopм}} < 0$ . Это неравенство в короне будет выполнено, если концентрация частиц в потоке  $N_S > 10^{-10} N$ . В сказанном можно убедиться, обратившись к формулам (12.9), (15.18) и положив в них  $v_\phi \sim v_S \sim 10v_T$ ,  $v_\phi - v_S \sim v_{TS} \sim v_T$  и  $v_{\text{эфф}} = 5 \text{ сек}^{-1}$ . Таким образом, в условиях генерации всплесков III типа кинетическая черенковская неустойчивость (усиление) реализуется уже при ничтожно малых плотностях потока  $N_S > 10^{-2} \text{ см}^{-3}$  (при концентрации корональной плазмы  $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ ). Указанный режим усиления и неустойчивости существует в широком интервале значений  $N_S$ , и лишь в плотных потоках с  $N_S > 10^{-3} N \sim 10^5 \text{ см}^{-3}$  возникает гидродинамическая неустойчивость с инкрементами (15.13), (15.14).

При обсуждении процесса квазилинейной релаксации потока в плазме было выяснено, что за время  $t_{\text{кв}}$  (15.46) происходит образование плато на функции распределения (при условии сохранения одномерности спектра возбуждения волн). В короне ( $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ ) поток с концентрацией

\*) В конкретных условиях солнечной короны ( $N \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ ,  $v_T \sim 4 \cdot 10^8 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ ,  $v_{\text{эфф}} \sim 5 \text{ сек}^{-1}$ ) величина  $\gamma^{\text{тopм}}$  превысит затухание Ландау для плазменных волн с фазовой скоростью  $v_\phi > 6v_T$  (см. формулы (12.9) и (12.26)).

$N_S \sim 10 \text{ см}^{-3}$  релаксирует за время  $t_{\text{кв}} \sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$  (при оценке по формуле (15.46) логарифм  $\Lambda$  считался порядка единицы). Поскольку дальнейшая генерация плазменных волн в состоянии с плато прекращается, а возбужденные волны за время  $t \sim 1/2v_{\text{эфф}} \sim 0,1 \text{ сек}$  затухнут из-за соударений, возникает проблема «поддержания» наклона функции распределения энергичных частиц в районе плато при прохождении потока через корону.

Существуют две причины, обеспечивающие положительность производной  $dF/dv_k$  в области плато и, как следствие, непрерывную генерацию плазменных волн в течение продолжительного времени [219]: столкновения электронов потока с частицами корональной плазмы и неоднородность пространственного распределения этих электронов. Первая причина связана с резкой зависимостью эффективного числа столкновений заряженных частиц от их скорости:  $v_{\text{эфф}} \propto \propto 1/v^3$  (см. § 12). Так возникает дефицит электронов в потоке с относительно малыми скоростями  $v_k$ , что приводит к наклону плато с  $dF/dv_k > 0$ . Вторая причина действует в том же направлении: при движении потока через корону медленные частицы отстают от быстрых, что приводит к избытку частиц с высокими скоростями  $v_k$  на переднем фронте потока. В этой связи существенное значение приобретает задача о динамике расширения облака электронов, инжектированных в корону из области солнечной вспышки (с учетом обратного воздействия возбуждаемых плазменных волн на процесс разлета) [220—222]. В одномерном случае (разлет по оси  $z$ ) решение имеет автомодельный характер: плотность энергии плазменных волн  $W$  и распределение электронов  $F$  зависят от координаты и времени лишь через отношение  $z/t$ . Об условиях одномерной диффузии частиц в пространстве скоростей и формировании квазиодномерного спектра плазменных волн в системе электронный поток — корональная плазма см. [223].

Наряду с пучковой неустойчивостью существенную роль в космической плазме может играть бунемановская неустойчивость. Примером являются бесстолкновительные ударные волны, которые благодаря генерации плазменных волн во фронте (за счет бунемановской неустойчивости) и их последующей конверсии в электромагнитное излучение могут служить мощным источником радиоизлучения. В плазме солнечной короны ударные волны, движущиеся от области

вспышки, выступают в роли агентов, которые возбуждают радиоизлучение с медленным дрейфом по частоте — всплески II типа (см. об этом [224, 225] и [3], § 31).

Наконец в корональной плазме вполне возможно (и вероятно) действие конусной черенковской неустойчивости. Возбуждение плазменных волн с частотой  $\omega \approx \omega_L$  может происходить в магнитных ловушках над биполярными группами солнечных пятен и вообще в активных областях со сложной структурой магнитного поля. Здесь указанная неустойчивость вместе с конусной циклотронной неустойчивостью (§ 16) обеспечивает эффективное действие плазменного механизма, привлекаемого для объяснения некоторых разновидностей радиоизлучения IV типа [212, 226].

Упомянем также, что плазменный механизм обсуждался в применении к радиоизлучению пульсаров; для знакомства с этим кругом вопросов читатель может обратиться к обзорам [26, 108].

## § 16. Циклотронная неустойчивость

В этом параграфе будет идти речь о неустойчивости, связанной с циклотронным излучением электронов на отдельных гармониках гирочастоты. Эта неустойчивость возникает в системе частиц, помещенных в магнитное поле  $B_0$ ; ее характер и инкременты определяются решениями дисперсионного уравнения (4.39) для нормальных волн в магнитоактивной плазме. В дисперсионное уравнение входит тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  (4.91); для продольных волн дисперсионное уравнение сводится к виду  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k}) = 0$ , где  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  определяется выражением (4.94). Как  $\epsilon_{\alpha\beta}$ , так и  $\epsilon_{\parallel}$  представляют собой бесконечную сумму по гармоникам  $l$ ; в такой сумме можно выделить одну-две соседние гармоники и пренебречь вкладом остальных при достаточно малой дисперсии частиц по импульсам. В нерелятивистском пределе последнее означает, что

$$k_{\parallel} \Delta v_{\parallel} \ll \omega_B; \quad (16.1)$$

это неравенство противоположно первому из условий (15.25), определяющих области черенковской неустойчивости (или затухания) в плазме.

**Циклотронная неустойчивость продольных волн.** Для продольных волн мы ограничимся обсуждением циклотрон-



ной конусной неустойчивости, предполагая, что неравновесная система частиц имеет распределение  $f_S(\mathbf{p}) = f_S(p_{\parallel}, p_{\perp}^2)$  с нулевой средней скоростью вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  и дефицитом частиц с малыми значениями квадрата поперечного импульса ( $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  — продольная и поперечная компоненты импульса электрона  $\mathbf{p}$  по отношению к магнитному полю). Неустойчивость такой неравновесной системы относительно продольных волн была доказана Сенем [43] для функции распределения вида  $f_S \sim \delta(p_{\perp} - p_{\perp}^0)$ . Затем Пирлштейн, Розенблют и Ченг [230] показали, что циклотронная неустойчивость возможна и в том случае, когда указанная неравновесная система выступает в качестве разреженной примеси к плотной равновесной плазме. Ниже циклотронная конусная неустойчивость исследуется на примере двухкомпонентной системы «равновесная плазма + + примесь неравновесных энергичных электронов», в предположении, что последние подчиняются распределению вида

$$f_S(p_{\parallel}, p_{\perp}^2) = A p_{\perp}^2 e^{-(p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2)/2a^2} \quad (16.2)$$

с нормирующим фактором  $A = N_S/4\sqrt{2\pi^{3/2}a^5}$ .

Допустим, что скорости энергичных электронов велики по сравнению со скоростью теплового движения электронов равновесной плазмы и достаточно малы по сравнению со скоростью света:

$$m_e^2 v_T^2 \ll a^2 \ll m_e^2 c^2. \quad (16.3)$$

Это, с одной стороны, позволяет пренебречь затуханием Ландау в основной плазме, а с другой — считать неравновесную компоненту слаборелятивистской. Далее, условие (16.1) для энергичных частиц с дисперсией  $\Delta v_{\parallel} \approx a/m_e$  в случае (16.3) предполагает непереносное выполнение критерия  $k_{\parallel} v_T \ll \omega_B$ , существенно меняющего характер плазменных волн в равновесной плазме. Правда, в интервале  $|\omega - l\omega_B| \lesssim k_{\parallel} v_T \ll \omega_B$  эти волны сильно затухают вследствие циклотронного поглощения (см. § 13) и поэтому особенного интереса не представляют. Однако в области  $k_{\parallel} v_T \ll |\omega - l\omega_B|$  затухание становится слабым; при этом дисперсионные характеристики продольных волн определяются уравнением (5.47), описывающим моды Бернштейна и волны в гибридной полосе (см. § 5 и помещенные там

рис. 15, 16, на которых изображены дисперсионные кривые для этих волн).

Если концентрация примесных частиц  $N_S \ll N$  — электронной концентрации равновесной плазмы, то связь между  $\text{Re } \omega$  и  $k$  будет по-прежнему описываться уравнением (5.47) для равновесной плазмы, а декремент  $\gamma$ , вносимый неравновесной примесью, можно найти методом возмущений. Величина декремента тогда задается формулой (15.17), в которой теперь вклад равновесной плазмы  $\varepsilon_{\parallel}^{(0)}$  определяется выражением (5.47), а неравновесной компоненты  $\varepsilon_{\parallel}^{(1)}$  — (4.94).

Полус подынтегрального выражения в (4.94) определяется резонансным условием

$$m(p)\omega - lm_e\omega_B - k_{\parallel}p_{\parallel} = 0, \quad (16.4)$$

совпадающим с формулой Доплера для магнитотормозного излучения (10.29). Если, как мы предполагаем, энергичные частицы — слабoreлятивистские, их масса  $m(p) \approx m_e(1 + p^2/2m_e^2c^2)$ . Зависимостью  $m(p)$  в (16.4) можно пренебречь, если величина  $\omega p^2/2m_e c^2$  много меньше, чем  $k_{\parallel}p_{\parallel}$ ; поскольку, в соответствии с (16.2),  $p \sim a$  и  $p_{\parallel} \sim a$ , это означает, что

$$|k_{\parallel}| \gg \omega a/2m_e c^2. \quad (16.5)$$

Таким образом, для направлений  $k$ , не слишком близких к строго поперечному по отношению к  $B_0$ , условие Доплера (16.4) становится нерелятивистским. Поэтому инкременты циклотронной неустойчивости в области (16.5) мы также станем называть нерелятивистскими в отличие от релятивистских инкрементов в случае, когда член  $k_{\parallel}p_{\parallel}$  несуществен и условие (16.4) становится чисто релятивистским (оно описывает тогда так называемый поперечный эффект Доплера).

Кинетическая неустойчивость на модах Бернштейна. Считая условие (16.5) выполненным, найдем из (4.94)  $\text{Im } \varepsilon_{\parallel}^{(1)}$ . Эта величина определяется вычетом в точке  $m_e\omega - lm_e\omega_B - k_{\parallel}p_{\parallel} = 0$  при интегрировании в (4.94) по продольным импульсам  $p_{\parallel}$ ; она равна [73]

$$\text{Im } \varepsilon_{\parallel}^{(1)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^2 L_S \omega_B}{k_{\parallel} k_{\perp}^2 v_e^2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} l e^{-z_i^2} [\delta_i \Phi_i + (\delta_i + 1) \chi_e \Phi_i']. \quad (16.6)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_l &= e^{-\chi_e} I_l(\chi_e), & Z_l &= \frac{\omega - l\omega_B}{\sqrt{2}k_{\perp}v_e}; & \delta_l &= \frac{\omega - l\omega_B}{l\omega_B}; \\ \chi_e &= \frac{k_{\perp}^2 v_e^2}{\omega_B^2}; & v_e &= \frac{a}{m_e}, & \omega_{LS}^2 &= 4\pi e^2 N_S / m_e \end{aligned} \right\} \quad (16.7)$$

( $I_l(\chi_e)$ ) — модифицированная функция Бесселя порядка  $l$ . При значениях  $\omega$ , заключенных в интервале между двумя гармониками  $(s-1)\omega_B$  и  $s\omega_B$ , все члены суммы по  $l$ , кроме  $l = s-1$  и  $l = s$ , будут экспоненциально малы, если

$$2k_{\perp}^2 v_e^2 \ll \omega_B^2. \quad (16.8)$$

Сохраняя тогда в сумме (16.6) лишь два указанных члена, получим:

$$\begin{aligned} \text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)} &\approx \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{LS}^2 \omega_B}{k_{\parallel} k_{\perp}^2 v_e^2} \left\{ e^{-Z_{s-1}^2} (s-1) [\delta_{s-1} (\varphi_{s-1} + \chi_e \varphi'_{s-1}) + \chi_e \varphi_{s-1}] + \right. \\ &\quad \left. + e^{-Z_s^2} s [\delta_s (\varphi_s + \chi_e \varphi'_s) + \chi_e \varphi'_s] \right\}. \quad (16.9) \end{aligned}$$

Когда частота  $\omega$  близка к гармонике  $s\omega_B$  настолько, что  $|\delta_s| \ll 1$ ,  $Z_{s-1}^2 \gg 1$ , выражение (16.9) упрощается:

$$\text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)} \approx \frac{\sqrt{\pi} \omega_{LS}^2 s}{\omega_B (\omega - s\omega_B)} \varphi'_s(\chi_e) Z_s e^{-Z_s^2}. \quad (16.10)$$

Формулы (16.9) и (16.10) соответствуют учету циклотронного излучения на двух и на одной гармонике гирочастоты.

В равновесной плазме на частотах ниже гибридной  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  производная  $(\partial \epsilon_{\parallel}^{(1)} / \partial \omega)_{\omega = \Omega}$  (где  $\Omega$  — значение частоты, найденной из дисперсионного уравнения  $\epsilon_{\parallel}^{(1)}(\omega, \mathbf{k}) = 0$ ) положительна; поэтому инкремент  $-\gamma$  (15.17) для циклотронной неустойчивости будет положителен, если  $\text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)}(\Omega, \mathbf{k})$ , описываемая формулами (16.6), (16.9), (16.10), станет отрицательной. Так, например, в случае, когда инкремент на модах Бернштейна определяется одной гармоникой,  $\text{Im } \epsilon_{\parallel}^{(1)}$  равна (16.10); при этом система неустойчива в области  $\varphi'_s(\chi_e) < 0$ . Значения  $\chi_e^{\text{KP}}$  на границе циклотронной неустойчивости находятся из условия  $\varphi'_s(\chi_e^{\text{KP}}) = 0$ . При этом система неустойчива, если

$$\chi_e \equiv k_{\perp}^2 v_e^2 / \omega_B^2 > \chi_e^{\text{KP}} \approx s^2. \quad (16.11)$$

Если ввести параметр  $\chi \equiv k_{\perp}^2 v_T^2 / \omega_B^2$  ( $v_T$  — тепловая скорость электронов равновесной плазмы), то условием неустойчивости станет неравенство

$$\chi > \chi^{KP} \approx \left( \frac{sv_T}{v_e} \right)^2. \quad (16.12)$$

Из этого критерия и дисперсионных кривых  $\omega(\chi)$ , приведенных на рис. 15, следует, что циклотронная неустойчивость на модах Бернштейна в полосе, заключенной между гармониками  $(s-1)\omega_B$  и  $s\omega_B$ , возникает на меньших частотах, а поглощение — на более высоких. В этом смысле частотный характер нерелятивистской циклотронной неустойчивости на модах Бернштейна отличается, например, от соответствующей зависимости черенковского инкремента для плазменных волн в изотропной плазме (15.18), где полоса затухания расположена ниже по частоте, чем полоса неустойчивости. Это отличие вызвано разным характером дисперсии мод Бернштейна и плазменных волн: первые на частотах ниже гибридной частоты  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  обладают аномальной дисперсией ( $\omega$  уменьшается с ростом  $k$ ; см. рис. 15), тогда как вторые имеют нормальную дисперсию ( $\omega$  растет вместе с  $k$ ; см. (5.13)).

Явные выражения для нерелятивистских инкрементов на модах Бернштейна нетрудно получить с помощью соотношений (15.17), (5.50), (5.53), (16.10) в предельных случаях малых и больших  $\chi$ . Они имеют такой вид [73]:

$$-\gamma \approx \sqrt{\pi} \frac{\omega_{LS}^2}{\omega_L^2} \omega_{BS} (s^2 - 1) Z_s e^{-Z_s^2} \varphi'_s(\chi_e), \quad \chi \ll 1, \quad Z_s < 0; \quad (16.13)$$

$$-\gamma \approx -\sqrt{\pi} \frac{\omega_{LS}^2}{\omega_B} s Z_s e^{-Z_s^2} \varphi'_s(\chi_e), \quad \chi \rightarrow \infty, \quad Z_s > 0.$$

Зависимость  $\gamma(k_{||})$  здесь определяется функцией  $Z_s e^{-Z_s^2}$ . Максимальный инкремент соответствует значению  $Z_s = 1/\sqrt{2}$ , т. е.

$$k_{||}^{\max} = \frac{\omega - s\omega_B}{v_e}. \quad (16.14)$$

Комбинируя (16.14) с условием реализации нерелятивистской конусной неустойчивости (16.5), получим неравенство

$$|\delta_s| \equiv \left| \frac{\omega - s\omega_B}{s\omega_B} \right| \gg \frac{v_e^2}{2c^2}. \quad (16.15)$$

При нарушении этого неравенства  $k_{||}^{\max}$  выходит за пределы области, в которой возможна циклотронная неустойчивость

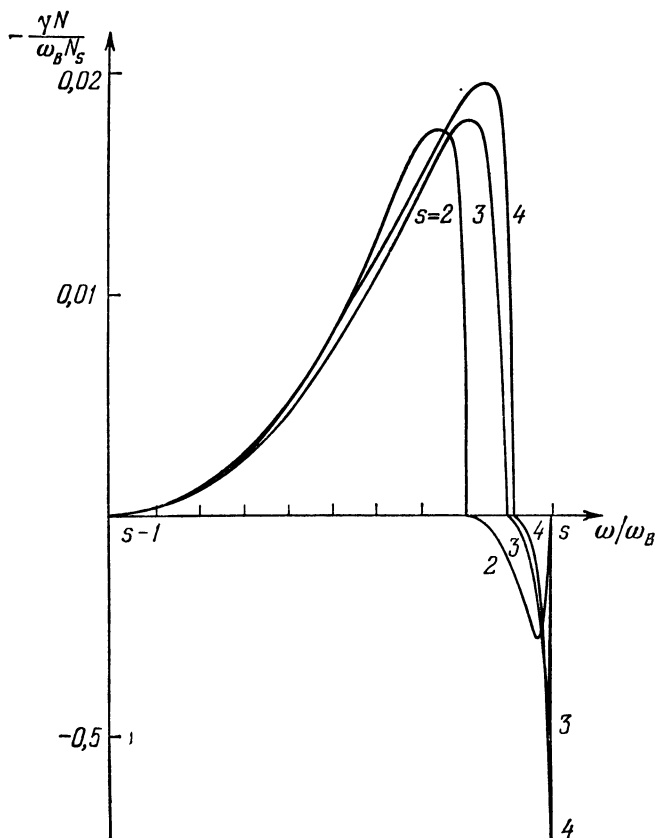


Рис. 51. Частотная зависимость нерелятивистского циклотронного инкремента для мод Бернштейна при  $\omega_L/\omega_B=5$ ,  $v_e/v_T=4$  и  $s=2, 3, 4$  (в различных масштабах для  $\gamma > 0$  и  $\gamma < 0$ ).

без учета релятивистской зависимости массы электронов от скорости.

Для исследования зависимости  $-\gamma$  от частоты  $\omega$  и  $k_{||}$  в широком интервале значений  $\chi$  и  $Z_s, Z_{s-1}$  формулы (16.13) недостаточны и следует обратиться к выражению (15.17), в котором фигурируют  $e_{||}^{(0)}$  и  $e_{||}^{(1)}$ , заданные непосредственно

формулами (5.47), (16.9). Здесь нельзя обойтись без численных расчетов, результаты которых представлены на рис. 51 в виде графиков зависимости инкремента  $-\gamma$ , максимизированного по  $k_{||}$ , от частоты  $\omega$ . Из рисунка ясно, что, например, в интервале частот от  $\omega_B$  до  $2\omega_B$  полоса интенсивного циклотронного поглощения занимает около  $0,2\omega_B$ ; остальной интервал приходится на долю циклотронной неустойчивости с максимальным значением инкремента  $-\gamma_{\max} \approx \approx 10^{-2}\omega_B N_S/N$ . Ширина полос неустойчивости мало меняется с изменением номера гармоники  $s$ . Это означает, что частотный спектр возбужденных мод Бернштейна представляет собой последовательность квазиэквидистантных полос, повторяющихся через интервалы по частоте, близкие к  $\omega_B$ .

При малых  $k_{||}$ , где условие (16.5) не соблюдается, роль релятивистских эффектов становится существенной (в смысле положения полюса (16.4) на плоскости  $p_{||}, p_{\perp}$ ). При строго поперечном распространении ( $k_{||} = 0$ ) положение полюса целиком определяется зависимостью массы энергичных электронов от скорости. Для оценки ширины полосы частот, где реализуется релятивистская циклотронная неустойчивость, можно использовать элементарные квантовые соображения, которые заключаются в следующем.

Циклотронное излучение электрона в направлении, перпендикулярном к  $\mathbf{B}_0$ , сопровождается уменьшением величины  $p_{\perp}^2$  при постоянном  $p_{||}$  (нормальный эффект Доплера; см. § 10). Тогда для частиц, распределенных в импульсном пространстве по закону (16.2), инверсия населенностей имеет место в области, где  $\partial f_S / \partial p_{\perp}^2 > 0$ , т. е. при значениях  $p_{\perp} < \sqrt{2}a$ . С другой стороны, излучение на частоте  $\omega$  поглощается и испускается частицами, чей импульс

$$p = \tilde{p} \equiv m_e c \sqrt{\frac{s^2 \omega_B^2}{\omega^2} - 1} \quad (16.16)$$

(формула (16.16) — решение доплеровского уравнения (16.4) при  $k_{||} = 0$  на гармонике  $l = s$ ). Отсюда следует, что частотам, удовлетворяющим неравенству

$$0 < m_e c \sqrt{\frac{s^2 \omega_B^2}{\omega^2} - 1} < \sqrt{2}a, \quad (16.17)$$

соответствуют переходы в области  $\partial f_s / \partial p_{\perp}^2 > 0$  (для  $p_{\parallel} = 0$ ). Поэтому в интервале частот (16.17) инкремент  $-\gamma > 0$ , т. е. система становится неустойчивой. Благодаря малости отношения  $a^2 / m_e^2 c^2$  (см. (16.3)) полоса неустойчивости  $\Delta\omega$  расположена близ  $\omega = s\omega_B$ , примыкая к гармонике  $s\omega_B$  снизу; ее ширина

$$\Delta\omega \sim \frac{s\omega_B v_e^2}{c^2}. \quad (16.18)$$

На высоких гармониках  $s$  ширина полосы неустойчивости  $\Delta\omega$  может стать сравнимой с  $\omega_B$  даже при  $v_e^2 / c^2 \ll 1$ . Более точный кинетический расчет [73] приводит к значению

$$\Delta\omega = s\omega_B \frac{v_e^2}{c^2} \frac{B_1}{B_2}, \quad (16.19)$$

где

$$B_1 = \int_0^{\pi/2} J_s^2(\xi) \sin \vartheta d\vartheta, \quad B_2 = \int_0^{\pi/2} J_s^2(\xi) \sin^3 \vartheta d\vartheta$$

(аргумент  $\xi = k_{\perp} \tilde{p} \sin \vartheta / m_e \omega_B$ ,  $\vartheta$  — питч-угол электронов). Величины  $B_1$  и  $B_2$  одного порядка, но  $B_1 > B_2$ ; например, при  $\xi \ll 1$  отношение  $B_1 / B_2 = 7/6$ . Некоторое увеличение полосы неустойчивости  $\Delta\omega$  (16.19) по сравнению с оценкой (16.18) вполне естественно: неустойчивость сохраняется, если часть переходов совершается в области, где  $\partial f_s / \partial p_{\perp}^2 < 0$ ; инкремент меняет знак, когда число таких переходов будет достаточно велико по сравнению с переходами в области  $\partial f_s / \partial p_{\perp}^2 > 0$ .

Согласно [73] релятивистский инкремент циклотронной неустойчивости

$$-\gamma = \sqrt{2\pi} \frac{\omega_{LS}^2}{\omega^2} \left( \frac{\partial \epsilon_{\parallel}^{(0)}}{\partial \omega} \right)^{-1} \frac{v_e^2 c^2}{v_e^4} \frac{sy}{\chi} \left( B_1 - \frac{1}{2} y^2 B_2 \right) e^{-y^2/2}, \quad (16.20)$$

где  $y = \tilde{p}/a$  (см. (16.16)). Для мод Бернштейна на частотах, близких к  $s\omega_B$ \*,

$$y^2 = \frac{2(s - \omega/\omega_B) c^2}{s v_e^2} \simeq \frac{c^2}{v_e^2} \frac{s^2 - 1}{s!} \left( \frac{\chi}{2} \right)^{s-1}, \quad (16.21)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{\parallel}^{(0)}}{\partial \omega} \simeq \frac{2\omega_L^2}{\omega_B^3} \frac{(s-2)!}{(s^2-1)(s+1)} \left( \frac{\chi}{2} \right)^{-s+1}. \quad (16.22)$$

\* Формулы (16.21) и (16.22) справедливы в плазме с  $\omega_B \ll \omega_L$  на гармониках  $s \ll \omega_L/\omega_B$  и при условии  $\chi \ll 1$  (см. (5.50), (5.51)).

Внимание к генерации мод Бернштейна в космической плазме было привлечено благодаря интерпретации на их основе некоторых кратковременных явлений в солнечном радиоизлучении, обладающих своеобразным частотным спектром. Этот спектр и его изменение во времени \*) представлены на рис. 52; он обладает полосой излучения на низких частотах, к которой примыкает интервал сильного поглощения на более высоких частотах: этот интервал заканчивается яркой узкополосной «точкой». Можно видеть, что ход нерелятивистского циклотронного инкремента на модах Бернштейна (см. рис. 51) повторяет частотный спектр указанного явления в полосе излучения и интервале поглощения. При этом излучающая полоса соответствует циклотронной неустойчивости, а «темная» область — сильному циклотронному поглощению. Яркий «глаз» при этом связан с положительным релятивистским инкрементом в узкой полосе частот близ  $s\omega_B$ . Параметры неравновесной компоненты, величины  $\omega_L$  и  $\omega_B$  в корональной плазме, требования к однородности магнитного поля в источнике излучения см. в [73]. Здесь мы не станем останавливаться на этих вопросах; отметим лишь, что частотный спектр на модах Бернштейна, обеспечиваемый циклотронной неустойчивостью и затуханием, сохранится в общих чертах и на электромагнитных волнах, выходящих за пределы солнечной короны при условии, если радиоизлучение возникает вследствие комбинационного рассеяния (слияния) мод Бернштейна (см. § 19).

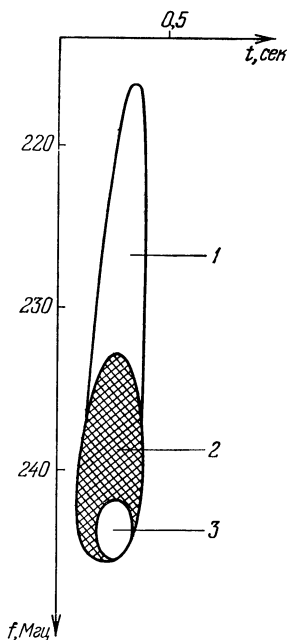


Рис. 52. Динамический спектр отдельного элемента в солнечном радиоизлучении 2 марта 1970 года [231]: 1 — излучающая область, 2 — область поглощения, 3 — яркий «глаз».

\*) Диаграмму зависимости интенсивности излучения от частоты и времени называют в радиоастрономии динамическим спектром излучения



**Кинетическая неустойчивость в гибридной полосе.** Здесь характер циклотронной неустойчивости имеет свои особенности, которые связаны с отличием дисперсионных кривых в этой полосе от соответствующих кривых для мод Бернштейна на частотах ниже гибридной (см. рис. 16). Это отличие имеет место в интервале по  $\chi = k_{\parallel}^2 v_T^2 / \omega_B^2 < s$ , где аномальная дисперсия, характерная для мод Бернштейна, сменяется нормальной, с законом дисперсии в форме (5.52). Коэффициент циклотронной неустойчивости для продольных волн в гибридной полосе по-прежнему определяется выражением (15.17) с  $\text{Im } \epsilon_{\parallel}''$  в форме (16.9) (кинематический инкремент) и формулой (16.20). Однако в гибридной полосе на частотах, соответствующих нормальной дисперсии ( $\chi < s$ ), значения производной  $\partial \epsilon_{\parallel}'' / \partial \omega$ , фигурирующей в (15.17) и (16.20), значительно меньше соответствующих значений для мод Бернштейна и для части дисперсионной кривой  $\chi > s$  с аномальной дисперсией в гибридной полосе\*). Поскольку эта производная входит в знаменатель выражения (15.17) для инкремента, на частотах, близких к гибридной частоте, следует ожидать более сильной неустойчивости, чем на модах Бернштейна.

В случае циклотронной неустойчивости в области нерелятивистского эффекта Доплера (16.5) высокие значения инкремента реализуются при достаточно больших отношениях  $v_e/v_T$ , перемещающих границу неустойчивости  $\chi_{кр}$  (16.12) в область нормальной дисперсии ( $\chi_{кр} < s$ ). Если же  $v_e/v_T$  невелико,  $\chi_{кр}$  будет больше  $s$ , и неустойчивость возникает лишь в области аномальной дисперсии, с инкрементами, характерными для мод Бернштейна.

Графики зависимости циклотронного инкремента (максимизированного по  $k_{\perp}$ ) от параметра  $\chi$  в гибридной полосе приведены на рис. 53. Сплошными кривыми на рисунке отмечены те значения инкремента, которые соответствуют  $k_{\parallel}^{\max}$ , удовлетворяющим неравенству  $|k_{\parallel}^{\max}| \gg \omega v_e / 2c^2$  (16.5); пунктир относится к случаю, когда наибольший инкремент на фиксированной частоте достигается при  $|k_{\parallel}^{\max}| \sim \omega v_e / 2c^2$ , т. е. на границе между

---

\*) Например, при  $\chi \ll 1$  на гибридной частоте  $\partial \epsilon_{\parallel}'' / \partial \omega \approx 2/\omega_r$ , что значительно меньше производной  $\partial \epsilon_{\parallel}'' / \partial \omega$  (16.22) на модах Бернштейна при тех же значениях  $\chi$ .

нерелятивистским и релятивистским («поперечным») эффектами Доплера.

Из рисунка ясно, что величина инкремента в гибридной полосе существенно зависит (при условии  $\chi^{кр} < s$ , которое

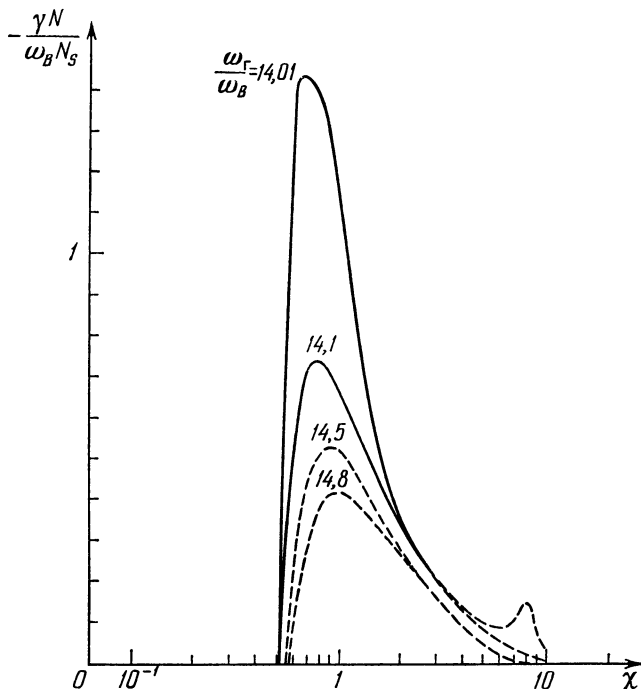


Рис. 53. Зависимость инкремента нерелятивистской циклотронной неустойчивости в гибридной полосе  $14\omega_B < \omega < 15\omega_B$  от параметра  $\chi = k_{\perp}^2 v_T^2 / \omega_B^2$  при различных фиксированных значениях отношения  $\omega_{\Gamma} / \omega_B$ .

выполнено для всех кривых рис. 53) от величины отношения  $\omega_{\Gamma} / \omega_B$ : инкремент увеличивается по мере приближения гибридной частоты  $\omega_{\Gamma}$  к одной из гармоник  $s\omega_B$ , т. е. при наступлении двойного плазменного резонанса. Для выбранных значений параметров  $v_e/v_T$  и  $s$  повышенные инкременты занимают близ  $s\omega_B$  интервал частот  $\Delta\omega \lesssim (0,1 - 0,2) \omega_B$ , а величина инкремента в несколько раз превышает соответствующее значение  $(-\gamma)$  в гибридной полосе вдали от

области двойного резонанса и на один-два порядка больше инкремента на модах Бернштейна.

Выражение для релятивистского инкремента (при распространении продольных волн поперек магнитного поля) по-прежнему определяется формулой (16.20). Теперь, однако, в ней следует учесть иной характер зависимости  $\partial \epsilon_{||}^{\prime\prime} / \partial \omega$  в гибридной полосе; в частности, для области нормальной дисперсии (5.52) величина  $\partial \epsilon_{||}^{\prime\prime} / \partial \omega |_{\epsilon_{||}^{\prime\prime} = 0} \approx 2/\omega_r$ .

Если  $sv_e^2/c^2 \ll 1$ , релятивистская неустойчивость может реализоваться лишь в узком интервале (16.19), примыкающем снизу к  $s\omega_B$ . Однако при достаточно больших значениях отношения  $\omega_r/\omega_B$  (т. е. при достаточно высоких  $s$ ) величина  $sv_e^2/c^2$  становится сравнимой с единицей. В этом случае интервал релятивистской циклотронной неустойчивости  $\Delta\omega$  занимает значительную часть гибридной полосы; при  $\Delta\omega \gtrsim \gtrsim \omega_B$  в формуле для инкремента уже нельзя оставлять одну гармонику  $l = s$ , как это было сделано при переходе к (16.20).

Усиленная генерация продольных волн при двойном плазменном резонансе в корональной плазме открывает возможность объяснения «зебра»-структуры, иногда появляющейся на динамических спектрах солнечного радиоизлучения. Указанная структура представляет собой систему параллельных дрейфующих полос с повышенным уровнем радиоизлучения, разделенных примерно одинаковыми частотными интервалами. Возникновение такой структуры, возможно, происходит следующим образом [73, 232]. Пусть энергичные электроны с распределением типа (16.2), обеспечивающим развитие конусной циклотронной неустойчивости, заполняют узкую силовую трубку магнитного поля в солнечной короне (рис. 54). Один из вариантов распределения вдоль силовой трубки гибридной частоты  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  и гирочастоты  $\omega_B$  вместе с гармониками  $s\omega_B$  изображен схематически на рис. 55. Точки пересечения кривых на этом рисунке определяют области двойного плазменного резонанса  $\omega_r = s\omega_B$ , соответствующие избранным значениям координаты вдоль трубки  $l = l_s$ . В этих областях, как уже отмечалось выше, происходит усиленная генерация продольных волн на частотах  $\omega_s \approx \omega_r$ .

Радиоизлучение при этом может возникать или за счет слияния возбужденных плазменных волн (с результирующей

щей частотой  $\omega = 2\omega_s$ ) или вследствие их рассеяния на частицах плазмы (тогда частота радиоизлучения будет близка к  $\omega_s$ ; см. § 18, 19). В обоих случаях на динамическом спектре появится система полос, параллельных оси времени; в соответствии с изложенным, области генерации разных полос локализованы в различных частях распределенного источника.

Рассматривая рис. 55, нетрудно сообразить, что расстояние между соседними областями двойного резонанса  $l_{s-1}$  и  $l_s$  составляет

$$\Delta l_s \approx \frac{L_B L_N}{(s-1)L_B - sL_N}, \quad (16.23)$$

где  $L_B = \omega_B (d\omega_B/dl)^{-1}$  и  $L_N = \omega_L (d\omega_L/dl)^{-1}$  — характерные масштабы изменения магнитного поля и электронной концентрации в короне вдоль магнитной трубки. При получении (16.23) предполагалось, что  $\omega_L \gg \omega_B$ , так что  $\omega_r \approx \omega_L$ .

Далее, частотный интервал между двумя ближайшими полосами излучения в радиоспектре  $\Delta\omega = 2|\omega_s - \omega_{s-1}|$  можно представить в форме [73]:

$$\Delta\omega \approx \frac{2(s-1)\omega_B L_B}{|(s-1)L_B - sL_N|}. \quad (16.24)$$

В зависимости от величины отношения  $L_N/L_B$  интервал  $\Delta\omega$  меняется от  $2\omega_B$  (при  $L_N/L_B \ll 1$ ) до  $2\omega_B L_B/L_N$  (если  $L_N/L_B \gg 1$ ). Интервалы  $\Delta\omega$  здесь указаны в предположении, что радиоизлучение возникает на удвоенной плазменной частоте. Если же радиоизлучение возникает главным образом на частотах  $\omega \approx \omega_L$ , интервалы  $\Delta\omega$  следует сократить вдвое. Заметим, наконец, что вариации в распределении магнитного поля и концентрации корональной плазмы по силовой трубке приведут к изменению частотных интервалов между

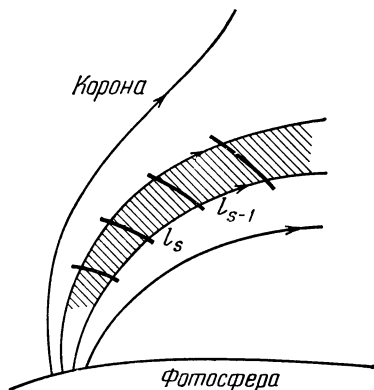


Рис. 54. Модель распределенного источника для солнечного радиоизлучения, обладающего «зебра»-структурой. Область, занимаемая энергичными электронами, заштрихована ( $l$  — координата вдоль силовой трубки).

соседними полосами и дрейфу всей системы полос на динамическом спектре — явлениям, часто наблюдаемым при регистрации «зебра»-структуры.

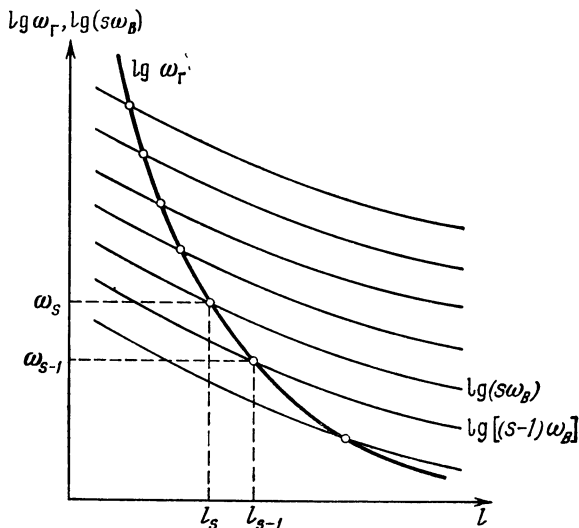


Рис. 55. Распределение  $\omega_r(l)$ ,  $\omega_B(l)$  и  $s\omega_B(l)$  по магнитной силовой трубке.

Отметим также, что в условиях солнечной короны конусная циклотронная неустойчивость, реализующаяся в магнитных ловушках, обладающих арочной структурой, рассматривается как одна из основных причин возбуждения плазменных волн, которые ответственны за создание некоторых разновидностей солнечного радиоизлучения IV типа [226].

**Гидродинамическая неустойчивость при двойном плазменном резонансе.** Выше рассматривалась только кинетическая циклотронная неустойчивость, связанная с вычетом в интегральном выражении для  $\text{Im } \epsilon_{||}^{\pm}$  (4.94). Эта неустойчивость появляется (при классическом рассмотрении задачи) только в рамках кинетического уравнения, которому она и обязана своим названием. Однако при достаточно высокой концентрации энергичных частиц или при малой дисперсии их скоростей вкладом  $\text{Im } \epsilon^{(1)}$  в величину инкремента можно пренебречь, если при этом возникает более сильная неустой-

чивость, связанная с  $\text{Re } \epsilon_{||}^{\dagger}$  \*). Указанный режим неустойчивости называют гидродинамическим, по аналогии с неустойчивостью в системе поток — плазма без дисперсии частиц по скоростям, которая также связана с  $\text{Re } \epsilon_{||}^{\dagger}$  и вместе с тем допускает описание с помощью квазигидродинамических уравнений (см. § 15).

При распространении волн поперек магнитного поля ( $k_{||} = 0$ ,  $k_{\perp} = k$ ) резонансное условие (16.4) для слабoreлятивистских частиц приобретает следующий вид:

$$(1 + p^2/2m_e^2c^2) \omega - l\omega_B = 0.$$

Если дисперсия частиц по импульсам  $\Delta p$  достаточно мала — в случае распределения типа (16.2) это имеет место при условии

$$|\omega - l\omega_B| \gg \omega a^2/2m_e^2c^2 = \omega v_e^2/2c^2, \quad (16.25)$$

то зависимостью массы электрона от скорости в дисперсионном уравнении  $\epsilon_{\perp}(\omega, \mathbf{k}) = 0$ , равно как и ролью вычета в интеграле при вычислении  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k})$  (4.94), можно пренебречь. Тогда уравнение  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{k}) = 0$  может быть представлено в такой форме:

$$1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2 - \omega_B^2} + \frac{8\pi^2 n_e m_e}{k^2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{l\omega_B}{\omega - l\omega_B} \int_{-\infty}^{\infty} dp_{||} \int_0^{\infty} dp_{\perp} J_l^2(\xi) \frac{\partial f_S}{\partial p_{\perp}} = 0 \quad (16.26)$$

(аргумент функции Бесселя  $\xi = kp_{\perp}/m_e\omega_B$ ). Первые два члена здесь характеризуют продольную диэлектрическую проницаемость в основной плазме на частотах, близких к гибридной частоте  $\omega_r = \sqrt{\omega_L^2 + \omega_B^2}$  (т. е. при необходимом условии  $\chi \equiv k^2 v_{\perp}^2/\omega_B^2 \ll 1$ ; см. (5.50)). Последний член определяет вклад в  $\epsilon_{||}$  примеси энергичных (но нерелятивистских) электронов с функцией распределения  $f_S(\mathbf{p}) = f_S(p_{||}, p_{\perp})$ .

Если частота волны близка к одной из гармоник:  $\omega \approx s\omega_B$ , то в (16.26) из бесконечной суммы можно удержать только один член с  $l = s$ . Считая далее, что в системе реализуется двойной плазменный резонанс  $s\omega_B = \omega_r$ , будем искать решение для частоты в виде  $\omega = \Omega + \delta$ , где  $\Omega =$

\*) Разделение  $\epsilon_{||}^{(1)}$  на действительную и мнимую части проводится здесь при действительных значениях  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ .

$= s\omega_B = \omega_r$ . Подставив это значение  $\omega$  в дисперсионное уравнение и предполагая  $\omega_{LS}$  достаточно малой вместе с поправкой к частоте  $\delta$ , получим

$$\delta^2 \simeq \frac{\pi m_e \omega_{LS}^2 \omega_L^2}{k \omega_B N_S} \Phi_s, \quad (16.27)$$

где

$$\Phi_s = \int_{-\infty}^{\infty} dp_{\parallel} \int_0^{\infty} dp_{\perp} f_s \frac{dJ_s^2}{d\xi}. \quad (16.28)$$

Квадратное уравнение для  $\delta$  имеет два решения, отличающихся знаком. Если  $\Phi_s < 0$ , то оба решения — чисто мнимые и один из корней соответствует нарастающей волне с инкрементом  $-\gamma = -i\delta$ .

Для распределения типа  $f_s = (N_S/2\pi p_{\perp}^0) \delta(p_{\parallel}) \delta(p_{\perp} - p_{\perp}^0)$  фактор  $\Phi_s$  равен  $(N_S/2\pi p_{\perp}^0) dJ_s^2/d\xi_0$ , где аргумент функции Бесселя  $\xi_0 = kp_{\perp}^0/m_e\omega_B$ . В этом случае

$$\delta^2 \simeq \frac{\omega_{LS}^2 \omega_L^2}{2\omega_B^2} \frac{1}{\xi_0} \frac{dJ_s^2}{d\xi_0} \quad (16.29)$$

и гидродинамическая циклотронная неустойчивость возникает в системе полос по  $k$ , где отрицательна производная от  $J_s^2(kp_{\perp}^0/m_e\omega_B)$ .

Для распределения энергичных частиц вида (16.2) гидродинамический режим неустойчивости возможен только при достаточно больших значениях концентрации  $N_S$ . В самом деле, функция  $\Phi_s$  тогда записывается в форме

$$\Phi_s = \frac{N_S}{2\pi m_e v_e} \sqrt{\chi_e} \varphi'_s(\chi_e), \quad (16.30)$$

где  $\varphi_s(\chi_e)$  — из (16.7), а производная от  $\varphi_s$  берется по аргументу  $\chi_e = k^2 v_e^2/\omega_B^2$ . Поправка  $\delta$  к нулевому приближению для частоты  $\Omega = \omega_r = s\omega_B$  определяется, в соответствии с (16.27), уравнением

$$\delta^2 \approx \frac{\omega_{LS}^2 \omega_L^2}{2\omega_B^2} \varphi'_s(\chi_e). \quad (16.31)$$

Зависимость  $\varphi'_s$  от  $\chi_e$  меняет знак в точке  $\chi_e = \chi_e^{\text{KP}} \approx s^2$ ; величина  $\varphi'_s > 0$  при  $\chi_e < \chi_e^{\text{KP}}$  и отрицательна в области

$\chi_e > \chi_e^{\text{кр}}$ . Поэтому в указанной области имеет место гидродинамическая неустойчивость с инкрементом \*)

$$-\gamma \approx \frac{\omega_{LS} \omega_L}{\omega_B} \sqrt{-\frac{1}{2} \Phi'_s(\chi_e)}. \quad (16.32)$$

Рассмотренная неустойчивость возможна только при условии

$$|\gamma| \geq \omega_L v_e^2 / 2c^2, \quad (16.33)$$

которое следует из (16.25), если в последнем учесть, что  $l = s$  и  $\omega = \Omega - i\gamma$ , где  $\Omega = s\omega_B = \omega_L$ . Принимая во внимание конкретный вид гидродинамического инкремента (16.32), из (16.33) получаем

$$\frac{\omega_{LS}}{\omega_B} \sqrt{-2\Phi'_s(\chi_e)} \geq \frac{v_e^2}{c^2}. \quad (16.34)$$

Этот критерий реализации гидродинамического режима циклотронной неустойчивости выполняется только для достаточно больших значений  $\omega_{LS}$  (т. е. концентрации  $N_S$  примесных электронов). Например, для  $s = 5$  максимум функции  $-\Phi'_s(\chi_e)$  составляет около  $2 \cdot 10^{-4}$ , и гидродинамическая неустойчивость возникнет при  $\omega_{LS}/\omega_B \geq 50 v_e^2/c^2$ . В условиях солнечной короны, где  $v_e/c > v_T/c \sim 10^{-2}$ , указанный критерий требует довольно высокой концентрации неравновесных электронов; так, например, при  $v_e \sim \sim 10v_T$  и  $B_0 \sim 20 \text{ гс}$  ( $\omega_B \sim 4 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$ ) величина  $N_S$  должна превышать  $10^7 \text{ см}^{-3}$ . Условия возникновения рассмотренной в предыдущем разделе кинетической циклотронной неустойчивости здесь более благоприятные.

Более подробно с гидродинамической циклотронной неустойчивостью можно ознакомиться, обратившись к статьям [230, 72]. Заметим, что циклотронная неустойчивость при определенных условиях существует и в отсутствие плотной максвелловской плазмы, т. е. в однокомпонентной неравновесной системе (см. статьи Сена [43] и Харриса [234]). Изучение кинетического и гидродинамического режимов

---

\*) Отметим, что интервал  $\chi_e$ , где может быть гидродинамическая неустойчивость при двойном плазменном резонансе, совпадает с областью кинетической нерелятивистской неустойчивости на модах Бернштейна (см. критерий (16.11)).



неустойчивости в такой системе проведено в работах [72, 235] и др.

В этом параграфе мы смогли рассмотреть только циклотронную неустойчивость продольных волн. Однако это отнюдь не означает, что неустойчивость электромагнитных волн на циклотронных гармониках менее важна и интересна. Вполне возможно, что такая неустойчивость реализуется, например, в плазме солнечной короны и в ионосфере Юпитера, обеспечивая генерацию некоторых компонент радиоизлучения этих объектов [236].

Возможность неустойчивости электромагнитных волн на отдельных гармониках гирочастоты была отмечена Твиссом [198] для системы с дефицитом частиц, обладающих малыми поперечными импульсами. Затем она исследовалась для различных вариантов распределения неравновесных частиц по импульсам в работах [61, 237—243] (см. также [207, 244, 74] и приведенную там библиографию). Р. З. Сагдеев и В. Д. Шафранов [239] обратили внимание на циклотронную неустойчивость электромагнитных возмущений в системе с анизотропией температур, т. е. в системе, где функция распределения частиц по скоростям  $F(v) \propto \exp(-mv_{\perp}^2/2kT_{\perp} - mv_{\parallel}^2/2kT_{\parallel})$  и  $T_{\perp} \neq T_{\parallel}$ .

Циклотронная неустойчивость может выступать также как «пучковая» неустойчивость, появляясь в системе «разреженный поток частиц — равновесная плазма» на частотах, отвечающих аномальному эффекту Доплера [56]. В этом случае она имеет ясный физический смысл, который заключается в следующем. В § 10 было выяснено, что при испускании кванта  $\hbar\omega$  в области углов  $\alpha$ , соответствующих аномальному доплер-эффекту (10.32), величина квадрата поперечного импульса  $p_{\perp}^2$  увеличивается. Поэтому для распределения  $f_S(p) = f_S(p_{\parallel}, p_{\perp}^2)$ , убывающего с ростом  $p_{\perp}^2$ , число электронов в состоянии до испускания кванта оказывается больше, чем в состоянии, в которое переходит частица после излучения фотона ( $N_m/N_n > 1$ ). Такая инверсия населенностей приводит к усилению и неустойчивости (см. § 14). Наоборот, в области нормального эффекта Доплера рассматриваемое распределение по импульсам устойчиво, так как здесь излучение связано с уменьшением величины  $p_{\perp}^2$ ; последнее приводит к обратному отношению населенностей  $N_m/N_n < 1$ . Для потока частиц с распределением вида выражения (11.11) критерий

неустойчивости [56]

$$n_j \frac{v_S}{c} \cos \alpha > 1 \quad (16.35)$$

несколько отличается от условия аномального доплер-эффекта (10.32). Дело в том, что при излучении у частицы меняется не только  $p_{\perp}^2$ , но и  $p_{\parallel}$  — обстоятельство, которое в приведенных рассуждениях не учитывалось.

## § 17. Синхротронная неустойчивость

Если в предыдущих параграфах рассматривались главным образом условия и характер неустойчивости продольных (плазменных) волн, то теперь мы обратимся к неустойчивости плазмы относительно электромагнитных возмущений, проиллюстрировав ее на примере синхротронной неустойчивости. Этот тип неустойчивости непосредственно связан с синхротронным излучением релятивистских частиц в магнитном поле; он возникает в условиях, когда коэффициент синхротронной реабсорбции  $\mu_j$  становится отрицательным. Тогда, в соответствии с принятой терминологией, говорят, что в системе действует когерентный синхротронный механизм. Если же  $\mu_j > 0$ , то в источнике имеет место некогерентный синхротронный механизм. Знание коэффициента реабсорбции в этом случае важно для суждения о характере частотного спектра синхротронного излучения.

**Реабсорбция синхротронного излучения.** Для расчета коэффициента реабсорбции системы релятивистских электронов в магнитном поле мы используем метод коэффициентов Эйнштейна, согласно которому общая формула для  $\mu_j$  имеет вид (14.16). Чтобы получить конкретные выражения для коэффициента реабсорбции синхротронного излучения, учтем то существенное обстоятельство, что синхротронное излучение сосредоточено в малом телесном угле вдоль скорости электрона  $v$ , а частотный спектр излучения практически непрерывный (см. § 10). Предположим также для простоты, что распределение релятивистских электронов по импульсам изотропное:  $f_S(\mathbf{p}) = f_S(p)$ .

Поскольку при синхротронном излучении испускание кванта  $\hbar\omega$  происходит в направлении мгновенной скорости электрона, закон сохранения импульса принимает такой вид:  $p^{(\pi)} = p^{(n)} + \hbar k$  ( $p^{(m)}$ ,  $p^{(n)}$  — значения импульса

электрона до и после испускания фотона). Соответствующие населенности  $N_m$ ,  $N_n$  состояний ( $m$ ) и ( $n$ ) равны  $f_S(p^{(m)})$  и  $f_S(p^{(n)})$ , причем

$$f_S(p^{(n)}) = f_S(p^{(m)} - \hbar k) \approx f_S(p^{(m)}) - \frac{df_S}{dp} \hbar k. \quad (17.1)$$

Переход к последнему равенству возможен при условии, что функция распределения электронов мало меняется на интервале  $\Delta p \sim \hbar k$ . Согласно (17.1) разность  $N_n/N_m - 1$ , фигурирующая в выражении для  $\mu_j$  (14.16), равна  $-(\hbar k/f_S(p^{(m)})) \cdot df_S/dp$ ; поэтому коэффициент реабсорбции синхротронного излучения приобретает вид

$$\mu_j = -\frac{(2\pi)^3 c^2}{n_j^2 \omega^2} |\cos \vartheta_j| \int A_m^n \hbar k \frac{\partial f_S}{\partial p} d^3 p. \quad (17.2)$$

Здесь суммирование по состояниям ( $m$ )  $\leftrightarrow$  ( $n$ ) заменено интегрированием в импульсном пространстве. Далее учтем, что  $k = (\omega/c)n_j$ ,  $d^3 p = p^2 dp d\Omega$  и вероятность спонтанного излучения  $A_m^n$  связана со спектральной мощностью излучения  $P_{\omega\Omega}$  соотношением (14.7). Тогда

$$\mu_j = -\frac{(2\pi)^3 c}{n_j \omega^2} |\cos \vartheta_j| \int P_{\omega\Omega} \frac{df_S}{dp} p^2 dp d\Omega, \quad (17.3)$$

где

$$P_{\omega\Omega} = P_{\omega j} \delta(\Omega_k - \Omega). \quad (17.4)$$

В последней формуле  $P_{\omega j}$  — мощность синхротронного излучения в единичном интервале частот в  $j$ -ю нормальную волну,  $\delta(\Omega_k - \Omega)$  — дельта-функция,  $\Omega_k$  и  $\Omega$  — единичные векторы вдоль  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{p}$  соответственно. Здесь мы снова использовали то обстоятельство, что синхротронное излучение сосредоточено в малом телесном угле вдоль скорости (импульса) электрона.

Далее удобно перейти от функции распределения электронов по импульсам  $f_S(p)$  к энергетическому спектру  $N(\mathcal{E})$ . С учетом (17.4) и (11.26) из (17.3) получаем

$$\mu_j = -\frac{(2\pi)^3 c^2}{n_j \omega^2} |\cos \vartheta_j| \int_0^\infty P_{\omega j}(\omega, \mathcal{E}) \mathcal{E}^2 \frac{d}{d\mathcal{E}} \left[ \frac{N(\mathcal{E})}{\mathcal{E}^2} \right] d\mathcal{E}. \quad (17.5)$$

В разреженной плазме ( $\omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ) со слабым магнитным полем ( $\omega_B/\omega \ll 1$ ) показатель преломления электромагнит-

ных волн определяется формулой  $n_j^2 = 1 - \omega_L^2/\omega^2$ ; он близок к единице вместе с  $\cos \vartheta_j$ . В этом случае [166, 199]

$$\mu_j \approx -\frac{(2\pi)^3 c^2}{\omega^2} \int_0^\infty P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E}) \mathcal{E}^2 \frac{d}{d\mathcal{E}} \left[ \frac{N(\mathcal{E})}{\mathcal{E}^2} \right] d\mathcal{E}. \quad (17.6)$$

В (17.6) величина  $P_{\omega_j}$  характеризует мощность синхротронного излучения электрона с  $\mathbf{p} \parallel \mathbf{k}$ ;pitch-угол такого электрона  $\vartheta$  совпадает, очевидно, с углом  $\alpha$  между магнитным полем  $\mathbf{B}_0$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ .

При  $\omega_L^2/\omega^2 \ll 1$  и  $\omega_B/\omega \ll 1$  в широком интервале углов  $\alpha$ , где  $\omega_B^2 \sin^4 \alpha / 4\omega^2 \cos^2 \alpha \ll 1$ , выполнено квазипродольное приближение (см. (5.24)). В этом приближении нормальные волны (обыкновенные и необыкновенные) циркулярно поляризованы; мощность синхротронного излучения в каждую волну \*)

$$P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E}) = \frac{1}{2} P_\omega(\omega, \mathcal{E}), \quad (17.7)$$

где  $P_\omega(\omega, \mathcal{E})$  характеризует суммарную мощность синхротронного излучения в обе нормальные волны, определяемую формулой (10.76). (Напомним, что при  $\vartheta \neq \pi/2$  в формуле (10.76) гирочастоту  $\omega_B$  следует заменить на  $\omega_B \sin \vartheta$ .) Из сказанного ясно, что в разреженной изотропной плазме в квазипродольном приближении коэффициент реабсорбции описывается формулой (17.6), в которой

$$P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi \sqrt{3}} \frac{e^2 \omega}{c} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \right] \int_{\omega/\omega'_c}^\infty K_{3/2}(x) dx. \quad (17.8)$$

Через  $\omega'_c$  здесь обозначена величина

$$\omega'_c = \frac{3}{2} \omega_B \sin \alpha \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \left[ 1 + \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (17.9)$$

\*) Соотношение (17.7) отражает тот факт, что усредненная по всей диаграмме поляризация синхротронного излучения близка к линейной (с точностью до членов порядка  $m_e c^2/\mathcal{E}$  и  $\sqrt{1-n^2}$ ); именно поэтому полная мощность излучения  $P_\omega$  может быть представлена как сумма двух одинаковых по величине циркулярно поляризованных компонент.

При произвольных углах  $\alpha$  выражение для  $P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E})$  имеет вид [245]:

$$P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \frac{e^2\omega}{c} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 + \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \right] \times \\ \times \left[ \int_{\omega/\omega_c'}^{\infty} K_{3/2}(x) dx + \frac{1-K_j^2}{1+K_j^2} K_{3/2}\left(\frac{\omega}{\omega_c'}\right) \right] \quad (17.10)$$

( $K_j$  — коэффициент поляризации волны  $j$ -го типа; см. (5.34)). Для квазипродольного распространения  $K_j = \pm 1$  и (17.10) переходит в (17.8).

**Коэффициент реабсорбции для степенного энергетического спектра.** Мы уже имели возможность убедиться, что в космических приложениях важную роль играет синхротронное излучение электронов, распределенных по степенному закону  $N(\mathcal{E}) = \mathcal{K} \mathcal{E}^{-\nu}$  (см. § 11). Из (17.8) ясно, что влиянием среды на  $P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E})$  можно пренебречь в области частот и энергий, удовлетворяющих неравенству (10.77). Если учесть, однако, что излучение и поглощение на частоте  $\omega$  создается в основном частицами с энергией  $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{max}$  (10.64), то критерий, при котором можно не учитывать влияния среды на коэффициент синхротронной реабсорбции\*), сводится к виду (10.84). На этих частотах величина  $\mu_j$  (17.6), (17.8) может быть представлена (для  $N(\mathcal{E}) \sim \mathcal{E}^{-\nu}$ ) в следующей форме [166]:

$$\mu_j = g(\gamma) \frac{e^3}{m_e} \left( \frac{3e}{m_e^2 c^5} \right)^{\nu/2} \mathcal{K} (B_0 \sin \alpha)^{\frac{\nu+2}{2}} \omega^{-\frac{\nu+4}{2}}, \quad (17.11)$$

где

$$g(\gamma) = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{12}\right). \quad (17.12)$$

Величина фактора  $g(\gamma)$  для нескольких значений индекса  $\nu$  указана в табл. 3. Подставив в (17.11) численные значения констант, получим [166]

$$\mu_j \simeq g(\gamma) 3 \cdot 10^{-3} (3,5 \cdot 10^9)^{\nu} \mathcal{K} (B_0 \sin \alpha)^{\frac{\nu+2}{2}} f^{-\frac{\nu+4}{2}} \text{ см}^{-1}. \quad (17.13)$$

\*) Приближение (10.84) мы будем именовать «вакуумным», не забывая, однако, что при этом среда («холодная» плазма) по-прежнему формирует поляризацию обыкновенных и необыкновенных волн (круговую — для рассматриваемого случая квазипродольного распространения).

Т а б л и ц а 3

$\gamma$	1	2	3	4	5
$g(\gamma)$	6,03	4,39	4,08	4,33	5,21
$\bar{g}(\gamma)$	4,33	2,95	2,51	2,76	2,89

Коэффициенты реабсорбции (17.11), (17.13) описывают поглощение в однородном магнитном поле; они зависят как от величины  $B_0$ , так и от ориентации магнитного поля  $\alpha$ . Если магнитное поле хаотически неоднородно, то степень реабсорбции можно характеризовать коэффициентом поглощения  $\bar{\mu}$ , представляющим собой результат усреднения  $\mu_j$  вдоль луча. Считая для простоты, что магнитное поле одинаково по величине ( $B_0 = \text{const}$ ) и хаотично по направлениям, имеем [45]:

$$\bar{\mu} = \int_0^{\pi/2} \mu_j(\alpha) \sin \alpha d\alpha = \bar{g}(\gamma) \frac{e^3}{m_e} \left( \frac{3e}{m_e c^3} \right)^{\gamma/2} \mathcal{K} B_0^{\frac{\gamma+2}{2}} \omega^{-\frac{\gamma+4}{2}}, \quad (17.14)$$

где

$$\bar{g}(\gamma) = \frac{\pi \sqrt{3\pi}}{4} \Gamma\left(\frac{\gamma+6}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{12}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{\gamma+8}{4}\right). \quad (17.15)$$

Значения  $g(\gamma)$  для некоторых  $\gamma$  также приведены в табл. 3. После подстановки численных значений констант в формулу (17.14) последняя приобретает следующий вид:

$$\bar{\mu} \simeq \bar{g}(\gamma) 3 \cdot 10^{-3} (3,5 \cdot 10^9)^{\gamma} \mathcal{K} B_0^{\frac{\gamma+2}{2}} f^{-\frac{\gamma+4}{2}} \text{ см}^{-1}. \quad (17.16)$$

Отметим, что значения интенсивности излучения  $I_j$ , найденные из уравнения переноса, в котором фигурируют усредненные излучательная способность  $\bar{a}_\omega$  (11.38) и коэффициент реабсорбции  $\bar{\mu}$  (17.14), будут мало отличаться от точных значений в каждой точке луча, если выполнено условие  $\bar{\mu} l_0 \ll 1$ . Последнее означает, что область квазиоднородного магнитного поля с характерным размером  $l_0$  должна быть оптически тонкой. Поскольку при  $l_0 \ll 1$  интенсивность  $I_j$  определяется излучением на интервале

$l \gg l_0$  вдоль луча, она характеризуется усредненными по  $l_0$  величинами  $\bar{a}_\omega$  и  $\bar{\mu}$ . Роль каждого отдельного облака в формировании излучения в данной точке тогда оказывается мало существенной.

Влиянием синхротронной реабсорбции на величину интенсивности излучения вообще можно пренебречь, если оптическая толщина излучающей области  $\tau_j = \mu_j L \ll 1$  ( $L$  — линейный размер источника). В этом случае интенсивность излучения  $I_j = a_\omega L$ ; для степенного энергетического спектра релятивистских электронов  $I_j \sim \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}}$  (см. § 11, в частности, формулы (11.34), (11.35)). Если же источник оптически толстый:  $\tau_j \gg 1$ , то интенсивность излучения  $I_j = a_\omega / \mu_j$ . Для синхротронного излучения  $a_\omega \sim \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}}$ ,  $\mu_j \sim \omega^{-\frac{\gamma+4}{2}}$  и, следовательно,

$$I_j \sim \omega^{5/2}. \quad (17.17)$$

Таким образом, в области  $\tau_j \gg 1$  синхротронный источник имеет стандартный частотный спектр излучения с индексом  $\alpha = -5/2$  независимо от индекса энергетического спектра излучающих электронов  $\gamma$ .

Благодаря росту коэффициента реабсорбции синхротронного излучения  $\mu_j$  (и  $\bar{\mu}$ ) с уменьшением частоты, излучающая область становится оптически толстой на достаточно низких частотах. Из сказанного ясно, что частотный спектр синхротронного излучения релятивистских электронов, распределенных по степенному закону, имеет следующий характер (рис. 5б): на высоких частотах (где  $\tau_j \ll 1$ ) интенсивность растет с уменьшением частоты, на низких (в области  $\tau_j \gg 1$ ) она падает вместе с частотой. Максимум в спектре достигается при значениях  $\omega \sim \omega_{кр}$ , где  $\omega_{кр}$  удовлетворяет условию  $\tau_j(\omega_{кр}) = 1$ . Поскольку оптическая толщина равна  $\mu_j L$  или  $\bar{\mu} L$  (где  $\mu_j$  и  $\bar{\mu}$  — из (17.11) и (17.14)), последнее условие связывает между собой значения  $L$ ,  $\mathcal{H}$  и  $B_0 \sin \alpha$  (или просто  $B_0$ ) в дискретном источнике. Если размеры источника  $L$  известны, то положение максимума частотного спектра  $\omega_{кр}$  устанавливает еще одно недостающее соотношение между  $\mathcal{H}$  и  $B_0$ , позволяющее определить эти величины в источнике синхротронного излучения (см. в этой связи заключения в конце § 11).

Эффект синхротронной реабсорбции позволяет объяснить наблюдаемый спад интенсивности инфракрасного излучения у пульсара PSR 0532 в Крабовидной туманности (по сравнению с уровнем излучения в оптическом диапазоне) и оценить параметры источника, если предположить, что излучение этого пульсара в инфракрасных, оптических и рентгеновских лучах создается благодаря действию некогерентного синхротронного механизма в магнитосфере нейтронной звезды (см. подробнее [47, 246, 247]). Вместе с тем для распределенного радиоизлучения Галактики синхротронная реабсорбция собой роли не играет: она может оказаться заметной только на очень низких частотах  $f < f_{кр} \sim 0,1$  МГц. В сказанном нетрудно убедиться с помощью формулы (17.16): из нее следует, что в Галактике (при  $L \sim 10$  кпс  $\approx 3 \cdot 10^{22}$  см,  $B_0 \sim 3 \cdot 10^{-6}$  эс,  $\mathcal{H} \sim 10^{-14}$  эрг  $\cdot$  см $^{-3}$  и  $\gamma = 2$ ) оптическая толщина  $\bar{\mu}L \sim 1$  при  $f_{кр} = \omega_{кр}/2\pi \sim 0,1$  МГц.

**Синхротронная неустойчивость.** Обратимся теперь к отысканию условий, при которых синхротронная реабсорбция становится отрицательной и падающее на систему излучение не поглощается, а наоборот, усиливается в ней. В частности, такая система релятивистских частиц усиливает и свое собственное синхротронное излучение, благодаря чему его уровень превышает суммарную интенсивность спонтанного синхротронного излучения от отдельных частиц. Иными словами, в системе реализуется когерентный синхротронный механизм излучения. Отрицательной реабсорбции ( $\mu_j < 0$ ) соответствуют положительные значения инкремента  $-\gamma_j$ ; при рассмотрении временной эволюции такой системы это означает, что в ней возникает синхротронная неустойчивость.

В случае, когда система релятивистских электронов с изотропным распределением по импульсам находится в раз-

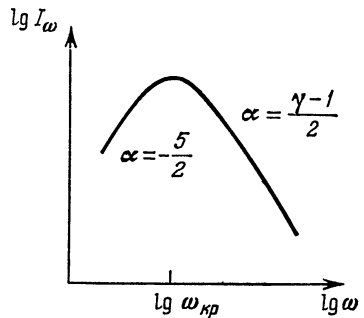


Рис. 56 Частотный спектр синхротронного излучения системы релятивистских электронов со степенным энергетическим спектром (при учете реабсорбции и в пренебрежении влиянием среды).



реженной плазме со слабым магнитным полем ( $\omega_B/\omega \ll 1$ ,  $1 - n^2 \approx \omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ), коэффициент синхротронной реабсорбции определяется выражением (17.6). Его можно представить в несколько иной форме, взяв интеграл по частям:

$$\mu_j = \frac{(2\pi)^3 c^2}{\omega^2} \int_0^\infty \frac{N(\mathcal{E})}{\mathcal{E}^2} \frac{d}{d\mathcal{E}} [\mathcal{E}^2 P_{\omega j}(\omega, \mathcal{E})] d\mathcal{E}. \quad (17.18)$$

Знак  $\mu_j$ , как ясно из этого выражения, зависит в конечном счете от характера изменения  $\mathcal{E}^2 P_{\omega j}$ . Если  $\mathcal{E}^2 P_{\omega j} = \text{const}$ , коэффициент  $\mu_j = 0$ . Когда  $\mathcal{E}^2 P_{\omega j}$  растет вместе с энергией  $\mathcal{E}$ , производная  $\frac{d}{d\mathcal{E}} (\mathcal{E}^2 P_{\omega j}) > 0$ , что обеспечивает положительный характер синхротронной реабсорбции. И, наконец, в случае, если в некотором интервале энергий  $\frac{d}{d\mathcal{E}} (\mathcal{E}^2 P_{\omega j}) < 0$ , соответствующим выбором распределения электронов  $N(\mathcal{E})$  можно обеспечить отрицательность коэффициента синхротронной реабсорбции  $\mu_j$ .

Предположим сначала, что распространение квазипродольное, а нормальные волны поляризованы по кругу. Тогда мощность синхротронного излучения  $P_{\omega j}$  в волну  $j$ -го типа определяется выражением (17.8). Из последнего следует, что влиянием среды на величину  $P_{\omega j}$  можно пренебречь в интервале энергий, где

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \ll 1 \quad (\text{область I}); \quad (17.19)$$

наоборот, это влияние становится определяющим в другом предельном случае, когда

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2 \gg 1 \quad (\text{область II}). \quad (17.20)$$

Посмотрим сначала, какой вклад в коэффициент реабсорбции на частоте  $\omega$  дают электроны из интервала энергий (17.19) (из области I). Согласно (17.8) в этом интервале

$$P_{\omega j} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \frac{e^2 \omega}{c} \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 \int_2^\infty K_{3/2}(x) dx, \quad (17.21)$$

где

$$z \equiv \frac{\omega}{\omega_c} \approx \frac{2}{3} \frac{\omega}{\omega_B \sin \alpha} \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2. \quad (17.22)$$

Отсюда следует, что  $\frac{d}{d\mathcal{E}}(\mathcal{E}^2 P_{\omega j}) > 0$ , т. е. величина  $\mathcal{E}^2 P_{\omega j}$  монотонно возрастает с ростом  $\mathcal{E}$ . Поэтому интервал I дает положительный вклад в коэффициент реабсорбции (17.18), равный

$$\mu^I = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^2 c}{\omega_B \sin \alpha} (m_e c^2)^4 \int_0^{\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_*} \frac{N(\mathcal{E})}{\mathcal{E}^5} K_{5/3}(z) d\mathcal{E}. \quad (17.23)$$

Здесь  $z$  связано с  $\mathcal{E}$  соотношением (17.22); величина  $\mathcal{E}_* = m_e c^2 \omega / \omega_L$ , т. е. верхний предел в интеграле (17.23) выбран так, чтобы удовлетворить условию слабого влияния среды (17.19).

Заметим, что в «вакууме» (при  $\omega_L^2 \rightarrow 0$ ) неравенство (17.19) выполнено при любых энергиях и в формуле (17.23) верхний предел можно заменить на бесконечный. В этом случае (17.23) определяет полный коэффициент синхротронной реабсорбции (для циркулярно поляризованных волн); он всегда положителен независимо от формы изотропного энергетического спектра  $N(\mathcal{E})$  релятивистских частиц [10, 248]. Это свидетельствует об отсутствии в рассматриваемых условиях синхротронной неустойчивости.

Перейдем теперь к исследованию интервала II (17.20), где роль среды весьма существенна. Согласно (17.8) в этом интервале

$$P_{\omega j} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \frac{e^2}{c} \frac{\omega_L^2}{\omega} \int_0^\infty K_{5/3}(x) dx, \quad (17.24)$$

где

$$z \equiv \frac{\omega}{\omega_c'} \approx \frac{2}{3} \frac{\omega_L^3}{\omega^2 \omega_B \sin \alpha} \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2}. \quad (17.25)$$

Тогда производная

$$\frac{d}{d\mathcal{E}}(\mathcal{E}^2 P_{\omega j}) = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^2}{c} \frac{\omega \omega_B \sin \alpha}{\omega_L} m_e c^2 \Phi(z). \quad (17.26)$$

Здесь через  $\Phi(z)$  обозначена функция

$$\Phi(z) = 2z \int_z^\infty K_{5/3}(x) dx - z^2 K_{5/3}(z). \quad (17.27)$$

Эта функция — знакопеременная, поскольку, как нетрудно убедиться,  $\int_0^{\infty} \Phi(z) dz = 0$ . Из графика  $\Phi(z)$ , приведенного на рис. 57, ясно, что  $\Phi(z) > 0$  при  $0 < z < \tilde{z}$  и  $\Phi(z) < 0$ , если  $z > \tilde{z}$ ; смена знака происходит в точке  $\tilde{z} = 1,35$ .

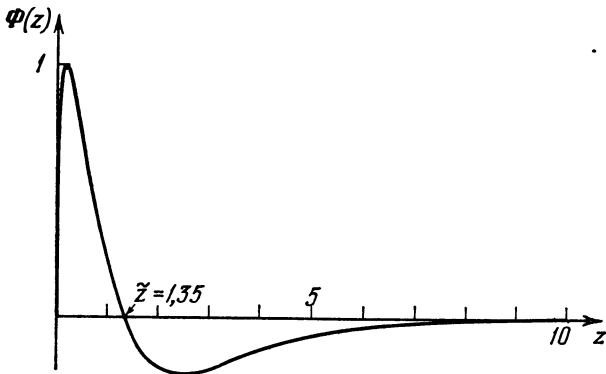


Рис. 57. График функции  $\Phi(z)$ .

Учитывая (17.24) и (17.26), из (17.18) получаем, что вклад в коэффициент реабсорбции  $\mu_j$  от электронов из интервала (17.20) составляет

$$\mu^{\text{II}} = 2\pi^2 \sqrt{3} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} m_e c^2 \int_{\mathcal{E} > \mathcal{E}_*}^{\infty} \frac{N(\mathcal{E})}{\mathcal{E}^2} \Phi(z) d\mathcal{E}. \quad (17.28)$$

Величина  $z$  связана с  $\mathcal{E}$  соотношением (17.25); нижний предел интегрирования (с  $\mathcal{E}_* = m_e c^2 \omega / \omega_L$ ) выбран так, чтобы удовлетворить условию существенного влияния среды (17.20).

Для получения полного коэффициента реабсорбции синхротронного излучения в присутствии среды («холодной» плазмы) следует, очевидно, сложить выражения (17.23) и (17.28), добавив к ним соответствующий интеграл в промежуточном интервале между I и II. В этом интервале, однако, выражение для  $P_{\omega_j}$  не упрощается; поэтому при расчете  $\mu_j$  в общем случае для широкого энергетического спектра релятивистских электронов следует пользоваться

точной формулой для  $P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E})$  (17.8), а не ее предельными выражениями (17.21), (17.24). Однако из отрицательности функции  $\Phi(z)$  при  $z > \tilde{z}$  ясно, что при специальном выборе распределения  $N(\mathcal{E})$  (а именно — при таком распределении, когда основной вклад в коэффициент реабсорбции дает область энергий, соответствующая интервалу  $z > \tilde{z} \simeq 1,35$ :

$$\mathcal{E} > \tilde{\mathcal{E}} \approx 2m_e c^2 \omega^2 \omega_B \omega_L^{-1} \sin \alpha \quad (17.29)$$

и одновременно удовлетворяющая условию (17.20)) реабсорбция станет отрицательной и синхротронное излучение будет усиливаться в самой системе излучающих релятивистских электронов.

Из сказанного следует, что эффект отрицательной реабсорбции и синхротронная неустойчивость в среде возникают благодаря существенному изменению зависимости мощности синхротронного излучения  $P_{\omega_j}(\omega, \mathcal{E})$  от энергии частицы  $\mathcal{E}$  по сравнению с соответствующей зависимостью в вакууме. Если в последнем случае  $\mathcal{E}^2 P_{\omega_j}$  монотонно увеличивается вместе с  $\mathcal{E}$ , то в среде величина  $\mathcal{E}^2 P_{\omega_j}$  возрастает только в области  $\mathcal{E} < \tilde{\mathcal{E}}$ ; при  $\mathcal{E} > \tilde{\mathcal{E}}$  она убывает с ростом  $\mathcal{E}$ . Заметим, что указанный характер изменения  $\mathcal{E}^2 P_{\omega_j}$  в области существенного влияния среды  $\mathcal{E} > \mathcal{E}_*$  имеет место лишь в том случае, если значение  $\tilde{\mathcal{E}}$ , при котором  $\mathcal{E}^2 P_{\omega_j}$  максимально, лежит в области  $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_*$  (т. е. если  $\tilde{\mathcal{E}} \gg \mathcal{E}_*$ ). Когда  $\tilde{\mathcal{E}} \lesssim \mathcal{E}_*$ , убывание  $\mathcal{E}^2 P_{\omega_j}$  с ростом  $\mathcal{E}$  происходит во всем интервале  $\mathcal{E} \gg \mathcal{E}_*$ .

**Отрицательная реабсорбция в системах с «моноэнергетическим» и степенным распределениями релятивистских электронов.** Проиллюстрируем эффект отрицательной реабсорбции синхротронного излучения на двух конкретных примерах энергетического спектра  $N(\mathcal{E})$ .

Рассмотрим сначала систему релятивистских электронов с узким («моноэнергетическим») спектром, максимум которого приходится на энергию  $\mathcal{E}_0$ . Ширина спектра  $\Delta \mathcal{E}$  предполагается достаточно малой для того, чтобы функции  $\mathcal{E}^{-5/3} K_{5/3}(z)$  и  $\mathcal{E}^{-2} \Phi(z)$  в (17.23), (17.28) можно было вынести за знак интеграла со значением в точке  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$  \*).

\* Однако величина  $\Delta \mathcal{E}$  должна быть достаточно большой по сравнению с расстоянием между двумя соседними значениями энергии  $\mathcal{E}$  частиц, излучающих на частоте  $\omega$ . Согласно (10.65) указанный

Выполнив эту операцию, получим

$$\left. \begin{aligned} \mu_j = \mu^I &= \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} \frac{e^2 c}{\omega_B \sin \alpha} \frac{(m_e c^2)^4}{\mathcal{E}_0^3} N_S K_{3/2}(z_0); \\ z_0 &= \frac{2}{3} \frac{\omega}{\omega_B \sin \alpha} \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} (17.30)$$

при  $\mathcal{E}_0 \ll \mathcal{E}_*$  и

$$\left. \begin{aligned} \mu_j = \mu^{II} &= \frac{\pi \sqrt{3}}{2} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_0^2} N_S \Phi(z_0); \\ z_0 &= \frac{2}{3} \frac{\omega_L^2}{\omega^2 \omega_B \sin \alpha} \left( \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2} \right) \end{aligned} \right\} (17.31)$$

при  $\mathcal{E}_0 \gg \mathcal{E}_*$ . Напомним, что  $\mathcal{E}_* = m_e c^2 \omega / \omega_L$ , а через  $N_S = 4\pi \int N(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$  здесь обозначена концентрация релятивистских электронов.

Коэффициент реабсорбции меняется с частотой следующим образом. На высоких частотах (в области I) зависимость  $\mu_j(\omega)$  описывается формулой (17.30). При этом реабсорбция положительна; коэффициент  $\mu_j$  при больших  $\omega$  экспоненциально мал, затем он быстро возрастает по мере уменьшения частоты. Миновав промежуточную область  $\omega \sim \omega_L \mathcal{E}_0 / m_e c^2$ , в которой  $\mu_j(\omega)$  не описывается формулами (17.30), (17.31), мы переходим в интервал II, где справедливо выражение (17.31). В этом интервале частот о характере функции  $\mu_j(\omega)$  можно судить по рис. 58, на котором представлен график  $\sqrt{z_0} \Phi(z_0) \sim \mu_j$  в функции от  $1/\sqrt{z_0} \sim \omega$ .

В зависимости от конкретных соотношений между параметрами системы в области II реализуются два случая. Если частота

$$\omega \approx \left( 0,5 \frac{\omega_L^2}{\omega_B \sin \alpha} \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2} \right)^{1/2}, \quad (17.32)$$

интервал равен  $m_e c^2 \omega_B / \omega$  и, следовательно, наш «моноэнергетический» спектр должен удовлетворять условию  $\Delta \mathcal{E} \gg m_e c^2 \omega_B / \omega$ . Только при этом условии мы имеем право заменить дискретный спектр синхронного излучения «сглаженным» спектром (17.8), (17.10) и использовать для коэффициента реабсорбции формулы, приведенные в этом параграфе [250, 251].

соответствующая значению  $z_0 = \tilde{z} \approx 1,35$ , располагается значительно ниже характерной частоты (17.31), т. е. если

$$\frac{\omega_L}{2\omega_B \sin \alpha} \ll \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2}, \quad (17.33)$$

то смена знака  $\Phi(z_0)$  приходится на область II. Тогда в высокочастотной части этой области коэффициент реабсорбции по-прежнему положителен и только ниже частоты, определяемой равенством (17.32), он становится

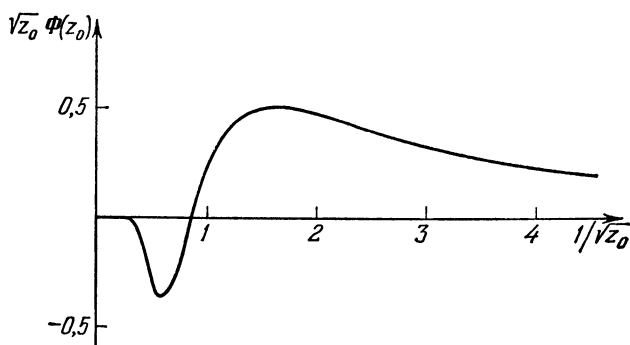


Рис 58. График зависимости  $\sqrt{z_0} \Phi(z_0)$  от  $1/\sqrt{z_0}$ .

отрицательным. Степень отрицательной реабсорбции (величина  $-\mu_j$ ) достигает максимума на частоте

$$\omega_{\max} \approx \left( 0,24 \frac{\omega_L^2}{\omega_B \sin \alpha} \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2} \right)^{1/2}, \quad (17.34)$$

соответствующей значению  $z_{\max} \approx 2,8$ , а затем быстро убывает с частотой по закону  $\mu_j(\omega) \sim \omega^{-4} e^{-a/\omega^2}$ . Из рис. 58 ясно, что частотный интервал, занимаемый областью синхротронной неустойчивости и усиления, довольно узок и расположен примерно в пределах  $\pm 0,3\omega_{\max}$ . В другом случае, когда частота (17.32) сравнима или больше  $\omega_L \mathcal{E}_0 / m_e c^2$ , т. е. когда

$$\frac{\omega_L}{2\omega_B \sin \alpha} \gtrsim \frac{\mathcal{E}_0}{m_e c^2}, \quad (17.35)$$

коэффициент  $\mu_j(\omega)$  будет отрицателен во всем интервале  $\omega^2 \ll \omega_L^2 (\mathcal{E}_0/m_e c^2)^2$ , где весьма существенно влияние среды. Однако при сильном неравенстве  $\omega_L/2\omega_B \sin \alpha \gg \mathcal{E}_0/m_e c^2$  величина  $z_0 \gg 1$  во всей области II и степень отрицательной реабсорбции станет экспоненциально малой. Это обстоятельство связано с резким падением мощности синхротронного излучения электрона при условии  $\omega_L/2\omega_B \gg \mathcal{E}_0/m_e c^2$  (см. (10.78))

В качестве второго примера рассмотрим систему релятивистских электронов со степенным энергетическим спектром вида

$$N(\mathcal{E}) = \begin{cases} \mathcal{K} \mathcal{E}^{-\nu} & \text{при } \mathcal{E}_1 < \mathcal{E} < \mathcal{E}_2, \\ 0 & \text{при } \mathcal{E} < \mathcal{E}_1; \mathcal{E} > \mathcal{E}_2. \end{cases} \quad (17.36)$$

Ограничимся для простоты случаем, когда  $\mathcal{E}_1$  удовлетворяет условию (17.20). Тогда степень реабсорбции полностью определяется областью существенного влияния среды, так что

$$\mu_j = \mu^{II} = 2\pi^2 \sqrt{3} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} m_e c^2 \mathcal{K} \int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}_2} \mathcal{E}^{-\nu-2} \Phi(z) d\mathcal{E}. \quad (17.37)$$

После замены переменной (17.25) получаем

$$\begin{aligned} \mu_j &= \\ &= 2\pi^2 \sqrt{3} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} \left( \frac{3\omega^2 \omega_B \sin \alpha}{2\omega_L^2} \right)^{-\nu-1} (m_e c^2)^{-\nu} \mathcal{K} \int_{z_1}^{z_2} z^{-\nu-2} \Phi(z) dz; \end{aligned} \quad (17.38)$$

пределы  $z_1$  и  $z_2$  определяются значениями  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Выражение для  $\mu_j$  упрощается, если  $z_1 \ll 1$  и  $z_2 \gg 1$ . Это имеет место при условии

$$\frac{2}{3} \frac{\omega_L^2}{\omega_B \sin \alpha} \frac{\mathcal{E}_1}{m_e c^2} \ll \omega^2 \ll \frac{2}{3} \frac{\omega_L^2}{\omega_B \sin \alpha} \frac{\mathcal{E}_2}{m_e c^2}. \quad (17.39)$$

Неравенство  $z_2 \gg 1$  позволяет заменить верхний предел в интеграле (17.38) на бесконечный, так как подынтегральное выражение быстро убывает при больших  $z$  (функция  $\Phi(z) \sim z^{3/2} e^{-z}$  при  $z \gg 1$ ). Вместе с тем неравенство  $z_1 \ll 1$  позволяет заменить нижний предел на нулевой, если интег-

рал от  $z^{-\nu-2} \Phi(z)$  при этом сходится. Поскольку функция  $z^{-\nu-2} \Phi(z)$  при  $z \ll 1$  пропорциональна  $z^{-\nu-2/3}$ , ясно, что сходимость будет обеспечена при условии  $\nu < -2/3$ . Считая это условие выполненным, получаем, что на частотах (17.39)

$$\mu_j \approx 2\pi^2 \sqrt{3} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} \times \\ \times \left( \frac{3\omega^2 \omega_B \sin \alpha}{2\omega_L^3} \right)^{-\nu-1} (m_e c^2)^{-\nu} \mathcal{K} \int_0^\infty z^{-\nu-2} \Phi(z) dz.$$

Подставив сюда выражения для  $\Phi(z)$  (17.27) и взяв первый из полученных интегралов по частям, приведем коэффициент  $\mu_j$  к следующему виду:

$$\mu_j \approx -2\pi^2 \sqrt{3} e^2 c \frac{\omega_B \sin \alpha}{\omega_L \omega} \times \\ \times \left( \frac{3\omega^2 \omega_B \sin \alpha}{2\omega_L^3} \right)^{-\nu-1} (m_e c^2)^{-\nu} \mathcal{K} \left( \frac{2}{\nu} + 1 \right) \int_0^\infty z^{-\nu} K_{\nu+1/2}(z) dz. \quad (17.40)$$

Поскольку интеграл в (17.40) всегда положителен, степень реабсорбции будет отрицательной, если индекс

$$\nu < -2. \quad (17.41)$$

Выше отмечалось, что функция распределения по импульсам  $f_S(p)$  пропорциональна  $\mathcal{E}^{-2} N(\mathcal{E})$ , т. е. величине  $\mathcal{E}^{-\nu-2}$  для степенного спектра. Поэтому критерий синхротронной неустойчивости (17.41) означает, что функция распределения по импульсам  $f_S(p)$  должна расти вместе с  $p$ .

**Заключительные замечания.** Возможность появления синхротронной неустойчивости в изотропной системе релятивистских электронов была отмечена при исследовании частотной зависимости степени синхротронной реабсорбции с учетом среды [199] (см. так же [200]). Указанное исследование основывалось на выражениях для степени реабсорбции  $\mu_j(\omega)$ , полученных методом коэффициентов Эйнштейна; в целом оно было проведено так, как это изложено в предыдущих разделах. Развитая затем кинетическая теория синхротронной неустойчивости [127, 245, 251, 252] подтвердила полученные результаты и позволила изучить изменение характера неустойчивости при увеличении



ширины энергетического спектра релятивистских электронов (от гидродинамической неустойчивости циклотронного типа для распределения по импульсам  $f_S(p) \sim \delta(p - p_0)$  к кинетической неустойчивости на одной гармонике и далее, при достаточно широкой функции  $f_S(p)$  — к синхротронной неустойчивости). Последняя возникает в условиях, когда эффективный вклад в излучение и поглощение на данной частоте вносят частицы с широким набором энергий  $\mathcal{E}$  (10.65), соответствующих разным значениям гармоник  $s$  (см. сноску на стр. 363).

Следует подчеркнуть, что требование полной изотропии распределения релятивистских частот по импульсам для справедливости приведенных выше коэффициентов синхротронной реабсорбции не обязательно. Вполне достаточно, чтобы функция  $f_S(p)$  мало менялась в интервале питчуглов  $\Delta\theta \sim [(m_e c^2 / \mathcal{E})^2 + 1 - n^2]^{1/2}$  около направления распространения волны, т. е. в интервале порядка характерной ширины диаграммы направленности синхротронного излучения в среде (см. § 11). Более того, при резко анизотропном характере распределения релятивистских частиц в импульсном пространстве, когда  $f_S(p)$  заметно меняется в пределах указанного выше интервала  $\Delta\theta$ , синхротронная неустойчивость возникает и в условиях, когда присутствие среды несущественно. На это обстоятельство было обращено внимание в [128, 253]; о синхротронной неустойчивости в системах с анизотропным распределением электронов см. [254] и приведенную там библиографию.

Ясно, однако, что реализация резко анизотропных распределений релятивистских частиц представляет собой трудную проблему. Следует поэтому ожидать, что в космических условиях синхротронная неустойчивость и отрицательная реабсорбция возникают скорее всего в системах релятивистских частиц с квазиизотропным энергетическим спектром, играющих роль примеси к «холодной» плазме. В настоящее время убедительные свидетельства о существовании синхротронной неустойчивости в космических условиях отсутствуют, хотя относительная мягкость требований к системе, где возможна подобная неустойчивость, делает появление последней весьма вероятным (см. [250]).

Важным признаком отрицательной реабсорбции в источнике синхротронного излучения (помимо общих соображе-

ний о возможной нестационарности и сложности частотного спектра из-за экспоненциального характера усиления) служит сильная циркулярная поляризация. В самом деле, реабсорбция синхротронного излучения характеризуется коэффициентами  $\mu_j$  ( $j = 1, 2$ ), относящимися к волнам двух типов (см. (17.6)). Однако при квазипродольном распространении с точностью до членов порядка  $m_e c^2 / \mathcal{E}$  и  $\sqrt{1 - n^2}$  фигурирующая в выражении для  $\mu_j$  величина  $P_{\omega j}$  определяется формулой (17.7); поэтому с указанной точностью  $\mu_1 = \mu_2$ . Более строгий кинетический расчет показывает, что  $\mu_1 \neq \mu_2$ , хотя значения  $\mu_1$  близки к  $\mu_2$  [245].

Если в источнике выполнено неравенство  $|\mu_1 - \mu_2|L \gtrsim 1$ , то выходящее за пределы области генерации синхротронное излучение будет циркулярно поляризовано со степенью поляризации  $\zeta_k$  порядка единицы (см. § 9).

Сказанное, разумеется, не следует понимать в том смысле, что когерентный синхротронный механизм может обеспечить только сильную круговую поляризацию излучения; если поляризация нормальных волн отличается от круговой, то при  $|\mu_1 - \mu_2|L \gtrsim 1$  излучение будет поляризовано иначе.

При исследовании синхротронной реабсорбции в этом параграфе постоянно предполагалось, что показатель преломления и поляризационные характеристики нормальных волн определяются «холодной» плазмой, в то время как релятивистские электроны непосредственно участвуют в процессе излучения и поглощения волн. Такое разделение функций возможно в объектах, содержащих достаточно плотную нерелятивистскую плазму с примесью релятивистских частиц (межзвездная среда, солнечная корона). Наоборот, в условиях, характерных, например, для магнитосферы нейтронной звезды, где релятивистской энергией может обладать подавляющее число частиц, указанное приближение становится нереальным.

Согласно [127, 252] определяющая роль «холодной» плазмы сохраняется, если  $|n_2 - n_1| \gtrsim (c/2\omega) \mu_j$ , где  $n_2 - n_1$  — разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн в «холодной» плазме, а  $\mu_j$  — коэффициент реабсорбции, вносимый системой релятивистских частиц. Соответствующие значения электронной концентрации  $N$ , необходимой для выполнения указанного неравенства, нетрудно получить, учитывая конкретные выражения для

$n_2 - n_1$  и  $\mu_j$ . Так, например, в квазипродольном приближении (при  $\omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ ,  $\omega_B/\omega \ll 1$ ) разность  $n_2 - n_1$  задается выражением (9.13), а степень реабсорбции  $\mu_j$  для степенного энергетического спектра релятивистских частиц (в «вакуумном приближении» (10.84)) — формулой (17.11) «Холодная» плазма будет формировать поляризацию нормальных волн, если ее концентрация

$$N \gg g(\gamma) \frac{m_e c^2}{8\pi} \mathcal{K} \left( \frac{3e}{m_e^3 c^5} \frac{B_0}{\omega} \right)^{\gamma/2} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}. \quad (17.42)$$

При моноэнергетическом изотропном распределении релятивистских частиц роль неравенства (17.43) выполняет условие

$$N \gg N_S \sqrt{(m_e c^2/\mathcal{E})^2 + \omega_L^2/\omega^2} \quad (17.43)$$

( $N_S$  — концентрация релятивистских электронов).

В случае неравенств, обратных (17.42), (17.43), поляризация обыкновенных и необыкновенных волн зависит от их частоты и определяется характеристиками релятивистской плазмы. Так, например, в системе с моноэнергетическим изотропным спектром релятивистских электронов поляризация нормальных волн, распространяющихся под углом  $\alpha \gg m_e c^2/\mathcal{E}$  к магнитному полю, оказывается линейной на частотах  $\omega \sim \omega_c \equiv \frac{3}{2} \omega_B \sin \alpha (\mathcal{E}/m_e c^2)^2$ ; в системе со степенным распределением  $N(\mathcal{E})$  поляризация может быть как линейной, так и круговой (а также эллиптической), в зависимости от величин  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  — энергий на границах степенного спектра (17.36) [127]. Выражения для коэффициентов синхротронной реабсорбции в системе со степенным энергетическим спектром и линейной поляризацией нормальных волн приведены и обсуждаются в [134].

Если распределение релятивистских электронов — резко анизотропное, то синхротронная неустойчивость возможна в отсутствие «холодной» плазмы. Указанная неустойчивость, однако, появляется и при изотропном распределении частиц, если роль среды, обеспечивающей отличие показателя преломления от единицы, играют сами излучающие электроны [252]. Выше было выяснено, что в системе с «моноэнергетическим» изотропным спектром релятивистских электронов, погруженной в «холодную» плазму, синхро-

тронная неустойчивость имеет место на частотах  $\omega \sim \omega_{\max}$  (17.34), если показатель преломления среды при этом удовлетворяет условиям  $(m_e c^2 / \mathcal{E})^2 \ll 1 - n^2(\omega) \ll 1$ . В отсутствие «холодной» плазмы  $1 - n^2(\omega) \approx \Omega_L^2 / \omega^2$ , где  $\Omega_L$  — релятивистская плазменная частота, квадрат которой равен  $(4\pi e^2 N_S / m_e) \cdot (m_e c^2 / \mathcal{E}_0)$  (см. § 5). Тогда указанные условия синхротронной неустойчивости можно представить в виде [255]

$$\left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_0} \right)^2 \ll \left( \frac{B_0^2 \sin^2 \alpha}{\mathcal{E}_0 N_S} \right)^{1/2} \ll 1, \quad (17.44)$$

учитывая при этом, что в рассматриваемой релятивистской системе частота нарастающих волн  $\omega$  получается из (17.34) заменой  $\omega_L \rightarrow \Omega_L$ . Для углов  $\alpha \sim 1$  правое неравенство (17.44) требует, чтобы энергия системы частиц намного превышала энергию магнитного поля. Это требование в космических условиях реализовать нелегко; однако оно становится более мягким при переходе к углам  $\alpha \ll 1$ .

Заметим наконец, что здесь речь шла о синхротронной неустойчивости в системах с показателем преломления  $n < 1$ ;  $1 - n \ll 1$ . Характер неустойчивости в среде с  $n > 1$ ;  $n - 1 \ll 1$  резко меняется [256], что, очевидно, связано прежде всего с изменением характера собственного излучения релятивистских частиц в среде с  $n > 1$  по сравнению с излучением при  $n < 1$  (см. § 10). Одновременное возбуждение волн с  $n(\omega) > 1$  и  $n(\omega) < 1$  релятивистскими электронами в «холодной» плазме было изучено в [255] на примере синхротронной неустойчивости плазменных волн в диапазоне частот, где показатель преломления  $n_{\text{пл}}(\omega)$  близок к единице, а разность  $n_{\text{пл}}(\omega) - 1$  меняет знак. При этом характер неустойчивости в области  $n_{\text{пл}}(\omega) < 1$  напоминает синхротронную неустойчивость на электромагнитных волнах (но с более высокими инкрементами). В интервале частот, где  $n_{\text{пл}}(\omega) > 1$ , зависимость  $\mu_{\text{пл}}(\omega)$  существенно иная: она имеет осциллирующий характер, с заходом в область усиления  $\mu_{\text{пл}}(\omega) < 0$  при осцилляциях достаточно большой амплитуды.

## ГЛАВА VII

### РАССЕЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

До сих пор в качестве основных факторов, определяющих характер переноса излучения, рассматривались излучение и поглощение в среде (включая отрицательную реабсорбцию в неравновесной плазме). В этих процессах элементарными актами взаимодействия излучения со средой служат испускание и поглощение фотонов (плазмонов) отдельными заряженными частицами плазмы. Однако есть и другие процессы, оказывающие существенное влияние на характер переноса излучения. Мы имеем в виду рассеяние последнего на волнах и частицах — процесс, который складывается из элементарных актов столкновения фотонов между собой или с частицами плазмы. Эти эффекты при определенных условиях могут привести к радикальной перестройке углового и частотного спектров излучения, а также вызвать конверсию (трансформацию) излучения из одной моды в другую. Последнее обстоятельство особенно важно для плазменных механизмов космического радиоизлучения, эффективное действие которых невозможно без передачи энергии из возбужденных плазменных волн в электромагнитное излучение, способное выйти за пределы плазмы (см. стр. 159). Отметим наконец, что в этой главе приведены лишь те сведения о рассеянии излучения, которые необходимы для первоначального ознакомления с указанными процессами и их приложениями в астрофизике. Для более подробного изучения этих вопросов читатель может обратиться к монографиям и обзорам [7, 66, 74, 197, 257—260].

#### § 18. Рассеяние волн на частицах плазмы

**Спонтанное и индуцированное рассеяния.** Как уже отмечалось, при квантовой трактовке рассеяния волн на частицах процесс рассеяния сводится к «упругим»

столкновениям фотонов (плазмонов) с частицами плазмы. Такие столкновения происходят с сохранением энергии и импульса взаимодействующих частиц

$$\mathcal{E} + \hbar\omega = \mathcal{E}' + \hbar\omega', \quad (18.1)$$

$$\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} = \mathbf{p}' + \hbar\mathbf{k}', \quad (18.2)$$

где  $\mathcal{E}$  и  $\mathbf{p}$  — энергия и импульс частицы,  $\hbar\omega$  и  $\hbar\mathbf{k}$  — энергия и импульс фотона до столкновения; соответствующие величины после рассеяния отмечены штрихами. Считая относительное изменение энергии частицы в процессе рассеяния достаточно малым, представим  $\mathcal{E}'$  в таком виде:  $\mathcal{E}' = \mathcal{E} + \frac{d\mathcal{E}}{d\mathbf{p}} \Delta\mathbf{p}$ , где  $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} = \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  и  $d\mathcal{E}/d\mathbf{p} = \mathbf{v}$  как для релятивистских, так и для нерелятивистских частиц. Учитывая далее закон сохранения энергии (18.1), приходим к выводу, что в каждом элементарном акте рассеяния кванта на частице со скоростью  $\mathbf{v}$  должно соблюдаться соотношение

$$\omega - \omega' = (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{v}. \quad (18.3)$$

Введем вероятность рассеяния излучения  $\omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , определив ее так, чтобы величина  $\omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{d^3k'}{(2\pi)^3}$  характеризовала отнесенную к единице времени вероятность перехода фотона с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  в фазовый объем  $d^3k'$  при рассеянии на частице с импульсом  $\mathbf{p}$  \*). При этом предполагается, что величина  $\omega$  не зависит от величины интенсивности излучения. Поэтому она характеризует процесс спонтанного рассеяния, равно как независимая от интенсивности вероятность  $A_m^n$  описывает процесс спонтанного излучения (см. § 14). Наряду со спонтанным рассеянием существует также индуцированное рассеяние — с вероятностью  $\tilde{\omega}N_{\mathbf{k}'}$ , пропорциональной  $N_{\mathbf{k}'}$  — числу фотонов (плазмонов) в единичном объеме, приходящихся на одну моду с волновым вектором  $\mathbf{k}'$  \*\*). Учитывая связь между  $N_{\mathbf{k}'}$  и  $W_{\mathbf{k}'}$  вида (14.28), заключаем, что вероятность индуцированного рассеяния пропорциональна плотности

\*) Напомним, что  $d^3k' (2\pi)^{-3}$  есть число мод в объеме  $d^3k'$  пространства волновых векторов  $\mathbf{k}'$  и в единичном объеме координатного пространства (см. (2.14)).

\*\*\*) Понятие индуцированного рассеяния было введено Паули [261].

энергии рассеянного излучения (т. е. излучения, в которое происходит рассеяние).

Величина вероятности спонтанного рассеяния  $\omega(p, k, k')$  зависит от конкретного характера «рассеивающего центра» и типа нормальных волн, участвующих в процессе рассеяния. Однако связь между  $\omega(p, k, k')$ ,  $\tilde{\omega}(p, k, k')$ ,  $\omega(p', k', k)$  и  $\tilde{\omega}(p', k', k)$ , где две последние величины относятся к обратному процессу рассеяния из  $k'$  в  $k$ , имеет универсальный характер. Она может быть установлена из баланса процессов рассеяния в условиях термодинамического равновесия [262], аналогично тому, как это было сделано в § 14 для коэффициентов Эйнштейна.

Число переходов в единицу времени из фазового объема  $d^3k$  в фазовый объем  $d^3k'$  при рассеянии  $k \rightarrow k'$  будет равно

$$[N_k \omega(p, k, k') + N_k N_{k'} \tilde{\omega}(p, k, k')] N_p \frac{d^3k d^3k'}{(2\pi)^6}.$$

Число обратных переходов в единицу объема координатного пространства при рассеянии  $k' \rightarrow k$  составит соответственно

$$[N_{k'} \omega(p', k', k) + N_{k'} N_k \tilde{\omega}(p', k', k)] N_{p'} \frac{d^3k d^3k'}{(2\pi)^6}.$$

Здесь через  $N_p$  и  $N_{p'}$  обозначены концентрации рассеивающих частиц с импульсами  $p$  и  $p'$ . В приведенных выражениях также учтено, что число квантов в фазовом объеме  $d^3k$  равно  $N_k d^3k (2\pi)^{-3}$ .

Для установления термодинамического равновесия достаточно, чтобы в условиях, когда числа квантов  $N_k$ ,  $N_{k'}$  и «населенности»  $N_p$ ,  $N_{p'}$  определяются их равновесными значениями, количество прямых и обратных актов рассеяния было одинаковым, т. е.

$$[N_k \omega(p, k, k') + N_k N_{k'} \tilde{\omega}(p, k, k')] N_p = [N_{k'} \omega(p', k', k) + N_{k'} N_k \tilde{\omega}(p', k', k)] N_{p'}. \quad (18.4)$$

Отношение  $N_{p'}/N_p$  определяется здесь формулой Больцмана (14.9); с учетом закона сохранения (18.1) это отношение можно представить в виде

$$\frac{N_{p'}}{N_p} = \exp \left[ \frac{\hbar(\omega' - \omega)}{\kappa T} \right]. \quad (18.5)$$

Числа фотонов  $N_k$ ,  $N_{k'}$  в свою очередь описываются формулой Планка ([36] § 60):

$$N_k = (e^{\hbar\omega/kT} - 1)^{-1}; \quad N_{k'} = e^{\hbar\omega'/kT} - 1)^{-1}. \quad (18.6)$$

В области закона Вина ( $\hbar\omega \gg kT$ )

$$N_k = e^{-\hbar\omega/kT}, \quad N_{k'} = e^{-\hbar\omega'/kT}; \quad (18.7)$$

в области Рэлея — Джинса ( $\hbar\omega \ll kT$ )

$$N_k = \frac{kT}{\hbar\omega}, \quad N_{k'} = \frac{kT}{\hbar\omega'}. \quad (18.8)$$

Последние выражения непосредственно следуют также из формул (2.15) и (14.28). При низких температурах ( $T \rightarrow 0$ ) из (18.4) с учетом (18.5), (18.7) получаем

$$\omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \omega(\mathbf{p}', \mathbf{k}', \mathbf{k}). \quad (18.9)$$

Для высоких температур ( $T \rightarrow \infty$ ) из (18.4), (18.5), (18.8) следует, что

$$\tilde{\omega}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \tilde{\omega}(\mathbf{p}', \mathbf{k}', \mathbf{k}). \quad (18.10)$$

Наконец, из (18.4) с учетом (18.5), (18.6) и только что полученных равенств (18.9), (18.10) находим

$$\omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \tilde{\omega}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}'). \quad (18.11)$$

Равенство вероятностей спонтанного рассеяния  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$  и  $\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}$  (18.9), (18.10) и соотношение (18.11), характеризующее связь между вероятностями спонтанного и индуцированного рассеяния, справедливы и в отсутствие термодинамического равновесия, по тем же причинам, что и соотношения между коэффициентами Эйнштейна  $A_m^n$ ,  $B_m^n$ ,  $B_n^m$  (см. § 14).

**Кинетическое уравнение для фотонов и уравнение переноса излучения.** Зная соотношения между вероятностями рассеяния, нетрудно написать уравнения, характеризующие изменение числа квантов во времени. Эти уравнения принято называть кинетическими уравнениями для фотонов (плазмонов) с учетом процессов рассеяния. Число квантов, покидающих в единицу времени единичный фазовый объем за счет спонтанного и индуцированного рассеяния, равно

$$\int N_k (N_{k'} + 1) \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') f_0(\mathbf{p}) \frac{d^3p \, d^3k'}{(2\pi)^6};$$



число квантов, входящих в этот объем, составляет

$$\int N_{k'} (N_k + 1) \omega(\mathbf{p}', \mathbf{k}', \mathbf{k}) f_0(\mathbf{p}') \frac{d^3 p' d^3 k'}{(2\pi)^6}$$

(здесь  $f_0(\mathbf{p})$ ,  $f_0(\mathbf{p}')$  — функции распределения частиц по импульсам). Однако  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  и  $\omega(\mathbf{p}', \mathbf{k}', \mathbf{k}) = \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ; поэтому последнее выражение можно представить в виде

$$\int N_{k'} (N_k + 1) \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') f_0(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}') \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^6}.$$

Поскольку число фотонов в единичном фазовом объеме составляет  $N_k (2\pi)^{-3}$ , из сказанного ясно, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_k}{\partial t} = & \int \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') N_{k'} f_0(\mathbf{p}) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3} - \\ & - N_k \int \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') f_0(\mathbf{p}) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3} + \\ & + N_k \int \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}') N_{k'} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (18.12) \end{aligned}$$

В полученном кинетическом уравнении \*) для  $N_k$  учтено, что в классической плазме изменение импульса частицы  $\Delta \mathbf{p} = \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  при каждом элементарном акте рассеяния мало по сравнению с характерной шириной функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$ . Поэтому последнюю можно разложить в ряд по степеням  $\hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$  и ограничиться первыми двумя членами, что и сделано при переходе к (18.12).

Поскольку рассеяние не связано с «рождением» и «исчезновением» фотонов, оно вызывает только перераспределение последних в пространстве импульсов  $\hbar\mathbf{k}$ . Ясно, что и кинетическое уравнение (18.12) описывает процессы, идущие с сохранением общего числа квантов излучения, заполняющих фазовое пространство. Из вида (18.12) следует, что спонтанные процессы, характеризующиеся первыми двумя членами в правой части уравнения, увеличивают число  $N_k$  при обмене квантами  $\mathbf{k}' \rightleftharpoons \mathbf{k}$ , если  $N_{k'} > N_k$ ;

\*) Кинетическое уравнение для фотонов, рассеивающихся на частицах плазмы, было получено в [263]. Отметим также, что уравнение в форме (18.12) (вместе с условием рассеяния (18.3)) не учитывает влияния постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  на состояние рассеивающих частиц. Поэтому в магнитоактивной плазме кинетическое уравнение, вообще говоря, отличается от (18.12) (см., например, [264]).

наоборот, число квантов  $N_k$  убывает за счет спонтанного рассеяния  $k' \rightleftharpoons k$ , если  $N_{k'} < N_k$ . Отсюда следует, что спонтанное рассеяние приводит к перераспределению фотонов (плазмонов) из области фазового пространства с большим числом  $N_k$  в область, где число квантов меньше. Иными словами, спонтанное рассеяние выравнивает распределение  $N_k$  в пространстве волновых векторов.

Роль индуцированного рассеяния в перераспределении фотонов по пространству  $k$  сложнее: она зависит от знака  $(k - k')df_0/dp$  в третьем члене уравнения (18.12), описывающем такое рассеяние. Ситуация упрощается, если функция распределения рассеивающих частиц изотропна:  $f_0(\mathbf{p}) = f_0(p)$ . Тогда производная \*)

$$\frac{\partial f_0}{\partial p} = \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dp} = v \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}} = -v \frac{f_0(p)}{\kappa T}, \quad (18.13)$$

где  $\mathcal{E}$  — энергия частицы с импульсом  $p$ , и с учетом (18.3) третий член в кинетическом уравнении (18.12) примет вид

$$N_k \int \omega \hbar (\omega - \omega') N_{k'} \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (18.14)$$

В плазме с  $\partial f_0/\partial \mathcal{E} < 0$  (например, в равновесной плазме; см. (18.13)) знак подынтегрального выражения противоположен знаку разности  $\omega - \omega'$ . Отсюда нетрудно заключить, что индуцированное рассеяние, вызывающее обмен фотонами между двумя элементами объема фазового пространства  $d^3 k$  и  $d^3 k'$ , увеличивает число фотонов с частотой  $\omega$ , если  $\omega < \omega'$ , и уменьшает его при  $\omega > \omega'$ . Таким образом, процессы индуцированного рассеяния ведут к перераспределению числа фотонов из областей фазового пространства с большей частотой в область с меньшей частотой; энергия фотонов  $\hbar\omega$  в процессе индуцированного рассеяния постепенно уменьшается, а энергия рассеивающих частиц увеличивается. Подчеркнем, что указанное направление «перекачки» фотонов по спектру относится к плазме, в которой  $f_0(p)$  изотропна и  $\partial f_0/\partial \mathcal{E} < 0$ . Нарушение этих условий может изменить направление перекачки (что и происходит, например, при рассеянии на пучках заряженных частиц в плазме [265]).

\*) Последнее равенство справедливо для максвелловского распределения частиц.

Кинетическое уравнение для числа квантов  $N_k$  можно преобразовать, используя соотношение (14.28); тогда оно примет форму уравнения переноса для плотности энергии  $W_k$ :

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + v_{гр} \frac{\partial W_k}{\partial l} = \int \omega \frac{\omega}{\omega'} W_{k'} f_0(p) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3} - \\ - W_k \int \omega f_0(p) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3} + W_k \int \omega \frac{k-k'}{\omega'} W_{k'} \frac{\partial f_0}{\partial p} d^3 p d^3 k'. \quad (18.15)$$

Здесь  $\omega = \omega(p, k, k')$ ; в левую часть уравнения добавлен член  $v_{гр} \partial W_k / \partial l$ , учитывающий возможную неоднородность в распределении плотности энергии  $W_k$  вдоль луча (ср. с уравнением переноса (8.26)).

Сопоставление (18.15) с уравнением переноса для плотности энергии (8.26) показывает также, что роль излучательной способности  $\alpha_k$  играет первый член из правой части (18.15), характеризующий спонтанное рассеяние всех  $k'$  в  $k$ :

$$\alpha_k = \int \omega \frac{\omega}{\omega'} W_{k'} f_0(p) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (18.16)$$

Второй член, описывающий спонтанное рассеяние из  $k$  во все  $k'$ , и третий член, определяющий индуцированное рассеяние для прямого ( $k \rightarrow k'$ ) и обратного ( $k' \rightarrow k$ ) процессов, в сумме дают величину  $-\beta_j W_k = -2\gamma_j W_k$ , где  $\gamma_j$  имеет смысл коэффициента затухания вследствие рассеяния:

$$\gamma_j = \int \omega f_0(p) \frac{d^3 p d^3 k'}{2(2\pi)^3} - \int \omega \frac{k-k'}{2\omega'} W_{k'} \frac{\partial f_0}{\partial p} d^3 p d^3 k'. \quad (18.17)$$

Далее, уравнение (18.15) с помощью (8.27) можно представить в форме уравнения переноса интенсивности (8.28); тогда коэффициент поглощения из-за рассеяния будет равен  $\mu_j = 2\gamma_j v_{гр}^{-1}$ , где  $\gamma_j$  — из (18.17), а излучательная способность  $a_\omega = k^2 \alpha_k (|\cos \Theta_j| v_{гр})^{-1}$ ; величина  $\alpha_k$  задана выражением (18.16).

Первый член в формуле для коэффициента затухания (18.17) (мы будем обозначать его через  $\gamma_j^{сп}$  \*) обусловлен

\*) В астрофизике величина  $\mu_j^{сп} = 2\gamma_j^{сп} v_{гр}^{-1}$  обычно называется коэффициентом экстинкции.

спонтанным рассеянием излучения с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Оно всегда дает положительный вклад в  $\gamma_j$ , увеличивая эффективное затухание излучения с плотностью энергии  $W_k$ . Второй член ( $\gamma_j^{\text{инд}}$ ) описывает индуцированное рассеяние из  $\mathbf{k}$  во все  $\mathbf{k}'$  и обратно; он отличен от нуля лишь при  $W_{k'} \neq 0$ . Знак  $\gamma_j^{\text{инд}}$  зависит, очевидно, от знака разности  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  и производной от функции распределения рассеивающих частиц  $\partial f_0 / \partial p$ . При изотропном распределении по скоростям для коэффициента индуцированного рассеяния справедливо следующее выражение (ср. с (18.14)):

$$\gamma_j^{\text{инд}} = - \int \omega \frac{\omega - \omega'}{2\omega'} W_{k'} \frac{\partial f_0}{\partial \mathcal{E}} d^3p d^3k'. \quad (18.18)$$

В равновесной плазме  $\partial f_0 / \partial \mathcal{E} < 0$  и, следовательно, интервал частот  $\omega' < \omega$  дает положительный, а область  $\omega' > \omega$  — отрицательный вклад в величину  $\gamma_j^{\text{инд}}(\omega)$ . Результирующий знак  $\gamma_j^{\text{инд}}$  зависит, очевидно, от распределения плотности энергии  $W_{k'}$  по спектру:  $\gamma_j^{\text{инд}} < 0$ , если энергия волн, взаимодействующих с излучением частоты  $\omega$ , сосредоточена преимущественно в области более высоких частот.

Уравнение переноса (18.15) описывает изменение плотности энергии  $W_k$  из-за процессов рассеяния на частицах; влияние процессов излучения и поглощения в плазме на величину  $W_k$  при этом можно учесть, если включить в правую часть (18.15) член  $\alpha_k^{\text{изл}} - 2\gamma_j^{\text{погл}} W_k$ , в котором  $\alpha_k^{\text{изл}}$  характеризует спонтанное излучение, а  $\gamma_j^{\text{погл}}$  — поглощение в плазме, связанное с соударениями частиц или затуханием Ландау (см. §§ 11, 12). Результирующий коэффициент затухания в уравнении переноса тогда примет вид

$$\gamma_j = \gamma_j^{\text{сп}} + \gamma_j^{\text{инд}} + \gamma_j^{\text{погл}}. \quad (18.19)$$

В случае, когда коэффициент индуцированного рассеяния  $\gamma_j^{\text{инд}}$  отрицателен и достаточно велик по модулю ( $-\gamma_j^{\text{инд}} > \gamma_j^{\text{сп}} + \gamma_j^{\text{погл}} > 0$ ), результирующий коэффициент затухания также становится отрицательным. При этом на частоте  $\omega$  возникает неустойчивость («раскачка» колебаний), связанная с индуцированным рассеянием. В отличие от неустойчивостей, связанных с индуцированным излучением и возникающих при инверсной населенности частиц в плазме (см. § 14), обсуждаемая неустойчивость может иметь место и в равновесной плазме. Однако для ее

появления необходимо, чтобы распределение плотности излучения  $W_k$  по спектру имело резко неравновесный характер.

**Рассеяние излучения с одномерным спектром. Дифференциальная и интегральная перекачка.** Сложность интегродифференциального уравнения переноса (18.15) заставляет искать условия, в которых его анализ становится более доступным. Так, например, при рассмотрении интервалов времени  $\Delta t \ll 1/\gamma_j$  или расстояний  $\Delta l \ll 1/\mu_j$  влиянием на плотность энергии  $W_k$  индуцированного рассеяния, равно как и поглощением из-за диссипации и спонтанного рассеяния в плазме, можно пренебречь\*). Это означает, что в уравнении (18.15) можно оставить лишь первый член, характеризующий излучательную способность  $\alpha_k$  за счет спонтанного рассеяния волн  $k'$  в волну  $k$ .

С другой стороны, существенное упрощение уравнения переноса (18.15) возможно в случае, когда уровень излучения достаточно высок. Это позволяет пренебречь спонтанным рассеянием по сравнению с индуцированным и, следовательно, оставить в правой части (18.15) только последний член  $2\gamma_j^{\text{инд}} W_k$ . Дальнейшее упрощение (и большая наглядность) достигается за счет определенных предположений о характере углового спектра излучения, например, изотропии или одномерности распределения  $W_k$ ,  $W_{k'}$  в пространстве волновых векторов.

В нерелятивистской равновесной плазме уравнение переноса (18.15) с учетом только индуцированного рассеяния запишется в форме

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + v_{\text{гр}} \frac{\partial W_k}{\partial l} = -2\gamma_j^{\text{инд}} W_k, \quad (18.20)$$

$$2\gamma_j^{\text{инд}} = \int \omega_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{\omega - \omega'}{\omega' \kappa T_\alpha} W_{k'} d^3 k'; \quad (18.21)$$

здесь учтено, что для максвелловского распределения рассеивающих частиц  $\partial f_0 / \partial \mathcal{E} = -f_0(\mathbf{p}) / \kappa T$  (18.13), и введено обозначение

$$\omega_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \int \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') f_0(\mathbf{p}) d^3 p \quad (18.22)$$

\* Здесь  $\mu_j$  — результирующий коэффициент поглощения, равный  $2\gamma_j v_{\text{гр}}^{-1}$  ( $\gamma_j$  — коэффициент затухания (18.19)).

(индекс  $\alpha$  указывает здесь на сорт рассеивающих частиц). Вероятность рассеяния  $\omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$  отлична от нуля только при условии (18.3). Это означает, что она пропорциональна  $\delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v})$ , где через  $\omega_-$  и  $\mathbf{k}_-$  обозначены разности  $\omega - \omega'$  и  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  соответственно. Поскольку в равновесной плазме  $f_0(\mathbf{p}) \sim e^{-p^2/2m_\alpha \times T_\alpha}$ , интегрирование в (18.22) с учетом дельта-функции от  $\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}$  дает

$$\omega_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \omega_\alpha^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{\exp(-\omega_-^2/2k_-^2 v_\alpha^2)}{|\mathbf{k}_-|}. \quad (18.23)$$

Вид  $\omega_\alpha^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  зависит от конкретного характера рассеивающих центров в плазме (см. далее (18.51) и (18.52)).

Имея в виду дальнейшие приложения, рассмотрим более подробно перенос излучения с одномерными спектрами вида:

$$\left. \begin{aligned} W_k d^3k &= W(k) \delta(\Omega - \Omega_0) dk d\Omega, \\ W_{k'} d^3k' &= W(k') \delta(\Omega' - \Omega'_0) dk' d\Omega'. \end{aligned} \right\} \quad (18.24)$$

Здесь  $W(k)$ ,  $W(k')$  — одномерные распределения плотности энергии излучения,  $d\Omega$  и  $d\Omega'$  — элементы телесных углов,  $\Omega = \mathbf{k}/k$  и  $\Omega' = \mathbf{k}'/k'$  — единичные векторы. Умножим обе части уравнения (18.20) на  $d^3k$  и подставим в него (18.21) и (18.24). Проведя затем интегрирование по телесным углам  $d\Omega$  и  $d\Omega'$ , получим уравнение переноса для одномерных спектров  $W(k)$  и  $W(k')$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(k)}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial W(k)}{\partial l} &= \\ &= - \int \omega_\alpha(k, k') \frac{\omega_-}{\omega' \times T_\alpha} W(k) W(k') dk'. \end{aligned} \quad (18.25)$$

Здесь  $\omega_\alpha(k, k')$  определяется формулой (18.23) с фиксированным направлением волновых векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  (вдоль  $\Omega_0$  и  $\Omega'_0$  соответственно). В нее входит экспоненциальный фактор с показателем, зависящим от взаимной ориентации векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Если  $\theta_1$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , то экспонента увеличивается с ростом  $\theta_1$ , становясь наибольшей при  $\theta_1 = \pi$ . Когда величина  $\omega_\alpha(k, k')$  при  $\theta_1 = \pi$  много больше соответствующего значения для  $\theta_1 = 0$ , можно считать, что рассеяние излучения, имеющего одномерный спектр с волновыми векторами  $\mathbf{k}$ , происходит главным образом в волны с противоположными направлениями  $\mathbf{k}'$  (т. е.  $\Omega'_0 = -\Omega_0$  и  $\mathbf{k}' = (\mathbf{k} + k')^2$ ).

Выше, при обсуждении кинетического уравнения (18.12), отмечалось, что индуцированное рассеяние в равновесной плазме приводит к «перекачке» фотонов (волн) по спектру в сторону меньших значений частоты  $\omega$ . Эволюция спектра имеет «дифференциальный» характер, если ширина спектра  $W(k')$  по частотам

$$\Delta\omega \gg |k_-|v_{T\alpha}. \quad (18.26)$$

Это неравенство означает, что в каждом акте рассеяния частота сдвигается на величину  $|\omega_-| = |\omega - \omega'| \ll \Delta\omega$  (см. (18.3)). Для плазменных волн, занимающих (в согласии с дисперсионным уравнением (5.13)) частотный интервал  $\Delta\omega \lesssim 3k^2v_T^2/2\omega_L$ , дифференциальная перекачка возможна только при рассеянии на ионах (когда  $v_{T\alpha} = v_{Ti} \ll v_T^2/v_\phi$ , где  $v_T$  — тепловая скорость электронов, а  $v_\phi$  — фазовая скорость плазменных волн).

При условии (18.26) интегро-дифференциальное уравнение (18.25) можно заменить приближенно дифференциальным уравнением [295]. Рассмотрим в качестве примера рассеяние плазменных волн в плазменные на ионах. Тогда в (18.23) с точностью до коэффициента порядка единицы можно положить

$$\omega_\alpha^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \omega_i^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\sqrt{2\pi}}{16} \frac{\omega_L^2}{Nv_{Ti}} \cos^2 \theta_1, \quad (18.27)$$

где  $\theta_1$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  (см. (18.51)). При рассеянии волны с противоположными волновыми векторами ( $\mathbf{k} \uparrow \downarrow \mathbf{k}'$ )  $\cos^2 \theta_1 = 1$ . Из условия (18.26) тогда следует, что подынтегральное выражение в уравнении (18.25) (с  $\omega_\alpha$  в форме (18.23), (18.27)) представляет собой произведение «острой» функции  $\omega_- \exp(-\omega_-^2/2k_-^2v_{T\alpha}^2)$  на медленно меняющиеся функции. Поэтому с точностью до членов порядка  $|k_-|v_{T\alpha}/\Delta\omega$  в подынтегральном выражении можно заменить быстро меняющуюся функцию на производную от дельта-функции \*):

$$-\frac{\omega_-}{\sqrt{2\pi}|k_-|^3v_{T\alpha}^2} \exp(-\omega_-^2/2k_-^2v_{T\alpha}^2) \rightarrow \delta'(\omega_-). \quad (18.28)$$

\*) Множители перед экспонентой здесь выбраны так, чтобы дельта-функция удовлетворяла обычной нормировке  $\int \delta(\omega_-) d\omega_- = 1$

Напомним, что здесь  $v_{T_\alpha} = v_{T_i}$ ,  $k_- = k + k'$ ,  $\omega_- = \omega - \omega'$ . Интегрируя затем в (18.25) по  $k'$ , окончательно получаем

$$\frac{\partial W(k)}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial W(k)}{\partial l} = \frac{\pi}{18} \frac{\omega_L}{m_i N v_T} W(k) \frac{\partial W(-k)}{\partial k}. \quad (18.29)$$

При условии, обратном (18.26),

$$\Delta\omega \ll |k_-| v_{T_\alpha}, \quad (18.30)$$

мы имеем дело с «интегральной» перекачкой: в каждом акте рассеяния изменение частоты столь велико, что рассеянные волны выводятся за пределы полосы  $\Delta\omega$ , в которой сосредоточено рассеиваемое излучение. Если спектры  $W(k)$ ,  $W(k')$  по волновым векторам достаточно узкие:

$$\Delta k \ll k, \quad \Delta k' \ll k', \quad (18.31)$$

то уравнение переноса (18.25) можно существенно упростить, положив

$$W(k) = W\delta(k - k_0), \quad W(k') = W'\delta(k' - k'_0). \quad (18.32)$$

Здесь  $W$  и  $W'$  имеют смысл полной плотности энергии в спектрах  $W(k)$  и  $W(k')$ , сосредоточенных близ значений волновых чисел  $k_0$  и  $k'_0$ . Взяв в (18.25) интеграл по  $k'$  с учетом (18.32) и интегрируя уравнение (18.25) почленно по переменной  $k$ , получим

$$\frac{\partial W}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial W}{\partial l} = -\eta W W', \quad (18.33)$$

где

$$\eta = \omega_\alpha(k_0, k'_0) \frac{\omega(k_0) - \omega(k'_0)}{\omega(k'_0) \kappa T_\alpha}. \quad (18.34)$$

Следует иметь в виду, что аналогичное уравнение имеет место и для  $W'$ ; поэтому полная система включает в себя (18.33) и уравнение

$$\frac{\partial W'}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial W'}{\partial l} = \eta W W' \quad (18.35)$$

с тем же коэффициентом  $\eta$ . Таким образом, уравнение переноса излучения снова свелось к дифференциальной



форме, но теперь уже относительно интегральных характеристик спектра излучения  $W$  и  $W'$ .

**Стабилизация пучковой неустойчивости.** В § 15 было выяснено, что в системе поток — плазма возникает черенковская пучковая неустойчивость с инкрементом  $-\gamma^{\text{чер}} \sim \sim dF/dv_k$ , где  $dF/dv_k$  — производная от функции распределения электронов в потоке по проекциям скорости  $v$  на направление возбуждаемых плазменных волн  $k$  (см. (15.5)). Нарастание плотности энергии плазменных волн  $W(k)$  в резонансной области (т. е. в интервале фазовых скоростей  $v_{\phi}$ , приходящихся на область, где есть частицы пучка с  $v_k = v_{\phi}$ ) и соответствующее изменение вида  $F(v_k)$  под действием плазменных волн описывается системой квазилинейных уравнений (15.36), (15.37). Ее анализ показывает, что процесс эволюции  $F(v_k)$  и  $W(k)$  во времени (квазилинейная релаксация) заканчивается формированием плато на функции распределения  $F(v_k)$  с высоким уровнем плазменных волн над ним. При анализе квазилинейной релаксации в § 15 эффекты рассеяния плазменных волн не принимались во внимание. Их учет, однако, при определенных условиях может радикально изменить всю картину развития неустойчивости в плазме и, в частности, привести к нелинейной стабилизации пучковой неустойчивости (В. Н. Цытович, В. Д. Шапиро [266]).

Эффект стабилизации возникает в том случае, если высокий уровень рассеянных плазменных волн приводит к эффективному индуцированному рассеянию и «перекачке» плазменных волн в сторону меньших частот (высоких фазовых скоростей). Если указанное перераспределение энергии по спектру, выводящее плазменные волны из резонансной области и прекращающее их взаимодействие с пучком, происходит быстрее, чем процесс квазилинейной релаксации, последняя вообще не наступает: энергия плазменных волн сосредоточивается в нерезонансной области спектра, уровень плазменных волн в резонансной области остается низким, и распределение частиц в потоке почти не деформируется.

В § 15 была подробно рассмотрена квазилинейная релаксация «узкого» потока частиц (с начальной дисперсией по скоростям  $\Delta v_s \ll v_s$ ) при возбуждении последним плазменных волн с  $v_{\phi} \parallel v_s$ . Если же такой поток стабилизирован и квазилинейная релаксация не происходит,

то эволюция плазменных волн описывается системой уравнений, объединяющей (15.37), (18.33) и (18.35):

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -2\bar{\gamma}W - \eta WW' - 2\gamma^{\text{погл}}W, \quad (18.36)$$

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = \eta WW' - 2\gamma^{\text{погл}}W'. \quad (18.37)$$

Здесь  $\eta$  определено формулой (18.34), в случае затухания из-за столкновений  $2\gamma^{\text{погл}} = \nu_{\text{эфф}}$  (см. (12.9)),  $\bar{\gamma}$  — некоторое среднее значение черенковского декремента в области неустойчивости для потока с начальной функцией распределения по скоростям  $F_0(v_k)$ :

$$\bar{\gamma} = -2\pi^2 \frac{e^2 v_S^2}{m_e \omega_L} \frac{\partial \bar{F}_0}{\partial v_k} \approx -2\pi^2 \frac{e^2 v_S^2}{m_e \omega_L} \frac{N_S}{(\Delta v_S)^2}. \quad (18.38)$$

В (18.38) учтено, что в течение всего процесса стабилизации распределение частиц остается близким к первоначальному:  $\partial F/\partial v_k \approx \partial F_0/\partial v_k$  и  $v_k \approx v_S$ . Уравнения (18.36), (18.37) записаны для случая, когда все переменные и параметры не зависят от пространственных координат.

Допустим сначала, что стабилизация происходит в отсутствие поглощения плазменных волн ( $\nu_{\text{эфф}} = 0$ ), и найдем плотность энергии в нерезонансной области  $W'(\infty)$ , установившуюся в результате возбуждения и индуцированного рассеяния плазменных волн. Интегрируя (18.36), (18.37), нетрудно найти, что

$$W(t) + W'(t) = -\frac{2\bar{\gamma}}{\eta} \ln \frac{\eta W'(t)}{-2\bar{\gamma}} + C, \quad (18.39)$$

где  $C$  — константа интегрирования. Полагая здесь  $t = 0$  и  $t = \infty$ , получим два соотношения; почленное вычитание одного из другого позволяет получить величину  $W'(\infty)$ :

$$W'(\infty) \approx -\frac{2\bar{\gamma}}{\eta} \ln \frac{W'(\infty)}{W'(0)} \approx -\frac{2\bar{\gamma}}{\eta} \ln \frac{-2\bar{\gamma}}{\eta W'(0)}. \quad (18.40)$$

При переходе к (18.40) учтено, что начальный уровень шумов  $W(0)$ ,  $W'(0)$  и плотность энергии  $W(\infty)$  плазменных волн, установившихся в резонансной области, существенно ниже плотности энергии  $W'(\infty)$  в нерезонансной части спектра.

Процесс стабилизации, приводящий к конечному состоянию с  $W'(\infty)$  в форме (18.40), происходит следующим

образом. Сначала плотность энергии  $W$  плазменных волн, взаимодействующих с потоком частиц, нарастает вследствие неустойчивости по закону  $W(t) = W(0) e^{-2\gamma t}$ . Индуцированное рассеяние в этот период остается слабым из-за низкого уровня плазменных волн в нерезонансной области  $W'$ . Постепенно  $W'$  увеличивается, повышая эффективность индуцированного рассеяния, выводящего плазменные волны из взаимодействия с потоком. Поэтому  $W$  достигает максимума в момент  $t_{\max}$ , когда  $\partial W/\partial t = 0$  и  $W' = -2\bar{\gamma}/\eta$  (см. (18.36)). При этом величина  $W(t_{\max}) \sim W'(\infty)$ . Затем  $W$  начинает убывать, а  $W'$  по-прежнему нарастает, приближаясь к уровню  $W'(\infty)$ . Характерное время убывания  $W$  после момента  $t = t_{\max}$  тоже порядка  $t_{\max}$ . Из сказанного следует, что и за характерное время процесса стабилизации в целом ( $t_{\text{ст}}$ ) можно принять интервал от начала процесса  $t = 0$  до  $t = t_{\max}$ . Полагая для оценки, что на этом интервале  $W(t) \approx W(0)e^{-2\gamma t}$  и учитывая, что при  $t = t_{\max}$  величина  $W(t) \sim W'(\infty)$ , (18.40), получаем

$$t_{\text{ст}} \sim -\frac{1}{2\bar{\gamma}} \ln \frac{-2\bar{\gamma}}{\eta W(0)}. \quad (18.41)$$

Для того чтобы установить критерий стабилизации (т. е. условие, при котором изменение функции распределения в потоке несущественно и для описания процесса развития неустойчивости можно использовать систему уравнений (18.36), (18.37) с фиксированным значением  $\gamma$ ), следует обратиться к уравнению (15.36). Интегрируя его по времени, найдем, что

$$\delta F \equiv F_{\infty} - F_0 = \frac{\partial}{\partial v_k} \left( \frac{a}{v_k} \frac{\partial F_0}{\partial v_k} \int_0^{\infty} W(k, t) dt \right). \quad (18.42)$$

Здесь  $a = (2\pi)^2 e^2 / m_e^2$  и  $F_{\infty}$  — функция распределения  $F(v_k)$  при  $t \rightarrow \infty$ . В правой части мы положим  $\partial F / \partial v_k \approx \partial F_0 / \partial v_k$ , считая заранее изменение функции распределения частиц достаточно малым. Далее, согласно (18.37)

$$\int_0^{\infty} W(t) dt = \frac{1}{\eta} \ln \frac{W'(\infty)}{W'(0)}$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial v_k} \delta F \sim \frac{a}{v_S (\Delta v_S)^2 \eta \Delta k} \frac{\partial F_0}{\partial v_k} \ln \frac{W'(\infty)}{W'(0)}. \quad (18.43)$$

При переходе от (18.42) к (18.43) учтено, что  $\int_0^\infty W(k, t) dt \sim$

$\sim \frac{1}{\Delta k} \int_0^\infty W(t) dt$ , где  $\Delta k$  — характерная ширина резонансного

спектра, и что под знаком производной в (18.42) стоят функции, существенно меняющиеся на интервале  $\Delta v_k \sim \Delta v_S$ . Поэтому их дифференцирование по  $v_k$  приближенно соответствует делению на  $\Delta v_S$ . При

$$\frac{a}{v_S (\Delta v_S)^2 \eta \Delta k} \ln \frac{W'(\infty)}{W'(0)} \ll 1 \quad (18.44)$$

из (18.43) получаем:

$$\frac{\partial}{\partial v_k} \delta F \ll \frac{\partial}{\partial v_k} F,$$

т. е. неравенство (18.44) служит критерием стабилизации пучковой неустойчивости. Полагая  $\Delta k \approx \omega_L \Delta v_S / v_S^2$  и принимая во внимание оценку  $\bar{\gamma}$  (18.38), представим этот критерий в виде

$$-\frac{2\bar{\gamma}}{N_S m_e v_S \Delta v_S \eta} \ln \frac{-2\bar{\gamma}}{\eta W'(0)} \ll 1. \quad (18.45)$$

Коэффициент  $\eta$  в случае индуцированного рассеяния на ионах определяется согласно (18.23), (18.27), (18.34) выражением

$$\eta = \frac{3}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_L (k_0 - k'_0)}{m_e N v_{T_i}} \exp \left[ -\frac{(\omega_0 - \omega'_0)^2}{2v_{T_i}^2 (k_0 + k'_0)^2} \right], \quad (18.46)$$

где  $\omega_0 - \omega'_0 = 3(k_0^2 - k'^2_0) v_{T_i}^2 / 2\omega_L$  (см. (5.13)).

Поскольку энергия плазменных волн, возбужденных стабилизированным потоком, определяется формулой (18.40), из условия (18.45) следует, что  $W'(\infty) \ll N_S m_e v_S \Delta v_S$ , т. е. она много меньше убыли энергии потока при установлении «плато» шириной  $\Delta v_S$ . Однако процесс квазилинейной релаксации «узкого» потока завершается установлением плато шириной порядка  $v_S \gg \Delta v_S$  и передачей

в плазменные волны  $2/3$  своей энергии (см. § 15). Отсюда ясно, что в условиях стабилизации эффективность возбуждения плазменных волн резко уменьшается.

Выше при обсуждении стабилизации неустойчивости мы не учитывали затухания плазменных волн из-за соударений. Последние, однако, могут существенно изменить процесс стабилизации плазменных волн, придав ему пульсирующий характер (А. А. Андронов [267], В. Ю. Трахтенгерц [268]). Это особенно ясно в случае, когда время затухания плазменных волн ( $\sim 1/v_{эфф}$ ) много больше характерного времени стабилизации  $t_{ст} \sim -1/\bar{\gamma}$  (18.41). Исчезновение плазменных волн в нерезонансной области за время порядка  $1/v_{эфф}$  приведет к возобновлению процесса генерации и новому нарастанию  $W'$  за счет индуцированной перекачки. Описанная картина, повторяясь с периодом  $\tau \sim 1/v_{эфф}$ , точнее, с периодом [269]

$$\tau \approx \frac{1}{v_{эфф}} \ln \frac{-2\bar{\gamma}}{\eta W'(0)}, \quad (18.47)$$

и представляет собой пульсирующий режим генерации плазменных волн стабилизированным потоком.

Хотя изменения в распределении частиц  $F(v_k)$  за один период малы, они постепенно накапливаются, вызывая нелинейную релаксацию стабилизированного потока с образованием «плато». Однако в условиях стабилизации процесс релаксации совершается значительно медленнее, чем для нестабилизированного потока. Поскольку плотность энергии, передаваемая от частиц потока к плазменным волнам за один период пульсаций, равна  $W'(\infty)$ , поток теряет  $2/3$  своей энергии  $N_S m_e v_S^2 / 2$  и образует плато за время

$$t_{нел} \sim N_S m_e v_S^2 / 6 v_{эфф} W'(\infty). \quad (18.48)$$

Указанное время нелинейной релаксации при  $-\bar{\gamma} \gg v_{эфф}$  значительно превышает время квазилинейной релаксации  $t_{кв}$  (15.46). Заметим, что для интервалов  $t \ll t_{нел}$  динамика пульсирующего режима описывается уравнениями (18.36), (18.37) с  $\bar{\gamma} = \text{const}$ ; их исследование проведено в [270].

Принципиальная возможность стабилизации неустойчивости в космических условиях, причем не только пучковой, но и конусной, черенковской, синхротронной и пр. [7, 268, 271], не подлежит сомнению. Однако в каждом

конкретном случае наличие стабилизации может быть установлено только в результате детального анализа. Для классического примера действия плазменного механизма в космической плазме — всплесков III типа в солнечной короне — такой анализ показал, что критерий стабилизации (18.45) для основной массы всплесков, генерируемых электронными потоками, не выполняется ([219], см. также [272—274]). Сказанное означает, что возбуждение плазменных волн этими потоками происходит в режиме квазилинейной релаксации (§ 15). Вместе с тем из (18.45) ясно, что критерий стабилизации легче реализовать для ионных потоков, поскольку для них черенковский инкремент  $-\bar{\gamma}$  в  $(m_i/m_e)$  раз меньше (см. (15.5)). Некоторым указанием на возможность стабилизации пучковой неустойчивости в короне служат регистрируемые иногда всплески III типа с квазипериодическим изменением интенсивности радиоизлучения ( $\tau \sim 2-3$  сек). Такие изменения могут быть обусловлены пульсирующим режимом неустойчивости, чей период  $\tau$  (18.47) в условиях короны составляет секунды и доли секунды (для  $v_{эфф} \sim 1-10$  сек<sup>-1</sup>; см. § 12). Квазипериодические профили радиоизлучения  $I_{\omega}(t)$  чаще наблюдаются в радиоизлучении IV типа и в некоторых специальных видах солнечных радиовсплесков. Возможно, что это явление также связано с пульсирующим режимом пучковой и конусной черенковской неустойчивостей [269, 271]. О стабилизации и пульсирующем режиме конусной неустойчивости в условиях земной магнитосферы см. [268].

**Рэлеевское рассеяние в нерелятивистской плазме.** При конкретных расчетах вероятностей рассеяния волн следует учитывать, что между движением заряженных частиц в плазме существует корреляция, связанная с эффектом экранирования кулоновского заряда на расстояниях  $r \sim D$  ( $D$  — радиус Дебая; см. (1.4), (1.5)). Такая корреляция может существенно изменить эффективность рассеяния.

Характер экранирования (появления пространственного заряда противоположного знака) зависит от скорости движения частицы. Конкретно, вокруг положительного иона, имеющего заряд  $+e$  и движущегося со скоростью  $v \ll v_{Ti} = \sqrt{\kappa T/m_i}$ , возникает облако радиуса  $D$  с повышенной концентрацией электронов. Общий заряд такого

облака равен  $-e/2$ ; другая половина заряда иона компенсируется за счет недостатка ионов в дебаевской сфере. Экранировка поля электрона при скоростях  $v_{Ti} \ll v \ll v_T$  происходит несколько иначе: положительный пространственный заряд  $+e$  создается только за счет недостатка электронов в дебаевской сфере; концентрация ионов не меняется, поскольку последние, обладая скоростями порядка  $v_{Ti}$ , не «успевают» перераспределиться при движении частицы со скоростью  $v \gg v_{Ti}$ . И, наконец, заряженная частица, обладающая высокой скоростью  $v \gg v_T$ , вообще не в состоянии окружить себя экранирующей оболочкой из медленных частиц плазмы.

Из сказанного следует, что рассеяние излучения с любой длиной волны на быстрых частицах ( $v \gg v_T$ ) происходит как на свободных зарядах благодаря отсутствию в этом случае экранирующей оболочки \*). Для рассеяния электромагнитных волн в плазме приближение свободных частиц допустимо также на волнах короче дебаевского радиуса  $\lambda \ll D$  (т. е.  $kD \gg 1$ ): вклад в рассеянное излучение от распределенного дебаевского облака становится незначительным и эффективное рассеяние связано только с центральной частицей.

Наоборот, исследование рассеяния электромагнитных волн с  $kD \ll 1$  (на частицах нерелятивистской плазмы со скоростями  $v \lesssim v_T$ ), а также слабозатухающих плазменных волн, для которых всегда  $kD \ll 1$ , должно происходить с учетом экранирующих эффектов. При этом рассеяние происходит не на отдельных частицах плазмы, а на конгломератах, состоящих из частицы и окружающего ее дебаевского облака. Рассеяние на центральной частице представляет собой излучение при вынужденных колебаниях последней в поле падающей на нее волны. Когда частица окружена дебаевским облаком, то возникает второй эффект — излучение тока, наведенного волной в этом облаке.

---

\*) Мы отвлекаемся здесь от того обстоятельства, что быстрая частица в плазме излучает плазменные волны (за счет эффекта Вавилова—Черенкова); последние также дают вклад в общее сечение рассеяния на быстрой частице. Однако рассеяние волн на плазменных волнах относится уже к комбинационному типу рассеяния; оно рассматривается в § 19.

Эффективность рассеяния при этом существенно зависит от характера рассеивающего центра. Так, например, в случае, когда в роли последнего выступает ион ( $v \ll v_{Ti}$ ), окруженный дебаевским облаком электронов с общим зарядом  $-e/2$ , то благодаря большой массе иона эффект рассеяния на центральной частице будет мал по сравнению с рассеянием на электронном облаке. Поэтому основной вклад в вероятность и сечение рассеяния при этом дает экранирующее электронное облако. Если же центральной частицей служит электрон со скоростью  $v$  в интервале  $v_{Ti} \ll v \ll v_T$ , то его окружает облако пространственного заряда  $+e$ , созданное дефицитом электронов в дебаевской сфере. Поле рассеянного излучения от центральной частицы в значительной степени компенсируется полем рассеяния от окружающего облака. Полная компенсация не наступает благодаря конечному отношению длины волны к размерам облака; в результате вероятность рассеяния на экранированных электронах резко уменьшается (примерно в  $(kD)^2$  раз) по сравнению с вероятностью рассеяния на экранированных ионах [263]. Указанная вероятность возрастет, если учесть роль ионов в создании экранирующего облака вокруг электрона. Благодаря влиянию последних пространственный заряд, созданный дефицитом электронов в дебаевской сфере, будет отличаться от  $+e$ , что несколько уменьшит степень компенсации [258, 266].

Выше предполагалось, что эффект рассеяния в плазме сводится к излучению при вынужденных колебаниях частицы (и экранирующего облака) в поле проходящей волны. Такое представление правильно, если рассеивается поперечная электромагнитная волна; однако при рассеянии продольных плазменных волн оно становится неполным. Дело в том, что тогда наряду с излучением при вынужденных колебаниях появляется «переходное рассеяние». Это название иногда применяют [312] к процессу излучения при падении на заряженную частицу (движущуюся или неподвижную) волны диэлектрической проницаемости вида  $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 \cos(kr - \omega t)$ . Последняя периодически меняет характер поляризации среды вокруг заряда, за счет чего и возникает рассеянное излучение. Указанное изменение диэлектрической проницаемости



существует в продольных плазменных волнах, поскольку распространение последних сопровождается изменением электронной концентрации, и отсутствует в поперечных электромагнитных волнах. Из сказанного ясно, что эффект переходного рассеяния может заметно изменить вероятность рассеяния плазменных волн и его следует учитывать при конкретных расчетах этой величины. Заметим, однако, что вклад переходного излучения в вероятность рассеяния плазменных волн на экранированных ионах незначителен благодаря компенсации полей рассеянного излучения от центрального положительного иона и равного по величине отрицательного экранирующего заряда. (Легко видеть, что эти поля близки по величине и противоположны по направлению при условии  $kD \ll 1$ , справедливым для слабозатухающих плазменных волн.)

Не останавливаясь на процедуре вычисления вероятностей (см. [66, 258, 259]), приведем окончательные выражения, характеризующие вероятность рассеяния  $\omega$  на экранированных ионах в изотермической плазме. Для рассеяния плазменных волн ( $l$ ) в плазменные ( $l'$ ) имеем

$$\omega \equiv \omega_{ll'} = \frac{(2\pi)^3 e^4}{m_e^2 \omega_L^2} \cos^2 \theta_1 |2 + i\sqrt{\pi} Z_i \omega(Z_i)|^{-2} \delta(\omega_- - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}); \quad (18.49)$$

в случае рассеяния плазменных волн ( $l$ ) в электромагнитные ( $l'$ )

$$\omega \equiv \omega_{ll'} = \frac{(2\pi)^3 e^4}{m_e^2 \omega_L^2} \sin^2 \theta_1 |2 + i\sqrt{\pi} Z_i \omega(Z_i)|^{-2} \delta(\omega_- - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}). \quad (18.50)$$

Здесь  $\omega(Z_i)$  — функция Крампа (4.88) с аргументом  $Z_i = \omega / \sqrt{2} |k_-| v_{Ti}$ , через  $\omega_-$  и  $\mathbf{k}_-$  обозначены соответственно разности  $\omega - \omega'$  и  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ , через  $\theta_1$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Присутствие дельта-функции в приведенных формулах учитывает условие рассеяния (18.3), следующее из законов сохранения энергии и импульса.

В равновесной плазме выражения для коэффициентов спонтанного и индуцированного рассеяний  $\gamma_j^{\text{сп}}$ ,  $\gamma_j^{\text{инд}}$  содержат величину  $\omega_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  (18.22), имеющую смысл вероятности рассеяния волны  $\mathbf{k}$  в  $\mathbf{k}'$  на частицах из единичного объема среды (см. (18.17) и (18.21)). При рассеянии

на экранированных ионах вероятность  $\omega_\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \omega_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  нетрудно найти, интегрируя (18.49) и (18.50) по максвелловской функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$ . Тогда  $\omega_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  примет вид (18.23), где для рассеяния плазменных волн в плазменные

$$\omega_\alpha^* \equiv \omega_{ill'}^* = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \frac{\omega_L^2}{Nv_{T_i}} \cos^2 \theta_1 |2 + i\sqrt{\pi} Z_i \omega(Z_i)|^{-2}, \quad (18.51)$$

а для рассеяния плазменных волн в электромагнитные

$$\omega_\alpha^* \equiv \omega_{ill'}^* = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \frac{\omega_L^2}{Nv_{T_i}} \sin^2 \theta_1 |2 + i\sqrt{\pi} Z_i \omega(Z_i)|^{-2}. \quad (18.52)$$

Если не стремиться к высокой точности, то в выражениях (18.51), (18.52) можно заменить  $|2 + i\sqrt{\pi} Z_i \omega(Z_i)|^{-2}$  на  $1/4$ . При этом допускается ошибка в величине  $\omega_\alpha^*$  на фактор порядка единицы, но зато существенно упрощается вид этих выражений. Указанное упрощение применяется довольно часто; оно было использовано и нами в формуле (18.27).

Точные коэффициенты экстинкции  $\mu_j^{\text{сп}} = 2\gamma_j^{\text{сп}} v_{\text{гр}}^{-1}$  получаются интегрированием  $\omega_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  по всем  $\mathbf{k}'$  (см. (18.17) и (18.22)). В результате можно установить, что для рассеяния  $l \rightarrow l'$

$$\mu_j^{\text{сп}} = 2\pi e^4 N / 27 m_e^2 v_T^4; \quad (18.53)$$

для процесса  $l \rightarrow l'$

$$\mu_j^{\text{сп}} = 4\pi e^4 N / 3 \sqrt{3} m_e^2 c^3 v_T. \quad (18.54)$$

Отношение этих коэффициентов равно  $c^3 \sqrt{6} / 3\sqrt{3} v_T^3$ , т. е. в нерелятивистской плазме оно много больше единицы.

К исследованию процесса рассеяния на экранированных ионах в плазме можно подойти иначе, если отклонения электронной концентрации от стационарных значений в дебаевском облаке радиуса  $D$  трактовать как флуктуации, вызванные тепловым движением частиц [185]. Представим отклонения электронной концентрации от невозмущенного значения  $\delta N(\mathbf{r}, t)$  в виде двух слагаемых:  $\delta N = \delta N' + \delta N''$ . Первое слагаемое повторяет флуктуации концентрации ионов  $\delta N_i$  (т. е.  $\delta N' = \delta N_i$ ); поэтому оно связано (на масштабах больше  $D$ ) с квазинейтраль-

ными флуктуациями плотности плазмы  $\delta\rho \approx m_i \delta N_i$ . Второе слагаемое учитывает изменение концентрации электронов, сопровождаемое появлением электрического заряда  $\delta\rho_e = -e\delta N''$ . Нетрудно усмотреть, что часть флуктуаций  $\delta N'$  описывает облака пространственного заряда, экранирующего ионы; поэтому рассеяние на этих флуктуациях эквивалентно рассеянию на экранированных ионах. С другой стороны, длинноволновая часть спектра флуктуаций  $\delta N''$  (с  $kD \ll 1$ ) представляет собой совокупность плазменных волн теплового происхождения.

Частотный спектр рассеянного излучения определяется характером изменения во времени  $\delta N'$  и  $\delta N''$ . Поскольку изменения плотности плазмы  $\delta\rho$  происходят медленно по сравнению с периодом колебаний в падающей волне  $2\pi/\omega$  (где  $\omega > \omega_L$ ), рассеяние последней на  $\delta N'$  не сопровождается существенным изменением частоты:  $|\omega - \omega'| \lesssim kv_{Ti}$  (см. (18.3)). Это так называемое рэлеевское рассеяние. Спектр  $\delta N''$  имеет резкий максимум на частотах  $\omega \approx \omega_L$ , характерный для плазменных волн. Поэтому изменение частоты  $\omega$  при рассеянии на  $\delta N''$  может быть значительным:  $|\omega - \omega'| \approx \omega_L$  (комбинационное рассеяние). Обсуждение эффектов рассеяния излучения на волнах мы отложим до § 19, рассмотрев здесь рэлеевское рассеяние плазменных волн с их конверсией в электромагнитное излучение.

Зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в плазме от электронной концентрации  $N$  приводит к тому, что флуктуации  $\delta N'$ , связанные с медленными изменениями плотности среды  $\delta\rho$ , вызовут флуктуации  $\delta\epsilon$ . Учитывая медленность последних, пренебрежем изменением  $\delta\epsilon$  во времени, положив  $\delta\epsilon = \delta\epsilon(\mathbf{r})$ . При прохождении волны  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$  поле  $\mathbf{E}$  наводит в среде добавочную поляризацию  $\delta\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi} \delta\epsilon \mathbf{E}$  (поскольку  $\mathbf{P} = \frac{\epsilon-1}{4\pi} \mathbf{E}$ ; см. (4.5), (4.12)). Эта поляризация в свою очередь служит сторонним источником излучения как электромагнитных, так и плазменных волн. Поэтому процесс рассеяния на флуктуациях  $\delta N'$  сопровождается конверсией волн одного типа в волны другого типа — обстоятельство, весьма важное для плазменных механизмов радиоизлучения.

Найдем мощность рассеянного электромагнитного излучения из объема  $V$ , линейные размеры которого  $L$  удо-

влетворяют условию  $D \ll L \ll \lambda/2\pi$  ( $\lambda$  — длина проходящей плазменной волны). Благодаря неравенству  $L \ll \lambda/2\pi$  излучение, создаваемое стороной поляризацей

$\delta P = \frac{1}{4\pi} \delta \epsilon E$  из такого объема, можно считать дипольным.

Мощность последнего, как известно [163], равна  $\mathcal{P} = (n_{эл} \omega^4 / 3c^3) d_0^2$ , где  $d_0$  — амплитуда дипольного момента системы  $d$ , меняющегося с частотой  $\omega$ . В нашем случае

$d = \int_V \delta P dV$  и частота  $\omega$  совпадает с частотой проходящей волны. Поэтому средняя мощность излучения

$$\mathcal{P} = \frac{n_{эл}(\omega) \omega^4 E_0^2 V^2}{48\pi^2 c^3} \overline{(\delta \epsilon)_V^2}. \quad (18.55)$$

Через  $(\delta \epsilon)_V^2$  здесь обозначен средний квадрат флуктуаций диэлектрической проницаемости в объеме  $V$ ; при этом  $(\delta \epsilon)_V = V^{-1} \int_V \delta \epsilon dV$ . Вследствие пропорциональности между  $\epsilon - 1$ ,

$N$  и  $\rho$  в плазме

$$(\delta \epsilon)_V = \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} (\delta \rho)_V = \frac{\epsilon - 1}{\rho} (\delta \rho)_V = \frac{4\pi e^2}{m_e \omega^2} (\delta N_i)_V$$

и, следовательно,

$$\mathcal{P} = \frac{n_{эл}(\omega) e^4 E_0^2 V^2}{3m_e^2 c^3} \overline{(\delta N_i)_V^2}. \quad (18.56)$$

Из теории флуктуаций в равновесной плазме следует (см., например, [74]), что средний квадрат флуктуаций ионной концентрации  $\overline{(\delta N_i)_V^2}$  в объеме  $V \gg D^3$  равен  $N_i/2V$ , в отличие от идеального газа из невзаимодействующих («свободных») частиц, где  $\overline{(\delta N)_V^2} = N/V$ . Это отличие представляется вполне естественным, так как распределение ионов в плазме коррелировано благодаря эффекту дебаевского экранирования.

Подставив  $\overline{(\delta N_i)_V^2} = N_i/2V$  в (18.56), получаем [185]:

$$\mathcal{P} = n_{эл}(\omega) e^4 E_0^2 V N_i / 6m_e^2 c^3. \quad (18.57)$$

Поскольку флуктуации  $\delta \epsilon$  вместе с  $\delta N_i$  в разных объемах  $V \gg D^3$  некоррелированы, мощности дипольного излучения из таких объемов складываются. Это означает, что формула (18.57) остается справедливой для любых  $V \gg D^3$  (в том числе и для  $V \gtrsim \lambda^3$ ).

Введем теперь полное сечение рассеяния  $\sigma_{\text{tot}}$ , определив его как отношение мощности, рассеиваемой одной частицей по всем направлениям и частотам, к интенсивности проходящей волны. Из формулы (18.57) и выражений для интенсивности излучения  $I_k$  (5.8), (5.17) тогда следует, что полное сечение рассеяния на экранированных ионах в электромагнитные волны равно

$$\sigma_{\text{tot}} \equiv \sigma_{\text{irr}} = \frac{1}{2} \sigma_T, \quad (18.58)$$

если проходящая волна — электромагнитная, и

$$\sigma_{\text{tot}} \equiv \sigma_{\text{irr}} = \frac{1}{2} \sigma_T \frac{c}{\sqrt{3} v_T}, \quad (18.59)$$

если проходящая волна — плазменная. Здесь через  $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} (e^2/m_e c^2)^2$  обозначено так называемое томсоновское сечение; оно  $\sim$  характеризует рассеяние электромагнитных волн на свободных электронах в вакууме.

Отметим, что в плазме дипольное излучение плазменных волн в  $0,1c^3/v_T^3$  раз эффективнее, чем электромагнитных [275]. Поэтому сечения  $\sigma_{\text{irr}}$  и  $\sigma_{\text{irr}}$ , смысл которых ясен из обозначений, во столько же раз больше соответствующих значений  $\sigma_{\text{irr}}$  (18.58) и  $\sigma_{\text{irr}}$  (18.59) [276].

Для плазменных механизмов радиоизлучения часто используется понятие коэффициента трансформации  $Q$  плазменных волн в электромагнитные [3]. По определению,  $Q$  есть отношение мощности рассеянного из единичного объема электромагнитного излучения к интенсивности плазменных волн  $I_k$ . Отсюда и из определения полного сечения  $\sigma_{\text{tot}}$  ясно, что  $Q = \sigma_{\text{irr}} N_i$ , где  $\sigma_{\text{irr}}$  определяется формулой (18.59). Коэффициент трансформации  $Q$  является частным случаем коэффициента спонтанного рассеяния

$$\mu_j^{\text{сп}} = \int \sigma_{\text{tot}} f_0(\mathbf{p}) d^3p \quad (18.60)$$

Согласно (18.58) — (18.60)

$$\mu_j^{\text{сп}} = \frac{4\pi e^4 N_i}{3m_e^2 c^4} \quad (18.61)$$

для рассеяния электромагнитных волн в электромагнитные и

$$\mu_j^{\text{сп}} = 4\pi e^4 N_i / 3 \sqrt{3} m_e^2 c^3 v_T \quad (18.62)$$

для рассеяния плазменных волн в электромагнитные. Последнее выражение тождественно формуле (18.54)\*. Это не удивительно, так как коэффициент спонтанного рассеяния (18.60) имеет точно такой же смысл, что и введенный ранее коэффициент экстинкции

$$\mu_j^{\text{сп}} = 2\gamma_j^{\text{сп}} v_{\text{гp}}^{-1} = v_{\text{гp}}^{-1} \int \omega f_0(\mathbf{p}) \frac{d^3 p d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (18.63)$$

Заметим, наконец, что в согласии с (18.60) и (18.63) полное сечение  $\sigma_{\text{tot}}$  связано с вероятностью рассеяния  $\omega$  соотношением

$$\sigma_{\text{tot}} = \int v_{\text{гp}}^{-1} \omega(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (18.64)$$

Величину, фигурирующую под интегралом, называют дифференциальным сечением рассеяния; такое сечение характеризует здесь рассеяние в единичный объем пространства волновых векторов  $\mathbf{k}'$ .

**Рассеяние на свободных частицах. Обратный эффект Комптона.** В предыдущем разделе уже отмечалось, что в плазме при рассеянии излучения с длиной волны  $\lambda \ll D$  или при рассеянии на частицах, движущихся со скоростью  $v \gg v_T$ , дебаевская экранировка становится несущественной. В этих условиях каждая рассеивающая частица может считаться «свободной» в смысле некоррелированности ее движения с движением других частиц. Рассеяние на свободных частицах будет некогерентным и его полная мощность  $\mathcal{P}$  в объеме  $V$  сложится из мощностей рассеянного излучения отдельных частиц.

Из законов сохранения (18.1), (18.2) для частиц с произвольными (в том числе релятивистскими) энергиями следует, что в вакууме энергия рассеянного фотона

$$\mathcal{E}_\gamma \equiv \hbar\omega' = \frac{\varepsilon(1 - \beta \cos \theta)}{1 - \beta \cos \theta_2 + \varepsilon \mathcal{E}^{-1}(1 - \cos \theta_1)}. \quad (18.65)$$

Здесь  $\theta$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{p}$ ,  $\theta_1$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , а  $\theta_2$  — угол между  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{p}$ ; через  $\mathcal{E}$ ,  $\mathbf{p}$  и  $v = \beta c$  обозначены начальные энергия, импульс и скорость электрона, через  $\varepsilon = \hbar\omega$  — энергия налетающего фотона.

\*) Рассматривается однократно ионизованная плазма с  $N_i = N$ .

Если  $\varepsilon \ll m_e c^2$  и электрон до столкновения с фотоном покоится ( $v = 0$ ), энергия  $\mathcal{E}_\gamma$  близка к  $\varepsilon$ . Сечение рассеяния тогда можно определить классически, учитывая, что под действием волны  $E = E_0 \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})$  электрон совершает вынужденные колебания  $\mathbf{r} = -eE/m_e\omega^2$  и излучает как элементарный диполь с моментом  $\mathbf{d} = e\mathbf{r}$ . Мощность дипольного излучения в вакууме в единицу телесного угла  $\Omega'$  равна [163]

$$\mathcal{F}_{\Omega'} = \frac{c}{8\pi} E_0^2 \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \sin^2 \Theta, \quad (18.66)$$

где  $\Theta$  — угол между  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{E}$ . Поэтому дифференциальное сечение рассеяния, отнесенное к единице телесного угла  $\Omega'$ , есть

$$\sigma_{\Omega'} \equiv \frac{\mathcal{F}_{\Omega'}}{(c/8\pi) E_0^2} = \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \sin^2 \Theta. \quad (18.67)$$

В случае, когда падающее на электрон электромагнитное излучение неполяризовано (это будет постоянно предполагаться в дальнейшем), сечение получается усреднением (18.67) по всем направлениям  $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ :

$$\sigma_{\Omega'} = \frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 (1 + \cos^2 \theta_1). \quad (18.68)$$

Полное сечение рассеяния равно томсоновскому:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int \sigma_{\Omega'} d\Omega' = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2, \quad (18.69)$$

т. е.  $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_T$  (ср. с сечением (18.58) в плазме).

Если «мягкие» фотоны рассеиваются на энергичных (релятивистских) электронах ( $\mathcal{E} \gg \varepsilon = \hbar\omega$ ), то такой процесс называется «обратным» комптон-эффектом, в отличие от обычного эффекта Комптона, соответствующего столкновениям «жестких» фотонов с электронами малой энергии ( $\mathcal{E} \ll \varepsilon$ ). Обратное комптоновское рассеяние \*) мы рассмотрим в томсоновском пределе, когда в системе отсчета, связанной с релятивистским электроном, энергия налетающего фотона  $\tilde{\varepsilon} \ll m_e c^2$ . Поскольку  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon (1 - \beta \cos \theta) (1 - \beta^2)^{-1/2}$  (см. (3.9)), в «лабораторной» системе

\*) Его часто называют просто комптоновским излучением.

отсчета томсоновскому пределу соответствует условие

$$2\varepsilon \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \ll m_e c^2. \quad (18.70)$$

При этом, как нетрудно усмотреть из формулы (18.65), энергии рассеянных фотонов  $\mathcal{E}_\nu$  заключены в пределах

$$\frac{1}{4} \varepsilon \left( \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 \leq \mathcal{E}_\nu \leq 4\varepsilon \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2. \quad (18.71)$$

Максимальная энергия  $\mathcal{E}_\nu$  реализуется при встречном столкновении фотона и электрона с рассеянием в направлении импульса электрона  $\mathbf{p}$  (т. е.  $\theta = \theta_1 = \pi$ ,  $\theta_2 = 0$ ); минимальная — при  $\theta = 0$ ;  $\theta_1 = \theta_2 = \pi$ . Поскольку электрон релятивистский, рассеянное излучение сосредоточено преимущественно в узком угле  $\sim m_e c^2 / \mathcal{E}$  вдоль  $\mathbf{p}$  (аргументация в пользу этого утверждения совершенно аналогична соображениям относительно ширины диаграммы направленности синхротронного излучения, приведенным в § 10). Максимальная энергия рассеянных фотонов  $\mathcal{E}_\nu \gg \varepsilon$ ; ясно, что она приобретает главным образом за счет убыли энергии электрона. Вместе с тем из (18.70), (18.71) следует, что  $\mathcal{E}_\nu \ll \mathcal{E}$ , т. е. при каждом акте рассеяния частица теряет относительно малую часть своей энергии.

Предел  $\tilde{\varepsilon} \ll m_e c^2$  наиболее важен для астрофизических приложений, хотя в космических условиях возможна реализация и противоположного неравенства  $\tilde{\varepsilon} \gg m_e c^2$  (например, при рассеянии оптических и рентгеновских фотонов на электронах высоких энергий в Крабовидной туманности, квазарах и т. п.; подробнее см. [134]). В пределе  $\tilde{\varepsilon} \gg m_e c^2$  потери энергии электрона приобретают катастрофический характер: при каждом акте рассеяния в излучение передается энергия  $\mathcal{E}_\nu \sim \mathcal{E}$ .

Для понимания дальнейшего следует иметь в виду, что под сечением рассеяния обычно понимают одну из трех величин:  $\sigma_\Omega^W$  — отношение рассеянной мощности к интенсивности проходящего излучения,  $\sigma_\Omega^N$  — отношение числа рассеянных фотонов к плотности потока фотонов в этом излучении и, наконец,  $\sigma_\Omega$  — отношение числа рассеянных фотонов к плотности потока фотонов, «налетающих» на электрон. Индекс  $\Omega'$  в приведенных обозначениях указывает на рассеяние в единицу телесного угла  $\Omega'$ , т. е. здесь речь идет о дифференциальных сечениях. Эти



сечения соотносятся между собой следующим образом:

$$\frac{\omega}{\omega'} \sigma_{\Omega'}^W = \sigma_{\Omega'}^N = (1 - \beta \cos \theta) \sigma_{\Omega'} . \quad (18.72)$$

Фактор  $\omega/\omega'$  учитывает изменение частоты излучения в процессе рассеяния, а фактор  $(1 - \beta \cos \theta)$  — отличие плотности потока фотонов  $cN_k$  через неподвижную площадку от плотности потока фотонов  $(c - v \cos \theta) N_k$  через площадку, движущуюся вместе с электроном\*). В любом случае предполагается, что указанная единичная площадка располагается в плоскости, ортогональной импульсу фотонов  $\hbar \mathbf{k}$ .

Выше мы использовали только одно из определений сечения рассеяния, а именно  $\sigma_{\Omega'}^W$ , (см. (18.67), (18.68)); однако для томсоновского рассеяния на нерелятивистском электроне ( $\omega \approx \omega'$ ;  $\beta \ll 1$ ) все три определения практически совпадают. При исследовании обратного комптоновского рассеяния на релятивистских электронах ситуация меняется; здесь удобно использовать сечение  $\sigma_{\Omega'}$  благодаря инвариантности  $\sigma_{\Omega'} d\Omega'$  (сохранению этой величины при переходе от одной системы отсчета к другой). Последнее обстоятельство довольно очевидно: оно следует из определения  $\sigma_{\Omega'}$ , если учесть тот факт, что число фотонов в фазовом пространстве не зависит от выбора системы отсчета. Отмеченная инвариантность и совпадение всех трех сечений в системе отсчета, связанной с электронами, позволяет утверждать, что в «лабораторной» системе

$$\sigma_{\Omega'}^N d\Omega' = (1 - \beta \cos \theta) \sigma_{\Omega'} d\Omega' = (1 - \beta \cos \theta) \sigma_{\tilde{\Omega}'} d\tilde{\Omega}' . \quad (18.73)$$

Здесь  $\sigma_{\tilde{\Omega}'}$  — томсоновское сечение в системе, связанной с электроном (см. (18.68)). Зная последнее, можно рассчитать и  $\sigma_{\Omega'}^N$ ; необходимое для этого преобразование элемента телесного угла  $d\tilde{\Omega}' \rightarrow d\Omega'$  нетрудно установить, используя закон аберрации (3.8). В результате получаем

$$\sigma_{\Omega'}^N = \frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \frac{(1 - \beta \cos \theta) (1 + \cos^2 \tilde{\theta}_1) (1 + \beta \cos \tilde{\theta}_2)^2}{1 - \beta^2} . \quad (18.74)$$

Здесь  $\tilde{\theta}_1$  — угол между  $\tilde{\mathbf{k}}$  и  $\tilde{\mathbf{k}}'$ , а  $\tilde{\theta}_2$  — угол между  $\tilde{\mathbf{k}}'$  и  $\mathbf{p}$ ,

\*) Величина  $c - v \cos \theta$  есть относительная скорость фотона и электрона в «лабораторной» системе отсчета (в проекции на направление импульса фотона  $\hbar \mathbf{k}$ ).

где волновые векторы  $\tilde{\mathbf{k}}$  и  $\tilde{\mathbf{k}}'$  падающего и рассеянного излучения берутся в системе, связанной с электроном;  $p$  — импульс последнего в «лабораторной» системе отсчета.

Допустим теперь для простоты, что распределение «мягких» фотонов изотропно, а их концентрация в интервале энергий  $d\varepsilon$  составляет  $n_\phi(\varepsilon)d\varepsilon$ . Тогда число фотонов, рассеянных электроном в единицу времени в интервал энергий  $d\varepsilon_\gamma$ , будет равно

$$\frac{d\mathcal{E}_\gamma}{4\pi} \int \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) n_\phi(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (18.75)$$

где

$$\sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) = \int \sigma_\Omega^N \delta(\mathcal{E}_\gamma - \Phi(\varepsilon, \mathcal{E}, \theta, \theta_1, \theta_2)) d\Omega d\Omega'. \quad (18.76)$$

Введением  $\delta$ -функции от  $\mathcal{E}_\gamma$  учтено, что фотон с энергией  $\mathcal{E}_\gamma$  возникает только при определенном сочетании параметров  $\varepsilon, \mathcal{E}, \theta, \theta_1, \theta_2$ , определяемом законами сохранения при рассеянии; через  $\Phi$  здесь обозначена функция, стоящая в правой части равенства (18.65). Поскольку в аргументе  $\delta$ -функции фигурирует энергия рассеянного фотона, из (18.76) ясно, что  $\sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma)$  имеет смысл дифференциального сечения, усредненного по всем направлениям «мягких» фотонов и отнесенного к единичному интервалу энергий  $\mathcal{E}_\gamma$ . Из (18.65), (18.74) и (18.76) следует, что при условии (18.70) и в области  $\varepsilon \leq \mathcal{E}_\gamma \leq 4\varepsilon (\mathcal{E}/m_e c^2)^2$

$$\begin{aligned} \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) = & \\ = \frac{3}{32} \sigma_T \frac{(m_e c^2)^4}{\varepsilon^2 \mathcal{E}^3} & \left\{ 2 \frac{\mathcal{E}_\gamma}{\mathcal{E}} - \frac{(m_e c^2)^2 \mathcal{E}_\gamma^2}{\varepsilon \mathcal{E}^3} + \frac{8\varepsilon \mathcal{E}}{m_e^2 c^4} + 4 \frac{\mathcal{E}_\gamma}{\mathcal{E}} \ln \frac{(m_e c^2)^2 \mathcal{E}_\gamma}{4\varepsilon \mathcal{E}^2} \right\} \end{aligned} \quad (18.77)$$

(см. [278]). Полное сечение рассеяния при этом равно томсоновскому:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) d\mathcal{E}_\gamma = \sigma_T. \quad (18.78)$$

Далее, средние потери энергии электрона на комптоновское рассеяние составляют

$$\begin{aligned} - \left( \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right)_{\text{компл}} &= c \int \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) n_\phi(\varepsilon) \mathcal{E}_\gamma d\mathcal{E}_\gamma d\varepsilon = \\ &= c N_\phi \sigma_T \cdot \frac{4}{3} \bar{\varepsilon} (\mathcal{E}/m_e c^2)^2. \end{aligned} \quad (18.79)$$

Здесь через  $N_\phi$  обозначено число фотонов в единице объема, а через  $\bar{\varepsilon}$  — средняя энергия фотона:

$$N_\phi = \int n_\phi(\varepsilon) d\varepsilon, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{N_\phi} \int \varepsilon n_\phi(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (18.80)$$

В (18.79) учтено, что при каждом акте рассеяния электрон теряет энергию  $\Delta \mathcal{E} \approx \mathcal{E}_\gamma$ . С другой стороны, потери энергии электрона в единицу времени  $-(d\mathcal{E}/dt)_{\text{компт}}$  можно записать в виде  $-(d\mathcal{E}/dt)_{\text{компт}} = cN_\phi \sigma_{\text{tot}} \mathcal{E}_\gamma$ . Сопоставив это соотношение с (18.79) и приняв во внимание (18.78), заключаем, что средняя энергия рассеянных квантов

$$\bar{\mathcal{E}}_\gamma = \frac{4}{3} \bar{\varepsilon} \left( \frac{\mathcal{E}}{m_e c^2} \right)^2. \quad (18.81)$$

Отсюда ясно, что независимо от энергии релятивистского электрона  $\mathcal{E}$  частота  $\mathcal{E}_\gamma/\hbar$  для комптоновского рассеяния совпадает с характерной частотой синхротронного излучения  $\omega_{\text{max}}$  (10.62), если выполнено условие  $\frac{8}{3} \bar{\varepsilon} = \hbar \omega_B$ .

Вместе с тем и потери энергии частицы на комптоновское рассеяние (18.79) зависят от  $\mathcal{E}$  так же, как синхротронные потери (10.81). Величина указанных потерь становится одинаковой при сравнимых плотностях энергии «мягкого» излучения  $W_\phi = \bar{\varepsilon} N_\phi$  и плотности энергии постоянного магнитного поля  $W_B = B_0^2/8\pi$  (точнее, при  $\frac{2}{3} W_\phi = W_B$ ).

О частотном спектре комптоновского рассеяния на электронах, распределенных по энергиям, можно судить, рассчитав величину излучательной способности

$$a_\omega = \mathcal{E}_\gamma \int \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) c n_\phi(\varepsilon) N(\mathcal{E}) d\varepsilon d\mathcal{E}. \quad (18.82)$$

Конкретно, для степенного спектра электронов  $N(\mathcal{E}) = K \mathcal{E}^{-\gamma}$  (11.33) интеграл [278]

$$\int_{\mathcal{E}_{\min}}^{\infty} \sigma(\mathcal{E}, \varepsilon, \mathcal{E}_\gamma) N(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = 2^\gamma \cdot \frac{\gamma^2 + 4\gamma + 11}{(\gamma + 1)(\gamma + 3)^2(\gamma + 5)} \times \\ \times 8\pi \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \mathcal{K} (m_e c^2)^{1-\gamma} \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{2}} \mathcal{E}_\gamma^{-\frac{\gamma+1}{2}}. \quad (18.83)$$

Нижний предел  $\mathcal{E}_{\min} = m_e c^2 (\mathcal{E}_\gamma/4\varepsilon)^{1/2}$  здесь определяется из условия (18.71). Для равновесного излучения спектр

$n_\phi(\epsilon)$  описывается формулой Планка ([36] § 60):

$$n_\phi(\epsilon) = \frac{1}{\pi^2 (\hbar c)^3} \frac{\epsilon^2}{e^{\epsilon/\kappa T} - 1}; \quad \bar{\epsilon} \approx 2,7\kappa T. \quad (18.84)$$

В этом случае комptonовская излучательная способность будет равна [278]

$$a_\omega = c(\gamma) \frac{2}{3} \sigma_T c N_\phi \bar{\epsilon} (m_e c^2)^{1-\gamma} \left(\frac{4}{3} \bar{\epsilon}\right)^{\frac{\gamma-3}{2}} \mathcal{K} \mathcal{E}_\gamma^{-\frac{\gamma-1}{2}}, \quad (18.85)$$

где фактор

$$c(\gamma) = 4,74 (1,05)^\gamma \frac{\gamma^2 + 4\gamma + 11}{(\gamma+1)(\gamma+3)^2(\gamma+5)} \Gamma\left(\frac{\gamma+5}{2}\right) \zeta\left(\frac{\gamma+5}{2}\right) \quad (18.86)$$

( $\Gamma(x)$  — гамма-функция,  $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-x}$  — функция Римана). Для  $\gamma = 1, 2, 3, 4$  этот фактор соответственно равен

0,84; 0,86; 0,99; 1,4. Формула (18.85) остается справедливой (с точностью до коэффициента порядка единицы) и для неравновесных распределений «мягких» фотонов  $n_\phi(\epsilon)$  со средней энергией  $\bar{\epsilon}$ .

Из (18.85) следует, что частотный спектр комptonовского излучения  $a_\omega \sim \mathcal{E}_\gamma^{-\frac{\gamma-1}{2}} \sim \omega^{-\alpha}$ , где  $\alpha = \frac{1}{2}(\gamma - 1)$  совпадает с частотным спектром синхротронного излучения (в смысле идентичности спектральных индексов  $\alpha$  при одинаковых индексах энергетического спектра  $\gamma$ ; см. для сравнения формулы (11.34), (11.35)). Излучательная способность на данной частоте  $\omega$  также будет одинакова по порядку величины, если  $W_\phi \sim W_B$ .

Отмеченная выше аналогия между обратным комptonовским рассеянием и синхротронным излучением (как в отношении их спектров, так и в отношении потерь энергии релятивистских частиц), конечно, не случайна [134]. Она вызвана тем, что поле излучения, создаваемое классической заряженной частицей, определяется ее ускорением, т. е. силой  $f = eE + \frac{e}{c} [\mathbf{v}B]$ , действующей на частицу (см., например, [37], § 63). В поле электромагнитной волны в вакууме  $f \sim eE$ , а в постоянном магнитном поле

$f \sim \frac{e}{c} v B_0$ . Для релятивистской частицы  $v \approx c$  и указанные силы сравниваются при одинаковых плотностях энергии электромагнитного излучения и постоянного магнитного поля. Это и служит причиной отмеченной «эквивалентности» комптоновского рассеяния и синхротронного излучения.

В космических условиях обратное комптоновское рассеяние представляет интерес прежде всего в связи с проблемой происхождения внеземного рентгеновского и гамма-излучения. Возможно, что значительная и даже основная часть распределенного рентгеновского и гамма-излучения (фоновое излучение) создается за счет рассеяния равновесного реликтового излучения с температурой  $T \approx 2,7^\circ \text{K}$  на релятивистских электронах в нашей Галактике и межгалактическом пространстве [299]. Не исключено также, что обратный комптон-эффект в магнитосфере пульсара PSR 0532 в Крабе (а именно — рассеяние оптических и мягких рентгеновских квантов на релятивистских электронах) играет заметную роль при генерации наблюдаемого гамма-излучения от этого источника [47] и т. д. Подробнее об обратном комптоновском рассеянии и его астрофизических приложениях см. [134, 169, 179, 277, 278]. Отметим, что комптоновское рассеяние плазменных волн (с конверсией в электромагнитное излучение) рассматривалось в [263], индуцированное комптоновское излучение — в [109, 146, 249] и многих других работах.

Следует подчеркнуть, что при отыскании сечения комптоновского рассеяния мы исходили из возможности выбрать инерциальную систему отсчета, в которой движение электрона в поле падающей на него волны является нерелятивистским:  $\tilde{v} \ll c$ . В такой системе (которая выше именовалась «системой, связанной с электроном») скорость вынужденного движения  $\tilde{v} \sim e\tilde{E}/m_e\tilde{\omega}$  и, следовательно, ограничение снизу на частоту  $\tilde{\omega}$  при обратном комптон-эффекте имеет вид  $\tilde{\omega} \geq e\tilde{E}/m_e c$ . Поскольку плотность энергии в электромагнитной волне  $W$  равна  $E^2/8\pi$  и отношение  $W/\omega^2$  не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой (см. (5.7) и [37], § 47), откуда получаем релятивистски-инвариантное условие для обратного комптон-эффекта:

$$\delta = \frac{e\sqrt{8\pi W}}{m_e c \omega} < 1. \quad (18.87)$$

При произвольных значениях параметра  $\delta$ , т. е. при движении заряженной частицы в поле волны произвольной частоты и амплитуды, излучение называется синхро-комptonовским. В предельном случае  $\delta \ll 1$  оно переходит в комptonовское излучение, а при  $\delta \gg 1$  приобретает черты, характерные для синхротронного излучения. Последнее особенно ясно, если частица находится в поле волны с  $E \ll V$  (в альвеновской волне, например). Тогда  $W = B^2/8\pi$  и  $\delta = eB/m_e c \omega = \omega_B/\omega$ . Условие  $\delta \gg 1$  при этом означает, что излучение релятивистских частиц происходит так же, как и в постоянном магнитном поле: за время  $1/\omega_B$ , в течение которого диаграмма излучения обращена к наблюдателю (§ 10), поле волны не успевает существенно измениться.

Синхро-комptonовское излучение системы электронов со степенным энергетическим спектром рассмотрено в [311].

В астрофизике синхро-комptonовское излучение начало обсуждаться в связи с попытками объяснить радиоизлучение пульсаров. При этом предполагалось, что последнее происходит в процессе движения релятивистских электронов в низкочастотном электромагнитном поле, которое создается вращающимся магнитным ротатором (нейтронной звездой с магнитным моментом, ориентированным под углом к оси вращения) [300]. Синхро-комptonовское излучение привлекалось также для интерпретации радиоизлучения Крабовидной туманности и некоторых внегалактических источников [301].

## § 19. Комбинационное рассеяние в плазме

В этом параграфе будут рассмотрены эффекты рассеяния излучения на волнах в плазме, объединяемые в астрофизике под названием комбинационного рассеяния. Указанные эффекты заключаются в появлении связи между амплитудами волн из-за нелинейного взаимодействия между ними. При этом обычно наиболее существенным оказывается процесс изменения энергии одной из волн (волновых пакетов) за счет энергии двух других волн, т. е. процесс трехволнового взаимодействия \*). Исследование комбинационного

\*) Как будет ясно из дальнейшего, этот эффект имеет квадратичный характер по плотности энергии излучения  $W_{\mu}$ . Если последняя

рассеяния в плазме началось с работы А. И. Ахиезера, И. Г. Проходы и А. Г. Ситенко [279], изучивших рассеяние электромагнитных волн на плазменных колебаниях, и статьи [185], где была рассмотрена конверсия плазменных волн в электромагнитное излучение при рассеянии на плазменных же волнах и ее роль при объяснении некоторых компонент спорадического радиоизлучения Солнца. В настоящее время о комбинационном рассеянии в плазме существует обширная литература, среди которой следует особенно отметить монографии и обзоры [66, 74, 257—260, 280].

### Законы сохранения при элементарных актах рассеяния.

В естественных условиях космической плазмы фазы волн, входящих в состав взаимодействующих волновых пакетов, имеют случайный характер. Благодаря этому обстоятельству вместо классического описания можно использовать квантовый подход, рассматривая рассеяние одних волн (волновых пакетов) на других как совокупность элементарных актов слияния двух фотонов (плазмонов) с появлением третьего кванта [185]. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega, \quad \hbar\mathbf{k}_1 = \hbar\mathbf{k}_2 = \hbar\mathbf{k}. \quad (19.1)$$

Наряду с процессом слияния  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 \rightarrow \mathbf{k}$  возможен также обратный процесс распада одного плазмона на два:  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  (при соблюдении законов сохранения в форме (19.1)). При классическом рассмотрении соотношения (19.1), называемые тогда условиями синхронизма, получаются как необходимые условия, обеспечивающие нелинейное трехволновое взаимодействие.

Поскольку фигурирующие в первом из условий синхронизма частоты являются (в соответствии с дисперсионными соотношениями для нормальных волн) функциями волновых векторов, возможность выполнения законов сохранения (19.1) (и тем самым, возможность процессов типа слияний и распадов) заранее не очевидна. В случае, когда взаимодействующие волны относятся к одному типу и описываются общим дисперсионным соотношением

---

не слишком велика, процессами взаимодействия с участием большего числа волн, появляющегося в более высоком приближении по степеням  $W_{\mathbf{k}}$ , можно пренебречь, что и делается в дальнейшем

$\omega = \omega(\mathbf{k})$ , для соблюдения законов сохранения необходимо, чтобы

$$\omega(\mathbf{k}_1) + \omega(\mathbf{k}_2) = \omega(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2). \quad (19.2)$$

Спектр частот  $\omega(\mathbf{k})$  тогда называется распадным; если же соотношению (19.2) удовлетворить нельзя, спектр — нераспадный. Примеры распадного и нераспадного спектров в изотропной среде (где  $\omega(\mathbf{k}) = \omega(k)$ ) приведены на рис. 59.

Рецепт, позволяющий установить, к какому типу относится данный спектр  $\omega(\mathbf{k})$ , заключается в следующем [197].

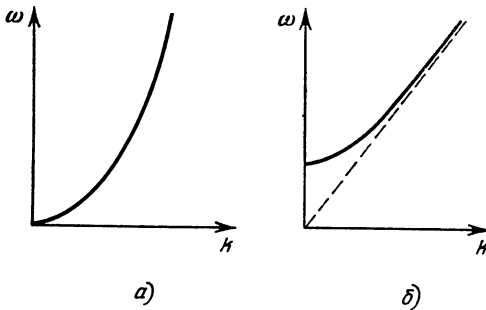


Рис 59. Примеры распадного (а) и нераспадного (б) спектров

Из (19.1) следует, что векторы  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ ,  $\mathbf{k}$  лежат в одной плоскости; каждый вектор имеет в этой плоскости две компоненты,  $k_x$ ,  $k_y$ . В качестве третьей координаты выберем частоту  $\omega$  (рис. 60). В этом трехмерном пространстве каждый вектор характеризует волну с заданными значениями  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ . Слияние двух волн в третью в соответствии с законами сохранения (19.1) отвечает сложению векторов в указанном пространстве (на рис. 60 слияние волн, соответствующих векторам  $OA$  и  $OO'$ , дает волну, определяемую вектором  $OB$ ). С другой стороны, спектр  $\omega(\mathbf{k}) = \omega(k_x, k_y)$  определяет поверхность вращения с осью  $\omega$ ; поверхность, изображенная на рис. 60, соответствует спектру рис. 59, а. Спектр будет распадным, если можно построить параллелограмм с одной вершиной в начале координат, и с тремя вершинами, лежащими на поверхности вращения  $\omega = \omega(k_x, k_y)$ . Рассматривая рис. 60, нетрудно понять, что подобная операция возможна, если существует пересечение двух поверхно-



стей: поверхности вращения  $\omega = \omega(k_x, k_y)$  и такой же поверхности, но построенной в новой системе координат, полученной параллельным переносом и имеющей начало в точке  $O'$ , расположенной на поверхности  $\omega = \omega(k_x, k_y)$ . Наличие пересечения таких поверхностей указывает на распадный характер спектра  $\omega = \omega(k)$ ; если же пересечение невозможно, спектр нераспадный\*.

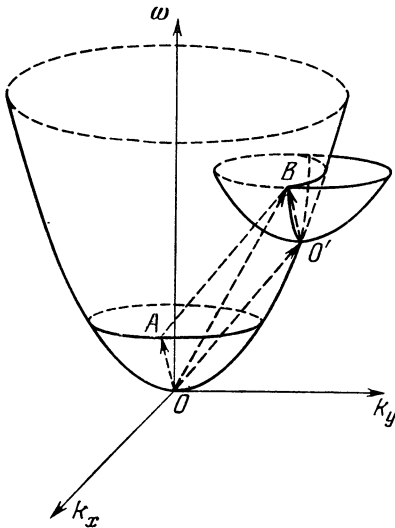


Рис. 60. Критерий распадного спектра

Для нас особый интерес представляет спектр на рис. 59, б, поскольку он имеет такой же характер, как дисперсионные кривые электромагнитных и плазменных волн (см. (5.1), (5.13)). Этот спектр — нераспадный; отсюда следует, что законами сохранения в изотропной плазме запрещены процессы слияния и распадов типа

$$t + t \rightleftharpoons t, \quad l + l \rightleftharpoons l \quad (19.3)$$

(здесь через  $t$  и  $l$  символически обозначены поперечная и продольная волны). Вместе с тем законы сохранения разрешают трех-

волновые взаимодействия, в которых одна из волн другого типа, нежели остальные\*):

$$l + l \rightleftharpoons t; \quad l + t \rightleftharpoons t. \quad (19.4)$$

Процесс  $t + t \rightleftharpoons l$  снова запрещен законами сохранения. Дело в том, что частота плазменных волн  $\omega_{п,л}$  близка к  $\omega_L$  и, следовательно, частоты сливающихся электромагнитных волн  $\omega_{э,л}$  должны быть меньше  $\omega_L$ . Это возможно лишь при

\*) В неизотермической изотропной плазме возможны также трехволновые взаимодействия с участием ионно-звуковых волн:  $l + s \rightleftharpoons l$  и  $t + s \rightleftharpoons l$ . Последние мы не рассматриваем, хотя вполне возможно, что они играют определенную роль в космических условиях. О характере указанных процессов см. [7, 66].

мнимых  $k_{э,л}$ , которые не удовлетворяют закону сохранения импульса в (19.1) с действительным  $\hbar k_{пл}$ .

В космической плазме особенно важен процесс слияния двух плазменных волн в электромагнитную:  $l + l \rightarrow t$ . Поскольку частоты плазменных волн близки к  $\omega_L$ , частота электромагнитной волны

$$\omega \equiv \omega_{э,л} \approx 2\omega_L \quad (19.5)$$

— в соответствии с первым из законов сохранения (19.1). Далее в законе сохранения импульса при таком процессе следует учесть, что  $k_{пл} = \omega_{пл}/v_\phi \approx \omega_L/v_\phi$  (где  $v_\phi$  — фазовая скорость плазменных волн) и  $k_{э,л} = (\omega_{э,л}/c)n_{э,л}$  ( $\omega_{э,л} \approx \approx (2\omega_L/c)n_{э,л}(2\omega_L) = \sqrt{3} \frac{\omega_L}{c}$ ). Отсюда следует, что если для одной из сливающихся плазменных волн

$$v_\phi \ll \frac{c}{\sqrt{3}}, \quad (19.6)$$

то  $k_{э,л} \ll k_{пл}$  и закон сохранения импульса в (19.1) выполняется лишь при условии

$$k_1 \approx -k_2. \quad (19.7)$$

Итак, в случае (19.6) комбинационное рассеяние плазменных волн происходит на встречных плазменных волнах с близкими значениями фазовой скорости; при этом возникает электромагнитное излучение на удвоенной плазменной частоте [185]. Эффективность конверсии плазменных волн в электромагнитные существенно зависит от уровня плазменных волн, удовлетворяющих соотношению (19.7).

Заметим, что плазменные волны с высокими фазовыми скоростями

$$v_\phi > \frac{2c}{\sqrt{3}} \quad (19.8)$$

вообще не могут конвертироваться в электромагнитные, поскольку они не в состоянии удовлетворить закону сохранения импульса в (19.1): при условии (19.8)  $k_{э,л} > 2k_{пл}$ . Такие плазменные волны появляются, например, в результате их «перекачки» по спектру в область малых  $k_{пл}$  при эффективном индуцированном рассеянии на частицах (см. § 18).

Появление в плазме электромагнитного излучения на частотах  $\omega \approx \omega_L$  и  $\omega \approx 2\omega_L$ , обязанного конверсии при

рэлеевском и комбинационном рассеянии интенсивных плазменных волн, открыло возможность объяснить происхождение двух гармонических полос на динамических спектрах дрейфующих всплесков солнечного радиоизлучения II и III типа [185]. Эти полосы соответствуют радиоизлучению «основного тона» и «второй гармоники»; отношение частот в указанных полосах 1 : 2. Тесная связь этих особенностей динамического спектра с конверсией возбужденных плазменных волн служит одним из главных аргументов в пользу плазменного механизма излучения всплесков II и III типа.

Вместе с тем в солнечном радиоизлучении иногда наблюдается, хотя и очень редко, третья гармоника, соответствующая (в рамках указанного механизма) излучению на частоте  $\omega \approx 3\omega_L$ . Такое излучение может возникнуть или при слиянии трех плазменных волн в электромагнитную (процесс четырехволнового взаимодействия типа  $l + l + l \rightarrow t$ ) или за счет слияния плазменных волн с электромагнитными волнами второй гармоники (процесс  $l + t \rightarrow t$ ; см. (19.4)). Последний процесс более эффективен, но, как показывают конкретные оценки [281], заметная третья гармоника в солнечном радиоизлучении появляется только при весьма высоком уровне плазменных волн (т. е. в случае высокой интенсивности наблюдаемого радиоизлучения). Частота третьей гармоники близка к  $3\omega_L$ ; фазовые скорости плазменных волн должны лежать в интервале от  $c/(2\sqrt{2} + \sqrt{3})$  до  $c/(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$ . Последнее нетрудно установить, рассматривая законы сохранения (19.1) применительно к процессу  $l + t \rightarrow t$ .

**Кинетическое уравнение для фотонов и уравнение переноса излучения.** Процессы слияний и распадов можно включить в схему кинетического уравнений для фотонов (плазмонов), действуя так же, как в § 18, где было получено кинетическое уравнение с учетом рассеяния излучения на частицах. Введем отнесенную к единице времени вероятность спонтанного распада кванта  $\hbar\omega$  на два ( $\hbar\omega_1$  и  $\hbar\omega_2$ ), обозначив ее через  $\omega(k, k_1, k_2)$ . Тогда число распадов  $k \rightarrow k_1 + k_2$  в единицу времени из единицы фазового объема по  $k$  в фазовые объемы  $d^3k_1$  и  $d^3k_2$  составит  $(2\pi)^{-9}\omega N_k d^3k_1 d^3k_2$ . Здесь  $N_k$  — число квантов, приходящихся на одну моду в единице фазового объема; величина  $N_k$

связана с плотностью энергии  $W_k$  в распадающихся волнах соотношением  $W_k = (2\pi)^{-3} \hbar \omega N_k$  (см. (2.14) и (14.28)). Наряду со спонтанными распадами возможны также распады с вероятностью, пропорциональной числу плазмонов  $N_{k_1} + N_{k_2}$ , на которые распадается исходный квант. Указанный процесс имеет вынужденный (индуцированный) характер; поэтому в квантовой радиофизике такого рода распадные процессы принято называть вынужденным комбинационным рассеянием (ВКР)\*. Общее число распадов (индуцированных и спонтанных) в единицу времени и в единичных фазовых объемах по  $k, k_1, k_2$ , очевидно, будет равно

$$\omega N_k (2\pi)^{-9} + \tilde{\omega} N_k (N_{k_1} + N_{k_2}) (2\pi)^{-9}. \quad (19.9)$$

Наряду с процессом  $k \rightarrow k_1 + k_2$  существует обратный процесс слияния  $k_1 + k_2 \rightarrow k$ , эффективность которого пропорциональна произведению числа сливающихся квантов  $N_{k_1} N_{k_2}$ , т. е. произведению плотностей энергии  $W_{k_1} W_{k_2}$ ; соответствующее число слияний в единицу времени и в единичных фазовых объемах запишется в виде

$$\tilde{\omega} N_{k_1} N_{k_2} (2\pi)^{-9}. \quad (19.10)$$

На классическом языке процесс слияния (комбинационного рассеяния) заключается в нарастании слабой волны  $k$  за счет нелинейного взаимодействия двух сильных волн  $k_1$  и  $k_2$ . Этот процесс отсутствует, если плотность энергии одной из сливающихся волн положить равной нулю.

Связь между коэффициентами рассеяния  $\omega, \tilde{\omega}$  и  $\tilde{\omega}$  нетрудно установить из условия баланса между числами актов распада и слияния в состоянии термодинамического равновесия. Действительно, предположим, что равновесное распределение числа квантов  $N_k, N_{k_1}, N_{k_2}$ , определяемое формулой Планка (18.6), поддерживается только за счет прямых и обратных процессов  $k \rightleftharpoons k_1 + k_2$ . Тогда число распадов (19.9) должно быть равно числу слияний (19.10). В области температур, для которых  $\hbar \omega \ll kT$ , равновес-

\*) Коль скоро речь зашла о терминологии, отметим также, что рассеяние, сопровождаемое уменьшением частоты (при распадах  $\omega_1 - \omega_2 = \omega$ ), называется стоксовым, а увеличением частоты (при слияниях  $\omega_1 + \omega_2 = \omega$ ) — антистоксовым.

ное число квантов  $N_k = \kappa T / \hbar \omega$  (соответственно  $N_{k_1} = \kappa T / \hbar \omega_1$  и  $N_{k_2} = \kappa T / \hbar \omega_2$ ). При этом баланс распадов и слияний требует, чтобы

$$\tilde{\omega} = \tilde{\omega}. \quad (19.11)$$

В области низких температур ( $\hbar \omega \gg \kappa T$ ) величины  $N_k = e^{-\hbar \omega / \kappa T}$ ,  $N_{k_1} = e^{-\hbar \omega_1 / \kappa T}$ ,  $N_{k_2} = e^{-\hbar \omega_2 / \kappa T}$  и баланс между процессами  $k \Rightarrow k_1 + k_2$  ведет к условию

$$\omega = \tilde{\omega}. \quad (19.12)$$

Таким образом, коэффициенты  $\omega$ ,  $\tilde{\omega}$  и  $\tilde{\omega}$  должны быть одинаковы; поскольку они являются характеристиками каждого отдельного элементарного акта слияния или распада, их величина определяется нелинейными свойствами среды и не зависит от плотности энергии излучения. Последнее означает, что равенства (19.11), (19.12) справедливы и для неравновесного излучения.

Однако в отсутствие термодинамического равновесия баланс между процессами (19.9) и (19.10) будет, вообще говоря, нарушен и плотность числа квантов  $N_k (2\pi)^{-3}$  станет изменяться во времени. При этом, очевидно,

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = \int \omega (N_{k_1} N_{k_2} - N_{k_1} N_k - N_{k_2} N_k) \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{(2\pi)^6}. \quad (19.13)$$

Соответствующие уравнения для изменения  $N_{k_1}$  и  $N_{k_2}$  имеют вид \*)

$$\frac{\partial N_{k_1}}{\partial t} = \int \omega (N_{k_2} N_k + N_{k_1} N_k - N_{k_1} N_{k_2}) \frac{d^3 k d^3 k_2}{(2\pi)^6}, \quad (19.14)$$

$$\frac{\partial N_{k_2}}{\partial t} = \int \omega (N_{k_1} N_k + N_{k_2} N_k - N_{k_1} N_{k_2}) \frac{d^3 k d^3 k_1}{(2\pi)^6}. \quad (19.15)$$

В уравнениях (19.13)–(19.15) отброшен член  $\omega N_k (2\pi)^{-6}$ , характеризующий спонтанные распады. Это вполне допустимо при условиях  $N_{k_1} \gg 1$ ,  $N_{k_2} \gg 1$ , которые в области Рэлея — Джинса  $\hbar \omega \ll \kappa T$  справедливы даже для тепловых флуктуаций.

\*) Исследование распадных процессов в плазме методом кинетического уравнения для волн начали Б. Б. Кадомцев, В. И. Петвиашвили [282], Камак и др [283]; затем оно было продолжено в [197, 280, 284–287]. Кинетическое уравнение в наглядной «квантовой» форме (19.13)–(19.15) представил А. А. Веденов [197].

Написанные кинетические уравнения для распадных процессов могут быть представлены в форме уравнений переноса энергии излучения. Так, с учетом (14.28) уравнение (19.13) сводится к

$$\frac{\partial W_k}{\partial t} + v_{\text{гp}} \frac{\partial W_k}{\partial l} = \int \omega \omega \left( \frac{W_{k_1} W_{k_2}}{\omega_1 \omega_2} - \frac{W_{k_1} W_k}{\omega_1 \omega} - \frac{W_{k_2} W_k}{\omega_2 \omega} \right) \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{\hbar (2\pi)^3}. \quad (19.16)$$

Левая часть (19.16) дополнена членом  $v_{\text{гp}} \partial W_k / \partial l$ , учитывающим возможное изменение плотности энергии вдоль луча (см. (8.26)). Исходя из (19.14), (19.15), нетрудно записать аналогичные уравнения, характеризующие пространственно-временное поведение  $W_{k_1}$  и  $W_{k_2}$ .

В уравнении (19.16) член

$$\alpha_k = \int \omega W_{k_1} W_{k_2} \frac{\omega}{\omega_1 \omega_2} \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{\hbar (2\pi)^3} \quad (19.17)$$

не зависит от  $W_k$  и выступает в качестве излучательной способности для волны  $k$ . Остальные слагаемые в правой части уравнения переноса пропорциональны  $W_k$  с коэффициентом пропорциональности

$$\beta_k \equiv 2\gamma_k = \int \omega \left( \frac{W_{k_1}}{\omega_1} + \frac{W_{k_2}}{\omega_2} \right) \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{\hbar (2\pi)^3}, \quad (19.18)$$

который характеризует относительное уменьшение плотности энергии  $W_k$  в единицу времени. Иными словами,  $\gamma_k$  представляет собой декремент излучения с волновым вектором  $k$ . Величина  $\gamma_k \geq 0$ , что вполне естественно, поскольку этот декремент описывает распадный процесс  $k \rightarrow k_2 + k_1$ , отбирающий энергию от волны  $k$ . Обратившись к (19.14) и (19.15), нетрудно записать декременты для сливающихся волн  $k_1$  и  $k_2$ :

$$\gamma_{k_1} = \frac{1}{2} \int \omega \left( \frac{W_{k_2}}{\omega_2} - \frac{W_k}{\omega} \right) \frac{d^3 k d^3 k_2}{\hbar (2\pi)^3}, \quad (19.19)$$

$$\gamma_{k_2} = \frac{1}{2} \int \omega \left( \frac{W_{k_1}}{\omega_1} - \frac{W_k}{\omega} \right) \frac{d^3 k d^3 k_1}{\hbar (2\pi)^3}. \quad (19.20)$$

Знак этих декрементов будет отрицательным, если плотность излучения  $W_k$  достаточно велика. Благодаря последнему обстоятельству приток энергии в волны  $k_1$  и  $k_2$  из-за распадов может превысить убыль энергии этих волн вследствие комбинационного рассеяния в волну  $k$ . Таким образом,

в процессах типа  $k_1 + k_2 \rightleftharpoons k$  существует возможность появления неустойчивости и усиления на волнах  $k_1$  или  $k_2$ .

Эволюция во времени плотностей энергии  $W_k$ ,  $W_{k_1}$ ,  $W_{k_2}$  определяется решением системы уравнений (19.13) — (19.15). Поскольку они описывают процессы с сохранением энергии и импульса взаимодействующих фотонов (19.1), плотности полной энергии излучения и полного импульса при этом не меняются в отличие от процессов, в которых излучение взаимодействует с частицами плазмы. Для учета такого рода процессов (поглощения, спонтанного и индуцированного излучения и рассеяния) в уравнение типа (19.16) следует включить члены с  $\alpha_k$  и  $\beta_j = 2\gamma_j$ , заданные выражениями (14.22), (14.23) и (18.16), (18.17). Ясно, что это еще более усложнит решение кинетических уравнений.

С другой стороны, анализ уравнения (19.16) значительно упрощается, если плотности энергии сливающихся волн  $W_{k_1}$  и  $W_{k_2}$  можно считать заданными (например, для процесса  $l + l \rightleftharpoons t$  волны  $k_1$  и  $k_2$  — плазменные и их уровень может поддерживаться эффективной генерацией в потоках заряженных частиц).

В квазистационарном источнике большой протяженности величину  $W_k$  тогда можно оценить из следующих соображений. Если плотности энергии  $W_{k_1}$  и  $W_{k_2}$  мало меняются за время  $\Delta t \sim 1/\gamma_k$  и на расстоянии  $\Delta l \sim 1/\mu_k$  (где  $\mu_k = 2\gamma_k v_{гр}^{-1}$  — «распадный» коэффициент поглощения вдоль луча), то плотность энергии  $W_k$  устанавливается на уровне, при котором  $dW_k/dt + v_{гр} dW_k/dl \approx 0$ . Согласно (19.16), для этого достаточно, чтобы

$$\frac{T_1 T_2}{\omega_1 \omega_2} - \frac{T_1 T_{эфф}}{\omega_1 \omega} - \frac{T_2 T_{эфф}}{\omega_2 \omega} = 0, \quad (19.21)$$

где  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_{эфф}$  — эффективные температуры излучения, связанные с плотностью энергии соотношениями

$$W_{k_1} = \frac{\kappa T_1}{(2\pi)^3}, \quad W_{k_2} = \frac{\kappa T_2}{(2\pi)^3}, \quad W_k = \frac{\kappa T_{эфф}}{(2\pi)^3} \quad (19.22)$$

(об определении эффективной температуры см. § 2). Из (19.21) получаем, что [288]

$$T_{эфф} = \frac{\omega T_1 T_2}{\omega_1 T_2 + \omega_2 T_1}. \quad (19.23)$$

Это, очевидно, максимальная температура, которая может быть достигнута при данном уровне сливающихся волн, заданном эффективными температурами  $T_1$  и  $T_2$ .

Зависимость отношения  $T_{эфф}/T_1$  от  $T_2/T_1$  схематически представлена на рис. 61. Из него ясно, что при одинаковых температурах сливающихся волн ( $T_1 = T_2$ ) эффективная температура возникающего излучения равна той же величине. Так, для процесса  $l + l \rightleftharpoons t$ , когда частоты  $\omega_1$  и

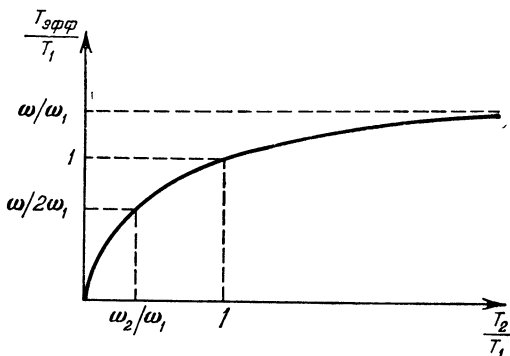


Рис. 61. Зависимость  $T_{эфф}/T_1$  от  $T_2/T_1$  в случае, когда  $\omega_2/\omega_1 < 1$ .

$\omega_2$  относятся к плазменным волнам ( $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_L$ ), а частота  $\omega \approx 2\omega_L$  — к электромагнитным, величина эффективной температуры последних  $T_{эфф}$  не превышает эффективной температуры плазменных волн  $T_1 = T_2$ . При слиянии волн с существенно различными частотами  $\omega_1 \gg \omega_2$  (например, плазменных волн с ионно-звукowymi волнами, вистлерами или модами Бернштейна) максимальная эффективная температура электромагнитного излучения  $T_{эфф}$  на частотах  $\omega = \omega_2 + \omega_1 \approx \omega_1$  соответствует уровню высоко частотных волн ( $T_{эфф} \sim T_1$ ) в широком интервале значений  $T_2/T_1 \gtrsim \omega_2/\omega_1$  и не превышает  $T_1$  при любых отношениях  $T_2/T_1$ .

Отметим, наконец, что в рамках трехволнового взаимодействия одна волна может одновременно участвовать в нескольких процессах (например, волна  $k$  — в процессах  $k \rightleftharpoons k_1 + k_2$  и  $k + k_4 \rightleftharpoons k_5$ ). Выше это обстоятельство не учитывалось. Если второй процесс также существен, правая часть уравнения (19.13) должна быть дополнена



выражением

$$\int \omega' (N_{k_4} N_{k_5} + N_k N_{k_5} - N_k N_{k_4}) \frac{d^3 k_4 d^3 k_5}{(2\pi)^6}, \quad (19.24)$$

где  $\omega'$  — вероятность спонтанного распада  $k_5 \rightarrow k + k_4$ . Соответствующие изменения надо внести и в уравнение переноса (19.15), и в величины  $\alpha_k$ ,  $\gamma_k$  (19.17), (19.18).

В кинетических уравнениях (19.13) — (19.15) фигурирует вероятность спонтанного распада  $\omega(k, k_1, k_2)$ , которая зависит от характера плазмы, типов взаимодействующих волн и т. п. Методика расчета  $\omega$  и результаты для различных вариантов трехволнового взаимодействия изложены в [66, 260] (см. также [289, 290, 317]); мы их приводить не станем, ограничившись общими замечаниями о способе вычисления  $\omega$  и приведя в качестве примера вероятности процессов типа (19.4) в изотропной плазме.

Расчет  $\partial W_k / \partial t$  в однородной системе при исчезающе малой плотности  $W_k$  (когда  $\partial_k W / \partial t = \alpha_k$  (19.17)), позволяет установить вид  $\omega$ . Такой расчет может быть проведен квантовомеханическим путем. В квазиклассической области  $\hbar\omega \ll \kappa T$  ( $T$  — кинетическая температура плазмы) величина  $\alpha_k$  может быть найдена также на основе классической электродинамики. В согласии с принципом соответствия результаты в этой области должны совпадать; это позволяет определить вероятность  $\omega$ , сопоставляя квантовую формулу (19.17) с классическим выражением для  $\alpha_k$ . Расчет последней проводится в два этапа: сначала находят нелинейный ток, наведенный волнами 1 и 2 в плазме, а затем излучение этого тока.

Поясним сказанное подробнее. Если в плазме существуют одновременно две волны, 1 и 2, то выражение для полного тока  $j_{\text{tot}}$  (4.72) запишется (в квазигидродинамическом приближении) в такой форме:

$$j_{\text{tot}} = j'_{\text{tot}} + j'_{\text{нел}}, \quad j'_{\text{нел}} = -eN'_1 v'_2 - eN'_2 v'_1. \quad (19.25)$$

Здесь  $N'_1$  и  $N'_2$  — отклонения электронной концентрации от невозмущенного значения  $N_0$ , а  $v'_1$  и  $v'_2$  — скорости электронов в волнах 1 и 2 соответственно. Величина  $j'_{\text{tot}}$  — это линейная часть полного тока (4.72);  $j'_{\text{нел}}$  — его нелинейная составляющая, которая возникает при взаимодействии двух волн. В рамках метода возмущений  $j'_{\text{нел}}$  можно найти, подставляя вместо  $N'_{1,2}$  и  $v'_{1,2}$  соответствующие выражения,

найденные на основе линеаризованных уравнений (4.71). Они пропорциональны компонентам электрического поля  $E_1$  и  $E_2$  в этих волнах; поэтому  $J'_{\text{нел}}$  выражается через произведения компонент векторов  $E_1$  и  $E_2$ . Далее величину  $J'_{\text{нел}}$  можно рассматривать как сторонний ток, наведенный полями  $E_1$  и  $E_2$  в плазме, и найти мощность излучения этого тока в третью волну (величину  $\alpha_k = dW_k/dt$ ). Соответствующее выражение будет отлично от нуля, если выполнены условия синхронизма (19.1). Для взаимодействующих волн (волновых пакетов) со случайными фазами мощность излучения пропорциональна произведению  $W_{k_1}W_{k_2}$ . Сопоставляя полученное выражение с  $\alpha_k$  в форме (19.17), определяем искомую вероятность  $\omega$ .

**Слияния и распады в изотропной плазме.** Вероятность рассеяния в изотропной плазме для процесса типа  $l+l \rightarrow t$  описывается следующим выражением [285, 286]:

$$\omega \equiv \omega_l'' = 2\pi^5 \frac{\hbar e^9}{m_e^2 \omega_L} \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{k^2} \frac{[k_1 k_2]^2}{k_1^2 k_2^2} \delta(k - k_1 - k_2) \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2). \quad (19.26)$$

Разность  $k_1^2 - k_2^2$  в (19.26) связана с наличием двух членов в выражении для нелинейного тока (19.25), представляющих соответственно рассеяние волны 2 на неоднородностях электронной концентрации  $N'_1$ , обусловленных волной 1, и рассеяния волны 1 на неоднородностях  $N'_2$ , принадлежащих волне 2. При одинаковых по величине волновых векторах сливающихся плазменных волн ( $k_1 = k_2$ ) эти эффекты рассеяния компенсируются и вероятность  $\omega_l''$  обращается в нуль [291, 292].

Вычислим излучательную способность  $\alpha_k$  (19.17) и коэффициент распадного затухания  $\gamma_k$  (19.18) для электромагнитного излучения на частоте  $\omega \approx 2\omega_L$  при слиянии плазменных волн с частотами  $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_L$ . Согласно (19.26)

$$\alpha_k = 2\pi^2 \frac{e^2 k^2}{m_e^2 \omega_L^2} \int \frac{k_1^2}{k_2^2} \sin^2 \theta \left( \cos \theta - \frac{k}{2k_1} \right)^2 \times \\ \times W_{k_1} W_{k_2} \delta(k - k_1 - k_2) \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2) d^3 k_1 d^3 k_2; \quad (19.27)$$

$$\gamma_k = \frac{\pi^2}{2} \frac{e^2 k^2}{m_e^2 \omega_L^2} \int \sin^2 \theta \left( \cos \theta - \frac{k}{2k_1} \right)^2 (W_{k_1} + W_{k_2}) \times \\ \times \delta(k - k_1 - k_2) \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2) d^3 k_1 d^3 k_2. \quad (19.28)$$

Здесь учтено, в соответствии с (19.1), что  $(k_1^2 - k_2^2)^2 = 4k_1^2 k_2^2 (\cos \theta - k/2k_1)^2$  и  $[k_1 k_2]^2 = [k_1 k]^2 = k_1^2 k^2 \sin^2 \theta$ , где  $\theta$  — угол между  $k$  и  $k_1$ .

Пусть спектр плазменных волн — изотропный ( $W_{k_1}$ ,  $W_{k_2}$  не зависят от направления  $k_1$ ,  $k_2$ ), а плазменные волны в этом спектре сосредоточены в области (19.6), где  $k \ll k_1, k_2$  и  $k_1 \approx -k_2$ . Тогда из (19.27) получаем, взяв интеграл по  $d^3 k_2$  с помощью дельта-функции по волновым векторам, что

$$\alpha_k = 6\pi^2 \frac{e^2}{m_e^2 c^2} \int \sin^3 \theta \cos^2 \theta W_{k_1} W_{-k_1} \times \\ \times \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2) k_1^2 d\theta d\varphi dk_1. \quad (19.29)$$

Здесь учтено, что  $d^3 k_1 = k_1^2 \sin \theta d\theta d\varphi dk_1$ , где  $\varphi$  — угол, определяющий положение проекции вектора  $-k_1$  на плоскость, ортогональную  $k$ . Поскольку  $k_1^2 W_{k_1} W_{-k_1}$  от углов  $\theta$  и  $\varphi$  не зависит, интеграл в (19.29) легко взять по  $\theta$  в пределах от 0 до  $\pi$  и по  $\varphi$  — в пределах от 0 до  $2\pi$ . Выполнив затем интегрирование по  $k_1$  с учетом того, что в дельта-функции по частотам значения  $\omega_1(k_1)$  и  $\omega_2(-k_1)$  связаны с волновым вектором  $k_1$  дисперсионным соотношением (5.13), получаем

$$\alpha_k = \frac{(2\pi)^3}{15} \frac{e^2 \omega_L k_1}{m_e^2 c^2 v_T^2} W_{k_1}^2. \quad (19.30)$$

Действуя аналогично, из выражения (19.28) найдем, что

$$\gamma_k = \frac{(2\pi)^3}{30} \frac{e^2 \omega_L k_1}{m_e^2 c^2 v_T^2} W_{k_1}. \quad (19.31)$$

В уравнении переноса интенсивности излучения (8.28) вместо  $\alpha_k$  и  $\gamma_k$  фигурируют излучательная способность  $a_\omega = k^2 \alpha_k (|\cos \theta| v_{гр})^{-1}$  и коэффициент поглощения  $\mu = 2\gamma_k v_{гр}^{-1}$ . В рассматриваемом случае эти величины определяются, очевидно, следующими выражениями:

$$a_\omega = \frac{2(2\pi)^3}{5\sqrt{3}} \frac{e^2 \omega_L^4}{m_e^2 c^5 v_T^2 v_\phi} W_{k_1}^2, \quad (19.32)$$

$$\mu = \frac{2(2\pi)^3}{15\sqrt{3}} \frac{e^2 \omega_L^2}{m_e^2 c^3 v_T^2 v_\phi} W_{k_1} \quad (19.33)$$

(здесь принято во внимание, что для плазменных волн  $k_1 \approx \omega_L/v_\phi$ , для электромагнитного излучения с частотой

$\omega \approx 2\omega_L$  величины  $k = \sqrt{3}\omega_L/c$ ,  $v_{гр} = \sqrt{3}c/2$  и что в изотропной плазме  $\cos \vartheta = 1$ ).

В однородном стационарном источнике, содержащем плазменные волны с изотропным спектром  $W_{k_1}$ , эффективная температура электромагнитного излучения  $T_{эфф}$  достигнет величины  $T_1 = \frac{(2\pi)^3}{\kappa} W_{k_1}$ , если  $\mu L \gg 1$  ( $L$  — линейный размер источника, а  $\mu$  задано выражением (19.33)). Иными словами, эффективная температура  $T_{эфф}$  поднимется до максимального уровня, определяемого эффективной температурой плазменной турбулентности  $T_1$ , если источник — оптически толстый по отношению к распадам электромагнитных волн на две плазменные (см. в этой связи замечания, сделанные выше при обсуждении формулы (19.23)). Интенсивность электромагнитного излучения на частоте  $\omega \approx 2\omega_L$ , выходящая из оптически тонкого объекта,

$$\mu L = \frac{2}{15\sqrt{3}} \frac{e^2 \omega_L^2 \kappa T_1}{m_e^2 c^3 V_T^2 v_\Phi} L \ll 1, \quad (19.34)$$

существенно ниже:  $I_\omega \approx a_\omega L$ . При пересчете на эффективную температуру (2.18) это соответствует значениям

$$T_{эфф} \approx \frac{2}{15\sqrt{3}} \frac{e^2 \omega_L^2 \kappa T_1^2}{m_e^2 c^3 v_T^2 v_\Phi} L \ll T_1 \quad (19.35)$$

(см. (19.22) и (19.32)).

В условиях солнечной короны можно принять, что  $v_T \sim 4 \cdot 10^8$  см·сек<sup>-1</sup>,  $\omega_L \sim 2\pi \cdot 10^8$  сек<sup>-1</sup> и  $v_\Phi \sim c/5$ . Тогда из (19.34) следует неравенство  $T_1 L \ll 5 \cdot 10^{22}$  град·см. Полагая, что распадное поглощение электромагнитного излучения существенно в слое толщиной  $L \sim 10^8$  см (см. об этой оценке [281]), получаем критерий  $T_1 \ll 5 \cdot 10^{14}$  °К, при котором в короне величина эффективной температуры радиоизлучения на второй гармонике плазменной частоты  $T_{эфф} \ll T_1$  и для расчета можно использовать формулу (19.35). Если же  $T_1 > 5 \cdot 10^{14}$  °К, источник становится оптически толстым и эффективная температура  $T_{эфф}$  — сравнимой с  $T_1$ . Однако, судя по наблюдениям, в солнечном радиоизлучении столь высокие значения  $T_{эфф}$  не реализуются или реализуются крайне редко. Поэтому в короне процесс конверсии плазменных волн в электромагнитные (за счет слияний типа  $l+l \rightarrow t$ ), как правило, сопровож-

дается существенным снижением величины эффективной температуры:  $T_{\text{эфф}}/T_1 \ll 1$ .

Для радиоизлучения пульсаров ситуация существенно иная: благодаря высокой интенсивности излучения в источнике конверсия плазменных волн в электромагнитное излучение при комбинационном рассеянии может оказаться весьма эффективной (конечно, при условии, что там действует плазменный механизм радиоизлучения). Об этом обстоятельстве шла речь в [108], но применительно к индуцированной конверсии плазменных волн при рассеянии на частицах. Что касается комбинационного рассеяния, то в сказанном нетрудно убедиться, считая для ориентировки параметры  $v_T$ ,  $v_\phi$ ,  $\omega_L$  и  $L$  в магнитосферах нейтронных звезд такого же порядка, как и в солнечной короне. Тогда мы вновь получаем критерий сильной конверсии ( $T_{\text{эфф}}/T_1 \sim 1$ ) в виде  $T_1 \gtrsim 5 \cdot 10^{14}$  °К. Для пульсаров он хорошо выполняется, поскольку эффективные температуры радиоизлучения от этих объектов достигают  $10^{30}$  °К.

Следует отметить, что предположение об изотропии спектра возбужденных плазменных волн, положенное в основу вывода формул для  $a_\omega$  и  $\mu$  (19.32), (19.33), существенно ограничивает область их применимости. В космической плазме вполне реальны условия, когда указанный спектр обладает существенной анизотропией. Примером может служить область генерации быстродрейфующих всплесков III типа в солнечной короне, где спектр возбуждаемых электронными потоками плазменных волн скорее всего имеет квазиодномерный характер (см. стр. 332).

В модели источника всплесков III типа, содержащего возбужденные плазменные волны с волновыми векторами  $k_1$ , ориентированными вдоль средней скорости потока  $v_S$ , вторая гармоника радиоизлучения (на частоте  $\omega \approx 2\omega_L$ ) возникает за счет слияния этих волн с плазменными волнами, обладающими широким угловым спектром  $W_{k_2}^*$ ).

---

\*) В первоначальной теории всплесков III типа [185] в состав спектра  $W_{k_2}$  были включены лишь плазменные волны теплового (флуктуационного) происхождения. В дальнейшем было учтено [219], что более эффективный вклад в  $W_{k_2}$  вносят плазменные волны, возникающие в результате рэлеевского рассеяния плазменных волн, возбужденных потоком частиц (см. § 18).

В указанной модели излучательную способность для радиоизлучения на второй гармонике нетрудно найти из

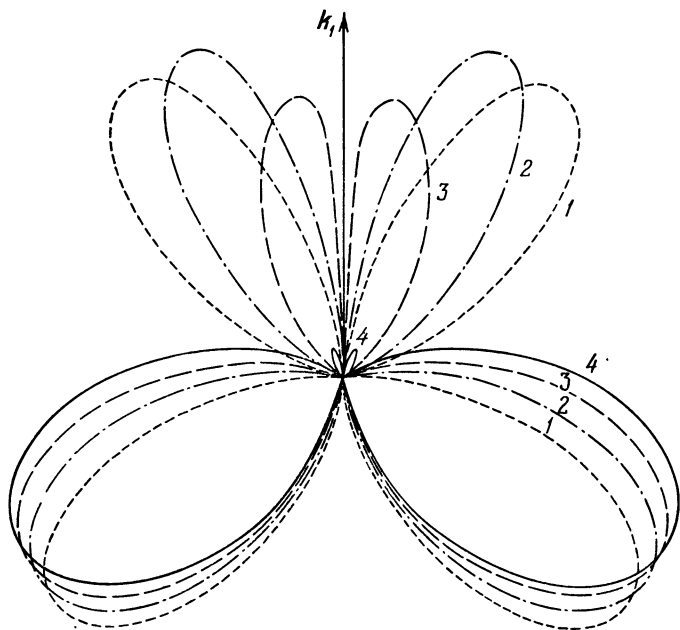


Рис. 62. Диаграмма направленности радиоизлучения  $\Psi(\theta_0)$  на второй гармонике плазменной частоты в однородной плазме: 1 —  $v_\phi/c=0,2$ ; 2 —  $v_\phi/c=0,4$ ; 3 —  $v_\phi/c=0,6$ ; 4 —  $v_\phi/c=0,8$ .

(19.27), предположив, что спектр возбужденных плазменных волн описывается выражением вида (18.24), содержащим дельта-функцию по направлениям волновых векторов  $\mathbf{k}_1$ . Подставив такой спектр в (19.27) и интегрируя, получаем

$$\alpha_k = \frac{\pi^2 e^2 \omega_L}{m_e^2 c^2 v_T^2 k_1} \Psi(\theta_0) W(k_1) W_{k_2}(k_1, \Omega_0). \quad (19.36)$$

Соответственно излучательная способность определяется выражением:

$$v_\omega = 2\sqrt{3}\pi^2 \frac{e^2 \omega_L^2 v_\phi}{m_e^2 c^2 v_T^2} \Psi(\theta_0) W(k_1) W_{k_2}(k_1, \theta_0). \quad (19.37)$$

Здесь

$$\Psi(\theta_0) = \frac{\sin^2 \theta_0 (\cos \theta_0 - k/2k_1)^2}{1 + k^2/k_1^2 - 2(k/k_1) \cos \theta_0}, \quad (19.38)$$

$v_\phi$  — фазовая скорость плазменных волн в составе одномерного спектра,  $\theta_0$  — угол между  $k$  и  $\Omega_0$  — направлением волновых векторов  $k_1$  из одномерного спектра. Плотность энергии  $W_{k_2}$  зависит от величины  $k_1$  и угла  $\theta_0$ , даже если спектр  $W_{k_2}$  изотропный: дело в том, что согласно законам сохранения (19.1)  $k_2^2 = k_1^2 + k^2 - 2k_1 k \cos \theta_0$ . Однако зависимостью от  $\theta_0$  можно пренебречь, если отношение  $k/k_1 \equiv \sqrt{3}v_\phi/c \ll 1$  (т. е. при условии (19.6)). В этом случае

$$a_\omega(\theta_0) \sim \Psi(\theta_0) \approx \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0, \quad (19.39)$$

т. е. диаграмма радиоизлучения на частоте  $\omega \approx 2\omega_L$  обладает четырьмя одинаковыми лепестками.

При возбуждении плазменных волн с более высокими фазовыми скоростями  $v_\phi$  зависимостью  $W_{k_2}$  от угла  $\theta_0$  можно пренебречь, когда спектр  $W_{k_2}(k_2)$  достаточно слабо зависит от величины  $k_2$ . При этом диаграмма излучения вновь описывается функцией  $\Psi(\theta_0)$ . Из рис. 62 ясно, что для  $v_\phi/c \gtrsim 1/\sqrt{3}$  симметрия диаграммы излучения исчезает, причем лепестки, обращенные назад (по отношению к направлению возбужденных плазменных волн  $k_1$ ), становятся больше передних лепестков. Указанный эффект позволяет регистрировать вторую гармонику солнечных радиовсплесков в излучении, отраженном от более глубоких слоев короны [10].

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, Происхождение космических лучей, изд. АН СССР, 1963.
2. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, Физматгиз, 1963.
3. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, «Наука», 1964.
4. М. Р. Кунду, Solar Radio Astronomy, Interscience Publ. 1965.
5. И. С. Шкловский, Сверхновые звезды, «Наука», 1966.
6. А. Крүгер, Physics of Solar Continuum Radio Bursts, Akademie Verlag, 1972.
7. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, «Наука», 1972.
8. P. Goldreich, W. H. Julian, Astrophys. J. **157**, 869 (1969).
9. G. Newkirk, Astrophys. J. **133**, 983 (1961).
10. J. P. Wild, S. F. Smerd, A. A. Weiss, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **1**, 291 (1963); УФН **84**, 99 (1964).
11. G. Newkirk, M. D. Altschuler, J. Harvey, Structure and development of solar active regions, IAU Symposium No 35, p. 379, 1968; Solar Physics **9**, 131 (1969).
12. I. Langmuir, Phys. Rev. **33**, 954 (1929).
13. N. F. Ness, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **6**, 79 (1968).
14. J. A. Eddy, Solar Physics **30**, 385 (1973).
15. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **156**, 43 (1964).
16. T. D. Carr, S. Gulakis, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **7**, 577 (1969).
17. P. M. McCulloch, M. M. Komesaroff, Icarus **19**, 83 (1973).
18. D. S. Mathewson, D. K. Milne, Nature **203**, 1273 (1964); Astrophys. J. Lett. **153**, 47 (1968).
19. В. А. Разин, И. П. Хижнякова, Радиофизика **12**, 479 (1969).
20. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме, «Наука», 1975.
21. A. Dalgarno, R. A. McCrae, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **10**, 375 (1972).
22. P. G. Mezger, Proc. of the ESO/SRC/CERN Conference on research programmes for the new large telescopes, Geneva, p. 79, 1974.
23. L. Woltjer, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **10**, 129 (1972).
24. G. B. Field, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **10**, 227 (1972).



25. M. Ruderman, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **10**, 427 (1972).
26. V. L. Ginzburg, V. V. Zheleznyakov, *Ann. Rev. Astron. Astrophys* **13**, 511 (1975).
27. T. Gold, *Nature* **218**, 731 (1968).
28. В. Л. Гинзбург, В. В. Усов, *Письма в ЖЭТФ* **15**, 196 (1972).
29. P. A. Sturrock, *Nature* **227**, 465 (1970); *Astrophys. J.* **164**, 529 (1971).
30. F. C. Michel, *Astrophys. J.* **180**, 207 (1973).
31. N. J. Holloway, *Nature Phys. Sci.* **246**, 6 (1973).
32. M. A. Ruderman, P. G. Sutherland, *Theory of pulsar polargaps, sparks and coherent microwave radiation*, Preprint, 1974.
33. V. G. Endeian, J. E. Allen, *Nature* **228**, 348 (1970).
34. A. Ferrari, E. Trussoni, *Astrophys. Space Sci.* **24**, 3 (1973).
35. Дж. Бербидж, М. Бербидж, *Квazarы*, «Мир», 1969.
36. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, «Наука», 1964.
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Физматгиз, 1960.
38. В. В. Железняков, *Astrophys. Space Sci.* **2**, 403 (1968).
39. M. H. Cohen, *Proc. IRE* **46**, 183 (1958).
40. В. В. Железняков, *Astrophys. Space Sci.* **13**, 74 (1971).
41. Ю. М. Сорокин, *Радиофизика* **17**, 338 (1974).
42. F. G. Smith, *MNRAS* **149**, 1 (1970).
43. H. K. Sen, *Phys. Rev.* **88**, 816 (1952).
44. R. I. Epstein, P. A. Feldman, *Astrophys. J. Lett.* **150**, 109 (1967).
45. В. Л. Гинзбург, В. Н. Сазонов, С. И. Сыроватский, *УФН* **94**, 63 (1968).
46. Т. Такакура, Y. Uchida, *Astrophys. Lett.* **1**, 147 (1968).
47. В. В. Железняков, В. Е. Шапошников, *Astrophys. Space Sci.* **18**, 141 (1972).
48. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, *Астрон. ж.* **38**, 3 (1961).
49. R. N. Manchester, E. Tademaru, J. H. Taylor, G. R. Huguenin, *Astrophys. J.* **185**, 951 (1973).
50. V. L. Ginzburg, V. V. Zheleznyakov, *Comments Astrophys. Space Phys.* **2**, 167, 197 (1970).
51. Л. И. Мандельштам, *J. Phys. USSR* **4**, 9 (1941).
52. В. Л. Гинзбург, *Теория распространения радиоволн в ионосфере*, Гостехиздат, 1949.
53. Б. Б. Кадомцев, *ЖЭТФ* **33**, 151 (1957).
54. М. Е. Герценштейн, *ЖЭТФ* **22**, 303 (1952).
55. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред*, Атомиздат, 1961.
56. В. В. Железняков, *Радиофизика* **2**, 14 (1959).
57. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, «Наука», 1967.
58. В. Д. Шафранов, *Сб. «Вопросы теории плазмы»*, вып. 3, Атомиздат, 1963.

59. В. Д. Шафранов, Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций» 4, Изд. АН СССР; 1958, стр. 416.
60. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 16, 574 (1946).
61. А. А. Андронов, В. В. Железняков, М. И. Петелин, Радиофизика 7, 251 (1964).
62. Дж. Бекефи, Радиационные процессы в плазме, «Мир», 1971.
63. А. Б. Михайловский, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3, Атомиздат, 1963.
64. В. Л. Сизоненко, К. Н. Степанов, УФЖ 15, 438 (1971).
65. I. B. Bernstein, Phys. Rev. 109, 10 (1958).
66. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, «Наука», 1967.
67. H. Roeserlein, Phys. Fluids 4, 397 (1961).
68. Б. Н. Гершман, ЖТФ 34, 1351 (1964).
69. L. R. O. Storey, Phil. Trans. Roy. Soc. A246, 113 (1953).
70. Г. Альвен, К. Г. Фельтхаммар, Космическая электродинамика, «Мир», 1967.
71. Б. Н. Гершман, ЖТФ 38, 912 (1960).
72. J. A. Tataronis, F. W. Crawford, J. Plasma Physics 4, part 2, 231 (1970).
73. V. V. Zheleznyakov, E. Ya. Zlotnik, Solar Physics 43, 431; 44, 477, 461 (1975).
74. Электродинамика плазмы, под ред. А. И. Ахиезера, «Наука», 1974.
75. Е. В. Суворов, Ю. В. Чугунов, Астрофизика 11, 305 (1975).
76. В. В. Железняков, Е. Я. Злотник, Радиофизика 5, 644 (1962); 6, 634 (1963).
77. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Астрон. ж. 36, 233 (1959).
78. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, «Наука», 1967.
79. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
80. A. Reule, Z. Naturforsch. A7, 234 (1952).
81. A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, R. A. Collins, Nature 217, 709 (1968).
82. A. G. Lyne, B. J. Rickett, Nature 218, 326 (1968).
83. R. N. Manchester, J. H. Taylor, Astrophys. Lett. 10, 67 (1972).
84. Б. Н. Гершман, В. А. Угаров, УФН 72, 235 (1960).
85. R. A. Helliwell, J. H. Cray, J. H. Pore, R. L. Smith, J. Geophys. Res. 61, 139 (1956).
86. В. Л. Гинзбург, J. Phys. USSR 7, 289 (1943).
87. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 18, 487 (1948).
88. В. Е. Голант, А. Д. Пилия, УФН 104, 413 (1971).
89. Н. С. Ерохин, С. С. Моисеев, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 7, Атомиздат. 1973.
90. K. G. Budden, Proc. Roy. Soc. 215, 215 (1952).
91. K. G. Budden, Radio waves in the ionosphere, Cambridge, 1961.

92. M. H. Cohen, *Astrophys. J.* 131, 664 (1960).
93. D. V. Melrose, *Austr. J. Phys.* 27, 31, 43 (1974).
94. В. В. Железняков, Е. Я. Злотник, *Астрон. ж.* 40, 633 (1963).
95. Дж. Хединг, Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ), «Мир», 1965.
96. E. C. Stückelberg, *Helv. Phys. Acta* 5, 369 (1932).
97. Н. Г. Денисов, *ЖЭТФ* 29, 380 (1955); Уч. зап. Горьк. ун-та, сер. физ., 35, 3 (1957).
98. J. M. Rankin, D. V. Campbell, D. C. Backer, *Astrophys. J.* 188, 609 (1974).
99. Н. Такака, Т. Какимута, *Paris Symposium on Radio Astronomy*, Stanford Univ. Press. p. 215, 1959.
100. M. H. Cohen, *Astrophys. J.* 133, 978 (1961).
101. K. V. Sheridan, D. J. McLean, S. F. Smerd, *Astrophys. Lett.* 15, 139 (1973).
102. Н. Г. Петерова, Ш. Б. Ахмедов, *Астрон. ж.* 50, 1220 (1973).
103. D. V. Melrose, *Proc. Astron. Soc. Australia* 2, 208 (1973).
104. И. С. Шкловский, *Астрон. ж.* 23, 333 (1946).
105. D. F. Martyn, *Nature* 159, 26 (1947).
106. В. В. Железняков, *Астрон. ж.* 35, 230 (1958); 42, 798 (1965).
107. В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, *Радиофизика* 9, 221 (1966).
108. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, *УФН* 98, 201 (1969); *Astrophys. Space Sci.* 4, 464 (1969).
109. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, А. С. Чихачев, *Астрофизика* 6, 463 (1970).
110. В. В. Железняков, *Радиофизика* 1, 32 (1958); 2, 858 (1959).
111. Ю. А. Кравцов, О. Н. Найда, *ЖЭТФ* 71, 237 (1976).
112. E. G. Harris, *Phys. Rev.* 138, 479 (1965).
113. В. В. Железняков, *Радиофизика* 9, 1057 (1966).
114. S. F. Smerd, K. C. Westfold, *Phil. Mag.* 40, 831 (1949).
115. G. C. Pomraning, *Astrophys. J.* 153, 321 (1968).
116. R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, D. T. Wilkinson, *Astrophys. J.* 142, 414 (1965).
117. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, «Наука», 1967.
118. V. V. Zheleznyakov, *Astrophys. J.* 155, 1129 (1969).
119. R. P. Mercier, *Proc. Phys. Soc.* 83, 811 (1964).
120. Т. Накака, *Publ. Astron. Soc. Japan* 8, 73 (1956).
121. К. Акабана, М. Н. Стивен, *Astrophys. J.* 33, 258 (1961).
122. В. А. Разин, *Астрон. ж.* 35, 241 (1958).
123. Г. Гетманцев, В. А. Разин, Труды 5-го совещания по вопросам космогонии, изд. АН СССР, 1956, стр. 496.
124. К. Кавабата, *Publ. Astron. Soc. Japan* 16, 30 (1964).
125. В. В. Железняков, Е. В. Суворов, В. Е. Шапошников, *Астрон. ж.* 51, 243 (1974).
126. A. G. Pacholczyk, T. L. Swihart, *Astrophys. J.* 161, 415 (1970); 196, 125 (1975).
127. В. Н. Сазонов, *ЖЭТФ*, 56, 1075 (1969); *Астрофизика* 10, 405 (1974).

128. В. Н. Сазонов, В. Н. Цытович, Радиофизика 11, 1287 (1968).
129. Г. Б. Гельфрейх, Изв. ГАО 23, № 5, 59 (1964).
130. V. L. Ginzburg, S. I. Syrovatskii, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 7, 375 (1969).
131. R. Ramaty, Astrophys. J 158, 753 (1969).
132. В. Н. Сазонов, Астрон. ж. 52, 71 (1975).
133. В. Е. Шапошников, Астрофизика (в печати).
134. В. Л. Гинзбург, Теоретическая физика и астрофизика, «Наука», 1975.
135. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, ч. I, «Наука», 1968.
136. В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956.
137. D. V. Melrose, Astrophys. Space Sci. 18, 267 (1972).
138. В. Н. Цытович, Физика плазмы, Труды ФИАН 66, 1973.
139. K. Eidmann, Plasma Phys. 17, 121 (1975).
140. А. В. Акопян, В. Н. Цытович, Физика плазмы 1, 673 (1975).
141. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 10, 589 (1940).
142. А. А. Андронов, Радиофизика 4, 861 (1961).
143. M. H. Cohen, Phys. Rev. 123, 711 (1961).
144. А. Г. Ситенко, А. А. Коломенский ЖЭТФ 30, 511 (1956).
145. В. Я. Эйдман, ЖЭТФ 41, 1971 (1961).
146. D. V. Melrose, Astrophys. Space Sci. 13, 56 (1971).
147. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, 1963.
148. В. Н. Цытович, Вестник МГУ № 11, 27 (1951).
149. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ДАН СССР 56, 583 (1947).
150. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдман, Радиофизика 2, 331 (1959).
151. E. V. Suvorov, Yu. V. Chugunov, Astrophys. Space Sci. 23, 189 (1973).
152. В. Я. Эйдман, ЖЭТФ 34, 131 (1958); 36, 1335 (1959).
153. В. В. Железняков, Радиофизика 7, 67 (1964).
154. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Радиофизика 1, 59 (1958).
155. К. Н. Степанов, В. Н. Пахомов, ЖЭТФ 38, 1564 (1960).
156. K. O. Kierpenheuer, Phys. Rev. 79, 738 (1950).
157. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР 76, 377 (1951).
158. И. С. Шкловский, ДАН СССР 90, 983 (1953).
159. Синхротронное излучение, Сб. под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова, «Наука», 1966.
160. Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов, Классическая теория поля, Гостехиздат, 1951.
161. J. Schwinger, Phys. Rev. 75, 1912 (1949).
162. K. C. Westfold, Astrophys. J. 130, 241 (1959).
163. Дж. Джексона, Классическая электродинамика, «Мир», 1965

164. В. Л. Гинзбург, УФН 51, 343 (1953); Fortschritte d. Physik 1, 659 (1954).
165. В. А. Разин, Радиофизика 3, 584, 594 (1960).
166. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, УФН 87, 65 (1965).
167. В. В. Железняков, В. Ю. Трахтенгерц, Астрон. ж. 42, 1005 (1965).
168. С. А. Каплан, В. Ю. Трахтенгерц, Радиофизика 10, 14 (1967).
169. E. Feenberg, H. Primakoff, Phys. Rev. 73, 449 (1948).
170. Yu. V. Chugunov, V. Ja. Eidman, E. V. Suvorgov, Astrophys. Space Sci. 32, 7 (1975).
171. P. Goldreich, F. Pacini, M. J. Rees, Comments Astrophys. Space Phys. 4, 23 (1972).
172. J. Greene, Astrophys. J. 130, 693 (1959).
173. В. Л. Гинзбург, УФН 69, 537 (1959).
174. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, УФН 84, 201 (1964).
175. Б. А. Трубников, ДАН СССР 118, 913 (1958).
176. J. L. Hirshfield, D. E. Baldwin, S. C. Brown, Phys. Fluids 4, 198 (1961).
177. Yu. N. Gnedin, R. A. Sunyaev, Astron. Astrophys 25, 233 (1973).
178. Г. Г. Гетманцев, ДАН СССР 83, 557 (1952).
179. J. E. Felten, P. Morrison, Astrophys. J. 146, 686 (1966)
180. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР 52, 491 (1946).
181. D. F. Martyn, Nature 158, 632 (1946); 193, 44 (1948).
182. S. F. Smerd, Austral. J. Sci. Res. A3, 34 (1950).
183. D. Bohm, E. P. Gross, Phys. Rev. 75, 1851, 1864 (1949)
184. В. Д. Шафранов, ЖЭТФ 34, 1475 (1958).
185. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Астрон. ж. 35, 694 (1958).
186. Е. Я. Злотник, Астрон. ж. 45, 310, 585 (1968).
187. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ 24, 659 (1953).
188. К. Н. Степанов, ЖЭТФ 35, 283 (1958).
189. V. V. Zheleznyakov, E. Ya. Zlotnik, Solar Physics 20, 85 (1971).
190. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, 1964.
191. В. В. Железняков, Астрон. ж. 40, 829 (1963).
192. Т. Какимута, G. Swager, Astrophys. J. 136, 975 (1962)
193. В. В. Железняков, Астрон. ж. 39, 5 (1962).
194. Е. Титчмарш, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат, 1948.
195. R. Q. Twiss, Proc. Phys. Soc. B64, 654 (1951).
196. P. A. Sturrock, Phys. Rev. 112, 1488 (1959).
197. А. А. Веденов, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3, Атомиздат, 1963.
198. R. Q. Twiss, Austral. J. Phys. 11, 564 (1958).
199. В. В. Железняков, ЖЭТФ 51; 570 (1966).
200. R. M. S. Crau, Science 154, 1320 (1966).

201. Ю. А. Романов, Г. Ф. Филиппов, ЖЭТФ 40, 123 (1961).
202. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, УФН 73, 701 (1961).
203. W. E. Drummond, D. Pines, Nuclear Fusion Suppl. 3, 1049 (1962).
204. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, ДАН СССР 69, 555 (1949); ЖЭТФ 21, 1262 (1951).
205. V. L. Ginzburg, V. V. Zheleznyakov, Phyl. Mag. 11, 197 (1965).
206. О. Випетан, Phys. Rev. 115, 603 (1959).
207. А. Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей, I, Атомиздат, 1970.
208. Р. З. Сагдеев, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, Атомиздат, 1964.
209. В. В. Зайцев, Радиофизика 12, 779 (1969).
210. M. N. Rosenbluth, R. F. Post, Physics Fluids 8, 547 (1965).
211. В. Ю. Трахтенгерц, Геомагнетизм и аэрономия 8, 332 (1968).
212. V. V. Zaitsev, A. V. Stepanov, Astron. Astrophys. 45, 135 (1975).
213. А. А. Галеев, J. Plasma Phys. 1, 105 (1967).
214. А. А. Иванов, Л. И. Рудаков, ЖЭТФ 51, 1522 (1966).
215. А. А. Веденов, Д. Д. Рютов, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 6, Атомиздат, 1972.
216. В. Л. Сизоненко, Е. Н. Степанов, ЖЭТФ 49, 1197 (1965).
217. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, Физика плазмы, Киев, 1965, стр. 92.
218. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, ЖЭТФ 57, 966 (1969).
219. В. В. Железняков, В. В. Зайцев, Астрон. ж. 47, 60, 308 (1970).
220. Д. Д. Рютов, Р. З. Сагдеев, ЖЭТФ 31, 396 (1970).
221. V. V. Zaitsev, N. A. Mityakov, V. O. Raporort, Solar Physics 24, 444 (1972).
222. В. В. Зайцев, М. В. Кунилов, Н. А. Митяков, В. О. Рапопорт, Астрон. ж. 51, 252 (1974).
223. В. В. Зайцев, Астрон. ж. 51, 801 (1974).
224. С. Б. Пикельнер, М. А. Гинцбург, Астрон. ж. 40, 842 (1963).
225. В. В. Зайцев, Астрон. ж. 42, 740 (1965).
226. А. В. Степанов, Астрон. ж. 50, 1243 (1973).
227. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, ЖЭТФ 47, 1389, (1964).
228. Л. М. Ерухимов, П. И. Кирш, Радиофизика, 16, 1783 (1973).
229. Ю. Н. Гнедин, Г. Г. Павлов, ЖЭТФ 65, 1806 (1973).
230. L. D. Pearlstein, M. N. Rosenbluth, D. V. Chang, Phys. Fluids 9, 953 (1966).
231. C. Slottje, Solar Phys. 25, 210 (1972).
232. J. Kuijpers, Thesis, Utrecht, 1975.

233. В. В. Железняков, Е. Я. Злотник, Радиопизика 20, № 9 (1977).
234. E. G. Haggis, Phys. Rev. Lett. 2, 34 (1959).
235. Е. Я. Злотник, Радиопизика, 16, 1652 (1973); 17, 17 (1974).
236. J. L. Hirshfield, G. Bekefi, Nature 198, 20 (1963).
237. J. Schneider, Phys. Rev. Lett. 2, 504 (1959).
238. А. В. Гапонов, Радиопизика 2, 450, 836 (1959).
239. Р. З. Сагдеев, В. Д. Шафранов, ЖЭТФ 39, 181 (1960).
240. В. В. Железняков, Радиопизика 3, 57, 180 (1960); 4, 619, 849 (1961).
241. М. С. Ковнер, Радиопизика 3, 631, 746 (1960).
242. М. И. Петелин, Радиопизика 4, 455 (1961).
243. К. Е. Zayed, А. В. Kitzenko, Plasma Phys. 10, 147 (1968).
244. А. Б. Михайловский, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 6, Атомиздат, 1972.
245. В. Л. Братман, Е. В. Суворов, ЖЭТФ 55, 1415 (1968).
246. И. С. Шкловский, Астрон. циркуляр № 527, 1 (1969).
247. В. В. Железняков, УФН 99, 524 (1969).
248. G. Bekefi, J. L. Hirshfield, S. C. Brown, Phys. Rev. 122, 1037 (1961).
249. Я. Б. Зельдович, УФН 115, 161 (1975).
250. В. В. Железняков, Астрон. ж. 44, 42 (1967).
251. В. В. Железняков, Е. В. Суворов, ЖЭТФ 54, 627 (1968).
252. В. Н. Сазонов, Астрон. ж. 46, 1016 (1969).
253. M. J. Heuvaerts, App. d'Astrophys. 31, 129 (1968).
254. В. В. Железняков, Е. В. Суворов, Astrophys. Space Sci. 15, 3 (1972).
255. Т. А. Горева, Е. В. Суворов, ЖЭТФ 62, № 6, 2147 (1972).
256. В. Л. Братман, В. В. Бычков, Уч. зап. Горьк. ун-та, сер. радиофиз., № 124, 9 (1970).
257. Б. Б. Кадомцев, Сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, Атомиздат, 1964.
258. Л. М. Коврижных, Физика плазмы, Труды ФИАН 32, 173 (1966).
259. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, 1971.
260. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Физика плазмы, Труды ФИАН 61, 42 (1972).
261. W. Pauli, Z. Phys. 18, 272 (1923).
262. Г. Плачек, Рэлеевское рассеяние и раман-эффект, Гостехиздат Украины, 1935.
263. А. Гайлитис, В. Н. Цытович, ЖЭТФ 46, 1455, 1726 (1964); 47, 1468 (1964).
264. D. V. Melrose, W. N. Su, Astrophys. Space Sci. 17, 343 (1972); Aust. J. Phys. 25, 387 (1972).
265. В. П. Силин, Л. М. Горбунов, ЖЭТФ 47, 200 (1964).
266. В. Н. Цытович, В. Д. Шапиро, Ядерный синтез 5, 228 (1965).
267. А. А. Андронов, Диссертация, Горьк. ун-т (1968).

- 268 В. Ю. Трахтенгерц, Геомагнетизм и аэрономия **8**, 966 (1968).
- 269 В. В. Зайцев, Радиофизика **17**, 1438 (1974); Solar Physics **20**, 95 (1971).
- 270 В. В. Зайцев, Радиофизика **13**, 837 (1970).
- 271 В. В. Зайцев, А. В. Степанов, Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, вып. 37, «Наука», 1975, стр. 11.
- 272 D. F. Smith, P. C. W. Fung, J. Plasma Physics **5**, 1 (1971).
- 273 D. F. Smith, Solar Physics **33**, 213 (1973).
- 274 S. Bardwell, M. V. Goldman, Astrophys. J. **209**, 912 (1976).
- 275 А. А. Андронов, Г. В. Городинский, Радиофизика **5**, 234 (1962).
- 276 М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ **23**, 678 (1952).
- 277 G. R. Blumenthal, R. J. Gould, Rev. Mod. Phys. **42**, 237 (1970).
- 278 В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, ЖЭТФ **46**, 1865 (1964).
- 279 А. И. Ахиезер, И. Г. Прохода, А. Г. Ситенко, ЖЭТФ **33**, 750 (1957).
- 280 А. А. Галеев, В. И. Карпман, Р. З. Сагдеев, Ядерный синтез **5**, 20 (1965).
- 281 V. V. Zheleznyakov, E. Ya. Zlotnik, Solar Physics **36**, 443 (1974).
- 282 Б. Б. Кадомцев, В. И. Петвиашвили, ЖЭТФ **43**, 2234 (1962).
- 283 M. Samas, A. R. Kantrowitz, M. M. Litvak, R. M. Patrick, H. E. Petschek, Nucl. Fusion, Suppl. Part 2, 423 (1962).
- 284 Л. М. Горбунов, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, ЖЭТФ **47**, 1437 (1964).
- 285 Л. М. Альтшуль, В. И. Карпман, ЖЭТФ **47**, 1552 (1964).
- 286 И. А. Ахиезер, Н. Л. Данелия, Н. Н. Цинцадзе, ЖЭТФ **46**, 300 (1964).
- 287 Л. М. Коврижных, В. Н. Цытович, ЖЭТФ **47**, 1454 (1964).
- 288 D. F. Smith, P. A. Sturrock, Astrophys. Space Sci. **12**, 411 (1971).
- 289 D. V. Melrose, Aust. J. Phys. **28**, 101 (1975).
- 290 Е. Я. Злотник, Радиофизика **19**, 481 (1976).
- 291 В. П. Силин, ПМТФ **1**, 31 (1964).
- 292 Y. Terashima, N. Yajima, Progr. Theor. Phys. **30**, 443 (1964).
- 293 А. А. Иванов, Т. К. Соболева, П. Н. Юшманов, ЖЭТФ **69**, 2023 (1975).
- 294 Е. В. Суворов, А. А. Фрайман, Радиофизика **20**, № 1 (1977).
- 295 А. С. Компанец, ЖЭТФ **31**, 876 (1956).
- 296 Г. М. Гарибян, И. И. Гольдман, Изв. АН Арм. ССР **7**, 31 (1954).



297. Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Р. А. Сюняев, ЖЭТФ **62**, 1392 (1972).
298. А. А. Галеев, Р. А. Сюняев, ЖЭТФ **63**, 1266 (1972).
299. R. R. Daniel, S. A. Stephens, Space Sci. Rev. **10**, 599 (1970).
300. J. E. Gunn, J. P. Ostriker, Astrophys. J. **165**, 523 (1971).
301. M. J. Rees, Nature **229**, 312 (1971); Nature Phys. Sci. **230**, 55 (1971).
302. И. М. Гордон, ДАН СССР **94**, 813 (1954).
303. Ю. Н. Барабаненков, Ю. А. Кравцов, С. М. Рытов, В. И. Татарский, УФН **102**, 3 (1970).
304. Н. А. Лотова, УФН **95**, 293 (1968).
305. P. A. G. Scheuer, Nature **218**, 920 (1968).
306. E. E. Salpeter, Nature **221**, 31 (1969).
307. Л. М. Ерухимов, В. В. Писарева, Астрон. циркуляр № 489 (1968); Радиофизика **12**, 900 (1969).
308. Л. М. Ерухимов, Астрон. циркуляр № 513 (1969); Радиофизика **15**, 821 (1972).
309. J. M. Rankin, C. C. Counselman, Astrophys. J. **181**, 875 (1973).
310. В. И. Шишов, Астрон. ж. **50**, 941 (1973).
311. G. G. Getmantsev, Yu. V. Tokarev, Astrophys. Space Sci. **18**, 135 (1972).
312. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, ЖЭТФ **65**, 1818 (1973).
313. Ю. А. Кравцов, ДАН СССР **183**, 74 (1969).
314. Л. А. Апресян, Ю. А. Кравцов, Ю. Я. Яшин, В. А. Яшнов, Радиофизика **19**, 1296 (1976).
315. Е. В. Суворов, Радиофизика **15**, 1320 (1972).
316. Д. Г. Ломинадзе, Циклотронные волны в плазме, «Мецниереба», 1975.
317. В. Ю. Трахтенгерц, Радиофизика **13**, 884 (1970).